



Írta:

MESTER GYULA

Szegedi Tudományegyetem

ROBOTIKA

Egyetemi tananyag



2011

COPYRIGHT: © 2011–2016, Mester Gyula, Szegedi Tudományegyetem Természettudományi és Informatikai Kar Műszaki Informatika Tanszék

LEKTORÁLTA: Dr. Várkonyiné dr. Kóczy Annamária, Óbudai Egyetem Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar Mechatronikai és Autótechnikai Intézet

Creative Commons NonCommercial-NoDerivs 3.0 (CC BY-NC-ND 3.0)

A szerző nevének feltüntetése mellett nem kereskedelmi céllal szabadon másolható, terjeszthető, megjelentethető és előadható, de nem módosítható.

TÁMOGATÁS:

Készült a TÁMOP-4.1.2-08/1/A-2009-0008 számú, „Tananyagfejlesztés mérnök informatikus, programtervező informatikus és gazdaságinformatikus képzésekhez” című projekt keretében.



ISBN 978-963-279-515-7

KÉSZÜLT: a [Typotex Kiadó](#) gondozásában

FELELŐS VEZETŐ: Votisky Zsuzsa

AZ ELEKTRONIKUS KIADÁST ELŐKÉSZÍTETTE: Benkő Márta

KULCSSZAVAK:

robot manipulátorok kinematikája, dinamikája, szabad mozgásának hagyományos irányítása, önhangoló adaptív pozícióirányítás, hibrid irányítás, kerekeken gördülő és humanoid robotok.

ÖSSZEFOGLALÁS:

A tananyag a robotika korszerű témaköreivel foglalkozik. A robotika interdiszciplináris tudományág, az automatika legfejlettebb alkalmazási területe. A témakör feldolgozása a nemzetközi szakirodalom és a szerző által publikált tudományos kutatási eredményeken alapszik. A tananyag a következő hét fejezetet tartalmazza: robot manipulátorok kinematikája, robot manipulátorok dinamikája, robot manipulátorok szabad mozgásának hagyományos irányítása, robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítása. Bemutatjuk a merev robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítását csuklókoordinátákban és a stabilitásvizsgálatát. Foglalkozunk a rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátor dinamikai modelljével, önhangoló adaptív pozícióirányításával csuklókoordinátákban és a robot manipulátorok adaptív pozíció-irányítását fuzzy felügyelő szabályzóval. Az ötödik fejezet robot manipulátorok hibrid irányítását mutatja be. Felírjuk a rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátor korlátozott mozgásának dinamikai modelljét és pozíció-erő irányítását. A hatodik fejezetben keréken gördülő mobil robotokkal, a hetedik fejezetben humanoid robotok témakörével foglalkozunk.

Tartalom

Előszó.....	5
Robotok fejlesztésének rövid áttekintése	6
Irodalomjegyzék.....	8
ROBOT MANIPULÁTOROK.....	9
1. Robot manipulátorok kinematikája	9
1.1. Alapfogalmak.....	9
1.1.1. Robotsuklók	9
1.1.2. Robotszegmensek.....	10
1.1.3. Kinematikai pár.....	11
1.1.4. Kinematikai lánc	11
1.1.5. Robot manipulátorok alapkonfigurációi.....	11
1.1.6. Az effektor helyzetmeghatározása	13
1.1.7. Csuklókoordináták	14
1.1.8. Világkoordináták.....	14
1.1.9. Direkt kinematikai feladat	16
1.1.10. Inverz kinematikai feladat	16
1.1.11. Redundancia	17
1.2. Direkt kinematikai feladat.....	17
1.2.1. Bevezetés.....	17
1.2.2. Homogén koordináta-transzformációk.....	18
1.2.3. Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrix	20
1.2.4. Az effektor orientációja.....	33
1.3. Inverz kinematikai feladat.....	37
1.3.1. Bevezetés.....	37
1.3.2. Inverz kinematikai feladat analitikus megoldása	37
1.3.3. Inverz kinematikai feladat numerikus megoldása.....	39
1.3.4. Jacobi-mátrix meghatározása.....	39
1.4. Robot manipulátorok pályatervezése.....	40
1.4.1. Bevezetés.....	40
1.4.2. Pályatervezés világkoordinátákban.....	41
1.4.3. Pályatervezés csuklókoordinátákban.....	41
1.5. Robot manipulátorok rekurzív kinematikája.....	42
1.5.1. Tömegpont összetett mozgása	42
1.5.2. Robot manipulátor rekurzív kinematikai modellje.....	44
Irodalomjegyzék.....	47
2. Robot manipulátorok dinamikája	49
2.1. Alapfogalmak.....	49
2.2. Robotmechanizmusok dinamikai modellje	50
2.2.1. Rekurzív dinamikai robotmodell.....	50
2.2.2. Rekurzív dinamikai modell a szegmensek koordinátarendszerében	53
2.2.3. Lagrange-féle robotdinamikai modellezés.....	55
2.2.4. Robotdinamikai modell vizsgálata.....	60
2.3. Robothajtások.....	61
2.3.1. Robot aktuátorok.....	61
2.3.2. Robot manipulátor és aktuátorok együttes dinamikai modellje.....	64
2.3.3. Robot manipulátorok hajtómű-dinamikája	64
2.4. Robot manipulátorok dinamikájának számítógépes tervezése	67
Irodalomjegyzék.....	68

3.	Robot manipulátorok szabad mozgásának hagyományos irányítása	71
3.1.	Alapfogalmak	71
3.2.	Decentralizált PD robotirányítás	72
3.3.	Modellreferenciás dinamikusan robotirányítás	73
3.4.	Kiszámított nyomatékok módszere	75
3.5.	Dinamikusan robotirányítás tervezése	76
	Irodalomjegyzék	79
4.	Robot manipulátorok adaptív irányítása	80
4.1.	Alapfogalmak	80
4.2.	Merev robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítása csuklókoordinátákban ...	81
4.3.	Stabilitásvizsgálat	82
4.4.	Rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítása	84
4.4.1.	Rugalmas csuklójú-merev szegmensű robot manipulátor dinamikai modellje	85
4.4.2.	Rugalmas csuklójú-merev szegmensű robot manipulátor önhangoló adaptív pozícióirányítása csuklókoordinátákban	85
4.4.3.	Szimulációs eredmények	88
4.5.	Rugalmas csuklójú-merev szegmensű SCARA robot manipulátor önhangoló adaptív pozícióirányítása	91
4.6.	Robot manipulátorok adaptív pozíció-irányítása fuzzy felügyelő szabályzóval	98
	Irodalomjegyzék	99
5.	Robot manipulátorok hibrid irányítása	102
5.1.	Alapfogalmak	102
5.2.	Rugalmas csuklójú - merev szegmensű robot manipulátor korlátozott mozgású dinamikai modellje	102
5.3.	Rugalmas csuklójú - merev szegmensű robot manipulátor pozíció-erő irányítása	103
	Irodalomjegyzék	106
6.	Keréken gördülő mobil robotok	107
6.1.	Két hajtókeréken gördülő mobil robot kinematikája	107
6.1.1.	Kinematikai kényszerek	107
6.1.2.	Két hajtókerékű mobil robot kinematikai modellje	107
6.2.	Két hajtókeréken gördülő mobil robot dinamikája	109
6.3.	Két hajtókeréken gördülő mobil robot ütközésmentes fuzzy irányítása ismeretlen környezetben	112
6.3.1.	Bevezetés	112
6.3.2.	Mobil robot ütközésmentes mozgásának fuzzy irányítója	113
6.3.3.	Szimulációs eredmények	117
6.4.	Mobil robot vezetékek nélküli irányítása	119
	Irodalomjegyzék	121
7.	Humanoid robotok	124
7.1.	Alapfogalmak	124
7.2.	Kétféle járó robot modellje	124
7.2.1.	Kétszabadságfokú robotmodell	124
7.2.2.	Nyomaték nulla pontja – ZMP	126
7.2.3.	Húsz szabadságfokú robotmodell	128
	Irodalomjegyzék	138
	Szerviz robotok korszerű alkalmazási területe	141
	Jelölések	143
	Ábrák, animációk, táblázatok jegyzéke	148
	Ábrák	148
	Animációk	150
	Táblázatok	150

Előszó

A tananyag a robotika korszerű témaköreivel foglalkozik. A robotika interdiszciplináris tudományág, az automatika legfejlettebb alkalmazási területe. A témakör feldolgozása a nemzetközi szakirodalom és a szerző által publikált tudományos kutatási eredményeken alapszik. A tananyag nyolc fejezetre tagolódik.

A tananyag első fejezete a robot manipulátorok kinematikájával foglalkozik. Kiindulva a geometriai modell vizsgálatával, áttekinti a robotcsuklókat, robotszegmenseket, a kinematikai pár és kinematikai lánc fogalmát. Robot manipulátorok alapkonfigurációja esetében vizsgálja az alapkonfigurációk, a TTT, RTT, RRT és RRR struktúrák munkatereit. Az effektor pozicionálása és orientációja szempontjából bevezetjük a csukló és világkoordináták fogalmát. Homogén koordináta transzformációkkal, a Denavit–Hartenberg transzformációs mátrixszal valamint az effektor orientációjával foglalkozik a direkt kinematikai feladat megoldása céljából. Targyaljuk az inverz kinematikai feladat analitikus és numerikus megoldását és a Jacobi-mátrix meghatározását. Foglalkozunk továbbá a robot manipulátorok pályatervezésével világ és csuklókoordinátákban, a robot manipulátorok rekurzív kinematikájával és a tömegpont összetett mozgásával. Felírjuk a robot manipulátor rekurzív kinematikai modelljét.

A második fejezet témaköre a robot manipulátorok dinamikája. Felírjuk a robotmechanizmusok matematikai modelljét. Levezetjük a robot manipulátor rekurzív dinamikai modelljét, majd felírjuk a rekurzív dinamikai modellt a szegmensek koordinátarendszerében. Kitérünk a Lagrange-féle robotdinamikai modellfejlesztésre. Foglalkozunk továbbá a robotdinamikai modell vizsgálatával, robothajtásokkal, robot aktuátorokkal, a robot manipulátor és aktuátorok együttes modelljével és a robot manipulátorok dinamikájának számítógépes tervezésével.

A harmadik fejezetben a robot manipulátorok szabad mozgásának hagyományos irányítását tárgyaljuk, kitérve a decentralizált PD típusú- valamint a modellreferens dinamikus robotirányításra és a kiszámított nyomatékok módszerére. Bemutatjuk a dinamikus robotirányítás tervezését.

A negyedik fejezet a robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányításával foglalkozik. Bemutatjuk a merev robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítását csuklókoordinátákban és a stabilitásvizsgálatát. Foglalkozunk a rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátor dinamikai modelljével, önhangoló adaptív pozícióirányításával csuklókoordinátákban, Slotine&Lee adaptív robotirányító alkalmazásával. Bemutatjuk a módosított Slotine&Lee adaptív robotirányító alkalmazását rugalmas csuklójú-merev szegmensű SCARA robot manipulátor önhangoló adaptív pozícióirányításánál és a robot manipulátorok adaptív pozíció-irányítását fuzzy felügyelő szabályzóval. Feltételezzük, hogy a tananyag olvasója ismeri a fuzzy logika alapfogalmait.

Az ötödik fejezet robot manipulátorok hibrid irányítását mutatja be. Felírjuk a rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátor korlátozott mozgásának dinamikai modelljét és pozíció-erő irányítását.

A hatodik fejezetben keréken gördülő mobil robotokkal foglalkozunk. Felírjuk a keréken gördülő két hajtókerekű mobil robot kinematikai és dinamikai modelljét. Vizsgáljuk a két hajtókerekű mobil robot ütközésmentes fuzzy mozgásirányítását ismeretlen környezetben, az automatikus akadálykikerülést.

A hetedik fejezetben humanoid robotok témakörével foglalkozunk. Kitérünk a kétlábú járás modellezésére, a „Nyomaték nulla pontja” (Zero-Moment-Point) alkalmazására. Bemutatjuk a hús szabadságfokú kétlábú robot mozgásszimulációját. Végezetül bemutatjuk a szervizrobotok korszerű alkalmazási területeit.

A tananyag írója feltételezi, hogy az olvasó ismeri a fuzzy logika alapjait. A tananyag megírásához nagymértékben hozzájárultak a robotikai kutatási programokon dolgozó kollégák segítségével.

Robotok fejlesztésének rövid áttekintése

A robot fogalmát a Nemzetközi Szabványügyi Hivatal (ISO „Manipulating Robots”, ISO8373:1996) a következő módon állapítja meg:

„A robot automatikusan vezérelt, újra programozható, három vagy több tengelyű mozgásra és sokoldalú beavatkozásra képes eszköz. A robot lehet rögzített vagy mozgó eszköz”.

A robotika interdiszciplináris tudomány. Bemutatjuk a robotok kialakulásának és fejlesztésének rövid áttekintését [1]:

- 1946. George Devol kifejleszt a villamosjelek feldolgozására alkalmas vezérlő berendezést.
- 1952. A MIT kifejleszti az első NC gépet.
- 1954. Joseph Engelberger, a Develo robot szabadalmának megvásárlása után megalapítja az első Unimation nevű robotikai céget.
- 1956. Megjelenik a „mesterséges intelligencia” fogalma.
- 1961. General Motors (New Jersey, USA) egy fröccsöntőgép kiszolgálására üzembe helyezi a világ első Unimate ipari robotját.
- 1971. Kifejlesztik a villamos hajtású Stanford kart.
- 1973. A Cincinnati Milacron cég üzembe helyezi a T3 robotot (első kereskedelmi robot).
- 1973. Stanford Egyetemen kifejlesztették az első robotprogramozási nyelvet (WAVE).
- 1975. Az első szerelési művelet Olivetti Sigma robottal.
- 1977. Az ASEA kifejleszt két villamos hajtású ipari robotot.
- 1978. Az Unimation kifejleszti a PUMA robotot és üzembe helyezi a General Motors-ba.
- 1979. A Yamanashi Egyetemen Japánban kifejlesztik a SCARA (Selective Compliant Robot for Assembly) robotot.
- 1981. A Carnegi Mellon Egyetemen kifejlesztik a direkt hajtású robotot.
- 1984. A Waseda Egyetemen kifejlesztik a zenélő WABOT-2 robotot.
- 1986. A Waseda Egyetemen kifejlesztik a WL-12 kétlábbon járó robotot.
- 1986. A Honda beindítja a humanoid robot programját.
- 1992. Kifejlesztik a nyolclábú Dante robotot.
- 1995. Megjelennek a különböző robot platformok.
- 1997. A Honda bemutatja a P3 humanoid robotját.
- 2000. A Honda bemutatja az Asimo humanoid robotját. A Sony bemutatja az SDR robotját (Sony Dream Robot).
- 2004. Európában megkezdtek a robotrajok fejlesztését.
- 2008. A Waseda Egyetemen bemutatják a flautázó robotot.
- 2008. Honda robotkarmester vezényli a Detroiti Szimfonikusokat.

Ma a világban 1 millió ipari robot működik (IFR - International Federation of Robotics) [2]. A robotok fejlesztésének rövid áttekintése után megállapítható, hogy a mobil robotok a nyolcvanas években jelentek meg. A szervizrobot, újra programozható, szenzor alapú autonóm mozgást végző eszköz, mely az emberi tevékenységet hasznosan szolgálja. A szervizrobot nem végez közvetlenül ipari termelési feladatot [3].

A robotok fejlesztése szempontjából három generációról beszélhetünk:

- az első robotgeneráció esetében a robot nem érzékeli a környezet változásait és kizárólag számítógépes vezérléssel működik.
- a második robotgeneráció autonóm robotja szenzorokkal érzékeli a környezet változását és a környezetből nyert információk alapján dönt a mozgástervezésről automatikus akadálykerüléssel.
- a jelenlegi kutatások harmadik robotgenerációja esetében a robot: intelligens, autonóm, szenzorokkal érzékeli a környezet változását, jól alkalmazkodik a környezetéhez, vezetékek nélkül irányítható, korszerű intelligens aktuátorokkal rendelkezik. Bonyolult navigációs feladatokat képes megoldani, tanuló algoritmusokat alkalmaz. Felismeri a környezetet, hanggal is irányítható. A fejlesztések tartalmazzák a kerekeken gördülő és humanoid autonóm robotok kooperációját és az ütközésmentes mozgástervezését vezetékek nélküli irányítással.

A mai korszerű intelligens robotrendszerek egyre összetettebb feladatokat képesek elvégezni. A mobil robotok konvojban, azaz menetoszlopban is haladhatnak, ekkor nem szükséges minden mobil egység önálló irányítása, elég csak egyet irányítani a többi pedig követi az irányított mobil robotot.

Az ember nélküli mobil robotokat feloszthatjuk földi, légi és vízi robotokra és járművekre.

Az UGV mobil robot (UGV – Unmanned Ground Vehicles) ember nélküli szárazföldi jármű (olyan hajtott, helyváltozásra képes mobil eszköz, amely fedélzetén nincs emberi személyzet), egyre fontosabb szerepet játszanak a mezőgazdaságban és az ipar egyes területein.

Az UTV (Unmanned Target Vehicles) ember nélküli célpont jármű, saját navigációs rendszerrel rendelkező autonóm robot, amely egy előre beprogramozott útvonalat jár be.

UMV (Unmanned Marine Vehicles) –ember nélküli vízi robotok, a robotika új fejlesztési területe.

Az UAV (Unmanned Aerial Vehicles) robot elsősorban katonai feladatokra alkalmazott, olyan repülőeszköz, mely valamilyen ön- vagy távirányítással (leggyakrabban a kettő kombinációjával) rendelkezik, emiatt fedélzetén nincsen szükség pilótára.

A robotika fejlődése az utóbbi 2 évtizedben kiterjedt a mikro- és nanorobotok területére is [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10]. A robotika szűkebb kutatási területe a mikrorobotika milliméter-mikron méretű objektumok manipulációjával és autonóm robotágensek fejlesztésével foglalkozik. A mikrorobotika, alkalmazási területe a robotmanipuláció szempontjából fedi a mikrontól a milliméterig terjedő méreteket.

A nanorobotika alkalmazási területe a nanométer mérettartományban található. A nanorobotoknál a kvantum mechanikát alkalmazzuk.

A mikro- és nanorobotok fejlődése a kisméretű, szenzorok, aktuátorok és intelligens rendszerek irányába halad, amelyek a mikro- és nanorobotok gyártásában, mint eszközök és építőelemek szolgálnak. Az eszközök méretének csökkentése olyan dolgokat tesz lehetővé, mint pl. nanobjektumok kezelését nanoeszközökkel, tömeg mérését a femtogramm tartományban, pikonewton méretű erők érzékelését és intelligens mikro- és nanorobotok mozgásirányításának megvalósítását.

A mikro- és nanorobotok alkalmazása az orvostudomány új távlatait nyitja meg. A nanorobotokat a keringési rendszerbe juttatják. A japán Olympus Medical System kapszula endoszkópja képes lesz arra, hogy az emésztőrendszert feltérképezze, a képeket nyomban rögzítse és a megfelelő pontokon gyógyszert is adagoljon a szervezetbe.

Irodalomjegyzék

- [1] Kulcsár Béla, Robot-technika, LSI Oktatóközpont, 1998, Budapest.
- [2] <http://www.ifr.org>
- [3] B. Siciliano, O. Khatib (Eds.), Springer Handbook of Robotics, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [4] T. Fukuda, Micro-Nano Robotic Manipulation System, Workshop on Intelligent Systems, Budapest, Hungary, 2009.
- [5] Gyula Mester, „Introduction of Micro- and Nanorobotics Engineering”, Proceedings of the SIP 2009, 26th International Conference Science in Practice, pp.25-28, Pécs, Hungary, 2009.
- [6] Dragan Saletic, Gyula Mester, „Nanorobots - State of the Art”, Proceedings of the YuINFO 2009, pp. 1-5, Kopaonik, Serbia, 2009.
- [7] Dragan Saletic, Gyula Mester, Nanoroboti – čime raspolažemo, a šta nam još treba da bismo ih realizovali? Zbornik radova 12. Međunarodne konferencije ICDQM - 2009, str. 859-866, Beograd, Srbija, 2009.
- [8] D. Saletic, B. Selic, G. Mester, „Are we Ready for Nanotechnology”, e-RAF Journal on Computing, Vol. 1, pp. 38-48, Beograd, 2009.
- [9] Gyula Mester, „Nano- és mikrorobotok”, VMTT Konferencia, Konferenciakiadvány, pp. 1-6, Újvidék, Szerbia, 2009.
- [10] <http://www.olympus-europa.com/endoscopy/>
- [11] Gyula Mester, „Nano- és mikrorobotok”, VMTT Konferencia, Konferenciakiadvány, pp. 517-526. Újvidék, Szerbia, 2010.

ROBOT MANIPULÁTOROK

1. Robot manipulátorok kinematikája

A tananyag első fejezete a robot manipulátorok kinematikáját tárgyalja, melynek első része a geometriai modell vizsgálatával kezdődik. Röviden áttekintjük a robotcsuklók, robotszegmensek, a kinematikai pár és kinematikai lánc fogalmát. A továbbiakban rátérünk a robot manipulátorok alapkonfigurációjának bemutatására, vizsgáljuk az alapkonfigurációk munkateretét figyelembe véve a négy leginkább használt munkateret.

Geometriai vizsgálatainkat az effektor (megfogó) helyzet-meghatározásával folytatjuk, majd bevezetjük a csukló- és világkoordináták fogalmát. Következik a direkt- és inverz kinematikai feladat meghatározása és említjük a redundancia fogalmát.

A direkt kinematikai feladat keretében bevezetjük a homogén koordináta-transzformációkat, a Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrix és az effektor orientációjának témakörét. Bemutatjuk az inverz kinematikai feladat analitikus és numerikus megoldását valamint a Jacobi-mátrix fogalmát.

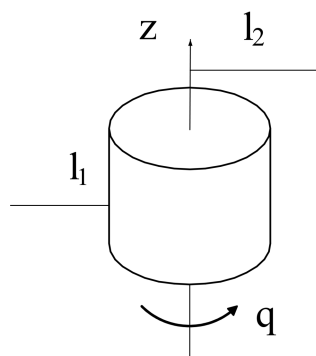
A robot manipulátorok pályatervezése magába foglalja a pályatervezést világ- és csuklókoordinátákban.

Fejezetünk tartalmazza a robot manipulátorok rekurzív kinematikáját, a tömegpont összetett mozgását és a robot manipulátor rekurzív kinematikai modelljét.

1.1. Alapfogalmak

A robot manipulátor mint mechanizmus n számú szegmensből áll, melyeket csuklók kapcsolnak össze. A továbbiakban tekintsük át a robotcsuklók, robotszegmensek, a kinematikai pár és kinematikai lánc fogalmát.

1.1.1. Robotcsuklók



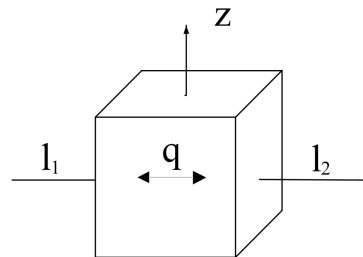
1.1. ábra: Rotációs robotcsukló vázlata

A merev test mozgása műszaki szempontból az x, y, z tengelyek menti elmozdulásból és e tengelyek körüli elfordulásból áll. Ez persze vonatkozik a robot manipulátorok csuklóinak mozgására, amely felosztható haladó- és forgó (rotációs) mozgásra. Így tehát az 1-szabadságfokú robotcsuklók felosztása a következő:

- a. rotációs csuklók,
- b. translációs csuklók.

A rotációs robotcsuklók lehetővé teszik az egyik szegmens forgó mozgását a másik szegmens körül, R szimbólummal jelöljük és sematikusán hengerrel ábrázoljuk (1.1. ábra).

A translációs robotcsuklók lehetővé teszik az egyik szegmens haladó mozgását a másik szegmenshez viszonyítva, T szimbólummal jelöljük és sematikusán hasábbal ábrázoljuk (1.2. ábra).



1.2. ábra: Transzlációs robotcsukló vázlata

1.1.2. Robotszegmensek

A robot manipulátor szegmense merev test, amely kinematikai és dinamikai paraméterekkel rendelkezik. A robotszegmens kinematikai paraméterei:

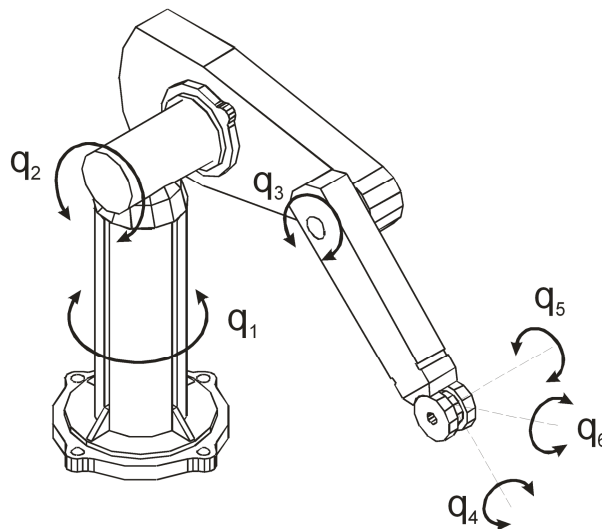
- ❖ a szegmens hossza és
- ❖ a robotcsukló-tengelyek egymással bezárt szöge.

A kinematikai paramétereket a Denavit–Hartenberg féle eljárás szerint határozzuk meg.

A dinamikai paraméterek közé tartozik a:

- ❖ szegmens tömege és
- ❖ tehetetlenségi nyomatéka.

A 6-szabadságfokú PUMA típusú robotot manipulátort az 1.3. ábrán mutatjuk be. A Puma robot manipulátor esetében szemléltetessen leolvashatók a robot manipulátor szegmensei és csuklói. A robot manipulátor rögzített alapzatától kiindulva, az első 3 csukló a robot alapkonfigurációjához tartozik (három rotációs csukló, három szabadságfokkal q_1 , q_2 és q_3), a robot megfogója – effektor, újabb három rotációs csuklót tartalmaz q_4 , q_5 és q_6 (az effektor nincs az ábrán részletezve).



1.3. ábra: Puma robot manipulátor

1.1.3. Kinematikai pár

A kinematikai pár két egymás mellett lévő szegmensből és a szegmenseket összekötő csuklóból áll. A továbbiakban csak 1-szabadságfokú kinematikai párokat vizsgálunk (rotációs vagy translációs kinematikai párok).

1.1.4. Kinematikai lánc

A kinematikai lánc n számú kinematikai párból áll. A kinematikai láncok a robotstruktúra és a kényszerek szempontjából feloszthatók:

- egyszerű
- összetett,

valamint:

- nyitott és
- zárt.

kinematikai láncokra.

Az egyszerű kinematikai láncnál egyik szegmens sem kapcsolódik több mint két kinematikai párhoz. Az összetett kinematikai láncnál legalább egy szegmens több mint két kinematikai párhoz tartozik. A nyitott kinematikai lánc legalább egy szegmense csak egy kinematikai párhoz tartozik. A zárt kinematikai láncnál minden szegmens két kinematikai párhoz tartozik.

A mechanizmusok elmélete szempontjából a robot manipulátorok aktív mechanizmusai általános esetben összetett és változó struktúrájú kinematikai láncok. Vizsgáljuk az ipari robot kinematikai láncának változó struktúráját szerelés közben a PUMA típusú robot manipulátor esetében. A munkadarab megfogása előtt a robot manipulátor kinematikai lánc egyszerű és nyitott.

A munkadarab szállítása közben a robot manipulátor kinematikai struktúrája nem változik, de a kinematikai lánc utolsó tagjának (a megfogó-effektor és a munkadarab együttesen) a tömege és tehetetlenségi nyomatéka változik, ami kihat a rendszer dinamikájának változására.

A munkadarab szerelésénél megváltozik a robot manipulátor kinematikai struktúrája is, egyszerű és zárt kinematikai struktúrájú lesz.

A továbbiakban rátérünk a robot manipulátorok alapkonfigurációjának bemutatására, vizsgáljuk az alapkonfigurációk munkatereit figyelembe véve a négy leginkább használt munkateret.

1.1.5. Robot manipulátorok alapkonfigurációi

A robot manipulátorok alapkonfigurációja alatt, a robot manipulátor rögzített alapzatától kiindulva, három csuklós, 3 - szabadságfokú kinematikai láncot értünk [14]. Az alapkonfigurációhoz csatlakozik az effektor. Az alapkonfiguráció feladata az effektor pozicionálása a munkatérben. A legtöbb használatban lévő robot manipulátor rendelkezik 3 - szabadságfokú alapkonfigurációval. Mivel a robotszeglők rotációsak és translációsak lehetnek, így az alapkonfigurációk esetében a robotszeglők kinematikailag $2^3=8$ egymástól független változatban:

RRR, RRT, RTT, RTR, TRR, TTR, TRT, TTT

kapcsolhatók egymáshoz [8], [9], [10].

Fontos kihangsúlyozni, hogy a robot manipulátor alapkonzfiguráció kinematikai paramétereitől függően, több szerkezeti kombináció is lehetséges, ami a SCARA (Selective Compliant Articulated Robot for Assembly) RRT struktúrájú szerelő robot manipulátor esetében szemléletesen bemutatatható (1.4. ábra).



1.4. ábra: Scara szerelőrobot

Az alapkonzfigurációk munkaterai

Robot manipulátor alapkonzfigurációjának munkaterai alatt azt a bejárható térnagyságot értjük, amelynek minden pontjában eljuthat a harmadik szegmens végső pontja.

A továbbiakban a négy leginkább használt alapkonzfiguráció munkaterét vizsgáljuk.

a. TTT struktúra munkaterai:

A TTT struktúra 3 translációs csuklóval rendelkezik, így három haladó mozgást valósít meg a Descartes féle derékszögű koordináta-rendszerben. A TTT alapkonzfiguráció munkaterai *hasáb* alakú.

b. RTT struktúra munkaterai

Az RTT struktúra 2 translációs és 1 rotációs csuklóval rendelkezik (az első csukló rotációs a másik kettő pedig translációs). Két haladó és egy forgó mozgást valósít meg. Az RTT alapkonzfiguráció munkaterai *hengergyűrű* alakú.

c. RRT struktúra munkaterai

Az RRT struktúra 2 rotációs és 1 translációs csuklóval rendelkezik (az első két csukló rotációs a harmadik pedig translációs). Két forgó és egy haladó mozgást valósít meg. Az RRT alapkonzfiguráció munkaterai *üreges gömb* alakú.

d. RRR struktúra munkaterai

Az RRR struktúra 3 rotációs csuklóval rendelkezik – három forgást valósít meg. Az RRR alapkonzfiguráció munkaterai, *gömb* alakú.

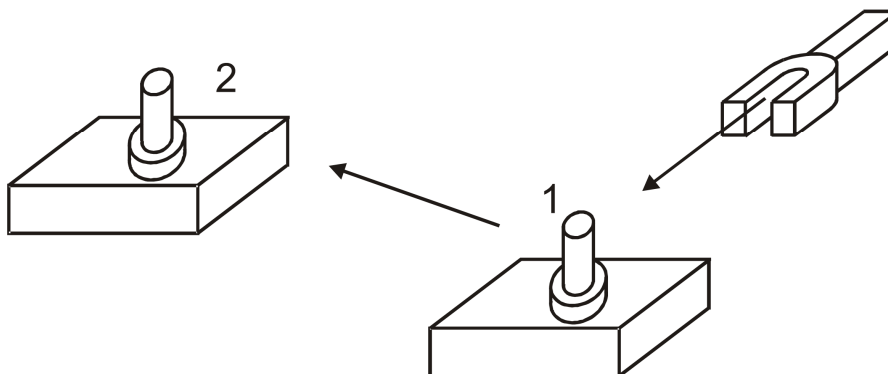
Ha feltételezzük, hogy a fent említett alapkonzfigurációk paramétereai azonosak, tehát: az elmozdulások maximális hossza l , a maximális rotáció nagysága $\pm 180^\circ$ és a rotációt végző szegmensek hossza l , akkor megállapítható, hogy az RRR struktúra munkaterai a legnagyobb. Itt azt is meg kell említeni, hogy a pozicionálási hiba nagyobb azoknál a robot manipulátoroknál, amelyek rotációs csuklókkal rendelkeznek, mivel a rotációs csuklóknál a pozicionálási hibák összeadódnak.

Ipari alkalmazásban a rotációs csuklókkal rendelkező robot manipulátorok vannak többségben. Egyrészt a szervomotor forgómozgása, másrészt a robotirányítás könnyedsége miatt, ugyanis, a translációs csuklóknál a szervomotor forgómozgását át kell alakítani haladó mozgássá, ami a robot manipulátoroknál kotyogást és mechanikai veszteségeket idéz elő.

Geometriai vizsgálatainkat az effektor (megfogó) helyzetmeghatározásával folytatjuk, majd bevezetjük a csukló- és világkoordináták fogalmát.

1.1.6. Az effektor helyzetmeghatározása

A robotirányítás legegyszerűbb feladata az effektor helyzetmeghatározása a munkatérben. Figyeljük meg azt a feladatot amikor egy munkadarabot helyezünk át az 1-es helyzetből a 2-es helyzetbe (1.5. ábra). Először az effektort pozícionálni kell a munkadarab közelébe, majd a munkadarab megfogása céljából el kell végezni az effektor orientációját is (1-es helyzet). A robot helyzete a munkatérben tehát az effektor pozíciójával és orientációjával van meghatározva.



1.5. ábra: Munkadarab áthelyezése az 1-es helyzetből a 2-es helyzetbe

A következő lépés a munkadarab megfogása és áthelyezése a 2-es helyzetbe, ahol az új pozíciót és orientációt szükséges megadni. Amikor a munkadarab a 2-es helyzetbe kerül, az effektor kinyílik így a munkadarab a végső helyzetébe jut. Az effektor pozícionálása a szerelőrobotok legegyszerűbb feladata.

Effektor pozícionálása

Robot manipulátor munkatérben az effektor pozícionálása alatt, az effektor világkoordináták (x, y, z) szerinti elhelyezését értjük. A pozícionálási feladat elvégzésére 3 szabadságfokra, vagyis a robot alapkonfigurációjára van szükség.

A robot pozícionálási feladatát elvileg megoldhatjuk:

- ❖ csukló és
- ❖ világkoordinátákban.

Effektor orientációja

Robot manipulátor munkatérben történő orientációja alatt az effektornak a 3 térbeli szög (ψ, θ, φ) szerinti elhelyezését értjük. A orientációs feladat elvégzésére tehát további 3 szabadságfokra van szükség. Az ipari robot manipulátorokat leginkább 4, 5 és 6 szabadságfokú struktúrával gyártják. A 4 - szabadságfokú robot manipulátor, 3 szabadságfokkal el tudja végezni a pozícionálást (x, y, z) , a negyedik szabadságfokkal pedig egy szög szerinti orientációt (ψ) , tehát a robot képes elvégezni egyszerűbb térbeli manipulációs feladatokat (munkadarab szállítás, présgépek kiszolgálása stb.). Az 5 - szabadságfokú robot manipulátor 3 szabadságfokkal el tudja végezni a pozícionálást (x, y, z) , a 4-ik és 5-ik szabadságfokokkal pedig 2 szög szerinti orientációt (ψ, θ) , tehát a robot manipulátor összetettebb térbeli manipulációs feladatokat képes elvégezni (folyadék-szállítás, egyszerűbb szerelési munkálatok, hegesztés stb.).

A 6 - szabadságfokú robot manipulátor munka közben elvégzi a komplett pozícionálást (x, y, z) és a komplett orientációt (ψ, θ, φ) , így összetett térbeli manipulációs feladatokat teljesít (összetett szerelés és szállítás, stb.).

1.1.7. Csuklókoordináták

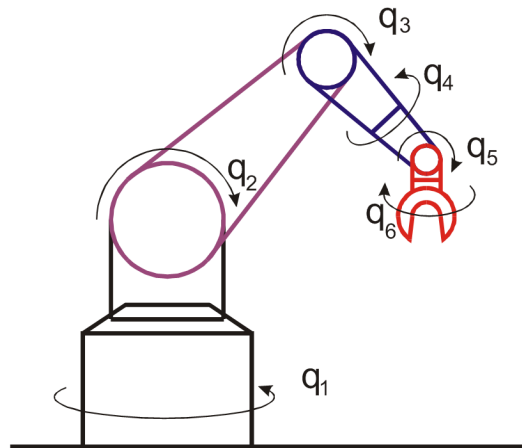
A robot manipulátor csuklókoordinátája skaláris érték, amely a kinematikai pár egyik szegmensének a relatív helyzetét határozza meg a másik szegmenshez viszonyítva. A rotációs csuklónál a csuklókoordináta megegyezik a csukló elforgatási szögével, a translációs csuklónál a csuklókoordináta megegyezik a csukló tengelye mentén történő elmozdulással. Robot manipulátorok csuklókoordinátáit a következőképpen jelöljük:

$$q_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

a csuklókoordináták vektora pedig:

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad \dots \quad q_n]^T \quad (1.1)$$

A 6 - szabadságfokú robot manipulátor csuklókoordinátáit szemléltetesen a 1.6. ábrán mutatjuk be.



1.6. ábra: Hat szabadságfokú robot manipulátor csuklókoordinátái

Minden csuklókoordináta bizonyos határok között változhat:

$$q_{i \min} \leq q_i \leq q_{i \max}$$

Megállapítható, hogy a rotációs csuklók pozicionálása esetében egyidőben változik az effektor orientációja is, így az effektor orientációját később csak korrigálni kell (ez persze a translációs csuklókról nem mondható el).

1.1.8. Világkoordináták

A világkoordináták meghatározzák a robot manipulátor effektorjának a pozícióját és orientációját a nyugvó Descartes féle derékszögű koordináta-rendszerben. Az effektor pozíciója három, Descartes féle derékszögű koordinátával írható le: x , y , z . A vonatkoztató nyugvó koordináta-rendszer a robot manipulátor platformjához van rögzítve (a leíráshoz hengeres-koordinátákat is lehetséges alkalmazni).

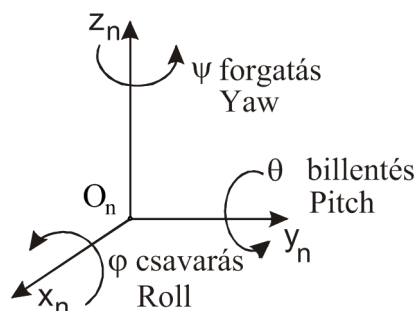
Az effektor orientációja a módosított Euler szögekkel írható le: ψ , θ , φ . Ezek a szögek meghatározzák az effektorhoz kötött mozgó koordináta-rendszer szögelfordulását a robot

manipulátor platformjához rögzített vonatkoztató koordináta-rendszerhez viszonyítva. A világkoordináták s vektora a következő módon írható fel:

$$\mathbf{s} = [x \ y \ z \ \Psi \ \Theta \ \varphi]^T \quad (1.2)$$

A módosított Euler szögeket (1.7 ábra) a hajózásból vették át és az Euler szögekhez képest abban különböznek, hogy a harmadik forgatás az x tengely körül történik (az Euler szögeknek pedig újból a z tengely körül!). A módosított Euler szögek (1.7. ábra.) elnevezései:

ψ - forgatási szög (YAW), θ - billentési szög (PITCH), és φ - csavarási szög (ROLL),



1.7. ábra: Robot manipulátorok ROLL, PITCH és YAW szögei

A forgatási szög ψ , az effektorhoz kötött mozgó koordináta-rendszernek a nyugvó koordináta-rendszer z tengelye körüli szögelfordulását határozza meg. A billentési szög θ az új helyzetbe került koordináta-rendszer y tengely körüli szögelfordulást adja. A csavarási szög φ pedig a két előbbi szögelfordulás után új helyzetbe került koordináta-rendszer x tengely körüli szögelfordulását határozza meg. A világkoordináták s vektorának komponensei:

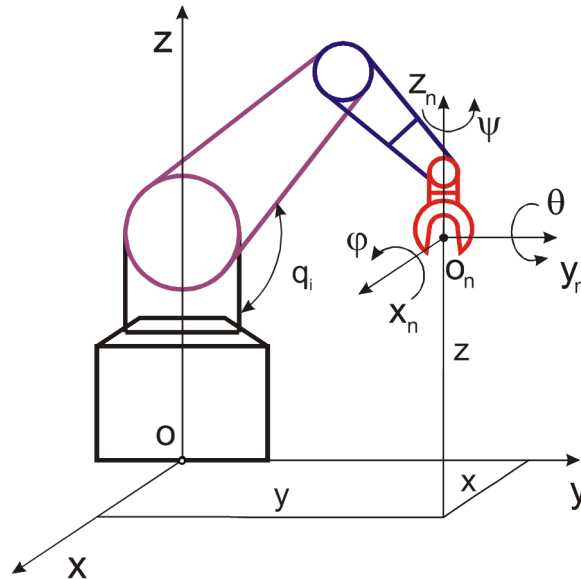
- ❖ az effektor kiválasztott szerszámközpontjának TCP (Tool Center Point) három x , y és z Descartes féle koordinátája a robot manipulátor platformjához rögzített vonatkoztató álló koordináta-rendszerhez viszonyítva, és a
- ❖ ψ , θ , φ szögek, amelyek meghatározzák az effektorhoz kötött mozgó koordináta-rendszer szögelfordulását a vonatkoztató nyugvó koordináta-rendszerhez viszonyítva.

A robot manipulátor világkoordinátáit szemléltetessen az 1.8-ik ábrán mutatjuk be.

A világkoordináták s vektorának általános esetben m koordinátája van. Legtöbbször $m=6$. Bizonyos típusú robot manipulátoroknál elegendő kisebb számú világkoordináta használata, így például az effektor pozicionálására (orientáció nélkül) elegendő 3 világkoordináta, tehát a világkoordináták vektora ez esetben:

$$\mathbf{s} = [x \ y \ z]^T \quad (1.3)$$

A továbbiakban kitérünk a direkt- és inverz kinematikai feladat meghatározására és említjük a redundancia fogalmát.



1.8. ábra: Robot manipulátorok effektorának világkoordinátái

1.1.9. Direkt kinematikai feladat

A világkoordináták \mathbf{s} vektorának meghatározása a csuklókoordináták \mathbf{q} vektorának ismeretében a direkt kinematikai feladat, amely a következő módon írható le:

$$\mathbf{s} = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \quad (1.4)$$

ahol az:

\mathbf{s} – világkoordináták vektora,

\mathbf{f} - $R^n \rightarrow R^m$ - nemlineáris, folytonosan deriválható vektorfüggvény, amely leképezi a csuklókoordinátákat világkoordinátákká,

\mathbf{q} – csuklókoordináták vektora.

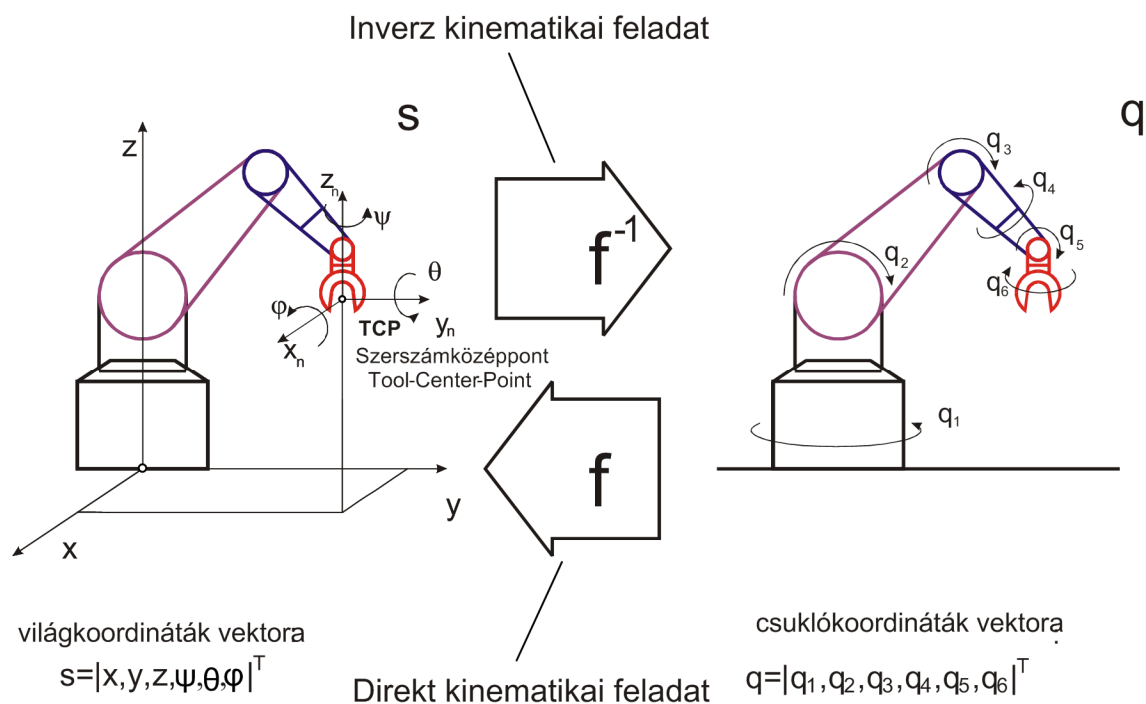
A \mathbf{q} csuklókoordináták minden vektorértékének egyértelmű \mathbf{s} világkoordináta érték felel meg. Az [1.2. fejezetben](#) a direkt kinematikai feladattal foglalkozunk.

1.1.10. Inverz kinematikai feladat

A csuklókoordináták \mathbf{q} vektorának meghatározása a világkoordináták \mathbf{s} vektorának ismeretében az inverz kinematikai feladat, amely a következő módon írható le:

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{s}) \quad (1.5)$$

Az \mathbf{s} világkoordináták visszatranszformálása a \mathbf{q} csuklókoordinátákba nem egyértelműen meghatározott feladat. A számítás nagymértékben függ a robot manipulátor geometriájától és gyakran több megoldást eredményez. Az [1.3. fejezetben](#) az inverz kinematikai feladattal foglalkozunk. Az inverz kinematikai feladat, mivel nagyszámú nemlineáris trigonometriai egyenlet megoldását feltételezi (a csuklókoordináták és a világkoordináták közötti összefüggés nemlineáris), sokkal összetettebb mint a direkt kinematikai feladat. Akkor alkalmazzuk, amikor a munkavégzési feladatnál az effektor pályája világkoordinátákban van megadva és így szükséges meghatározni a csuklókoordinátákat is. A direkt- és inverz kinematikai feladat koordináta-transzformáció struktúráját szemléltető módon az 1.9. ábrán mutatjuk be:



1.9. ábra: A direkt és inverz kinematikai feladat koordináta-transzformáció struktúrája

1.1.11. Redundancia

A robot manipulátort nem redundánsnak tekintjük, ha a világkoordináták vektordimenziója m megegyezik a robot manipulátor szabadságfok számával n :

$$m = n.$$

Ha az $n > m$ akkor a robot manipulátor redundáns vagy túlhatározott, ez esetben az effektor adott helyzetéhez viszonyítva, a csuklókoordináták szempontjából többféle megoldás is létezik.

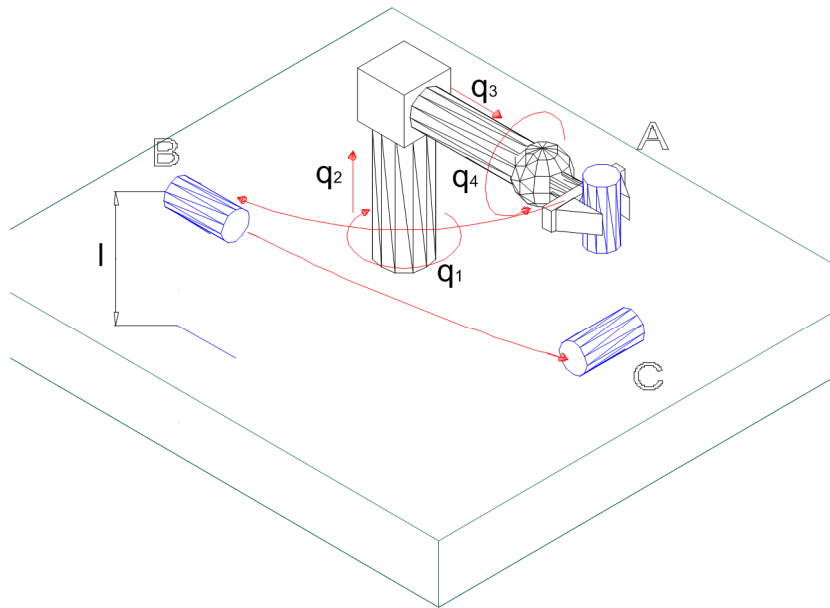
Ha pedig: $n < m$, akkor a robot manipulátor nem tudja elvégezni az előírt feladatot. A könyv további részében csak a nemredundáns robot manipulátorokkal foglalkozunk.

A direkt kinematikai feladat keretében bevezetjük a homogén koordináta-transzformációkat, a Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrix és az effektor orientációjának témakörét.

1.2. Direkt kinematikai feladat

1.2.1. Bevezetés

Ahogy már elmondtuk, az s világkoordináták vektorának meghatározása a q csuklókoordináták vektorának ismeretében direkt kinematikai feladat. Egyszerű manipulációs feladatoknál a csuklókoordinátákat közvetlenül lehet megadni. Szemléljük az 1.10. ábra szerinti robot manipulátort szerelés közben:



1.10. ábra: Feladat meghatározás csuklókoordináták közvetlen megadásával

Első lépésben az effektor a munkadarabot A helyzetből AB pálya mentén B helyzetbe szállítja, ez idő alatt a q_1 csuklókoordináta $\pi/2$ -vel változik. A következő lépésben a munkadarabot vízszintes helyzetbe hozzuk, így a q_4 csuklókoordináta változik $\pi/2$ -vel. A harmadik lépésben BC pálya mentén a munkadarab C helyzetbe kerül és a q_1 csuklókoordináta $-\pi/2$ -vel változik, ezzel egyidőben változik a q_2 csuklókoordináta miután l hosszal leengedi a munkadarabot. Így, ha a csuklókoordináták q_i változása ismert akkor a direkt kinematikai feladat megoldásával meghatározhatjuk az s világkoordinátákat, vagyis az effektor térbeli mozgását. A továbbiakban azt vizsgáljuk meg, hogyan lehet felírni a világkoordináták és a csuklókoordináták közötti összefüggést, ezért bevezetjük a homogén transzformációs mátrixot.

1.2.2. Homogén koordináta-transzformációk

Homogén transzformációs mátrixok alatt olyan 4×4 típusú mátrixokat értünk, amelyek tartalmazzák a két derékszögű koordináta-rendszer közötti:

- ❖ rotációt és a
- ❖ két koordináta-rendszer origójának a távolságát [16].

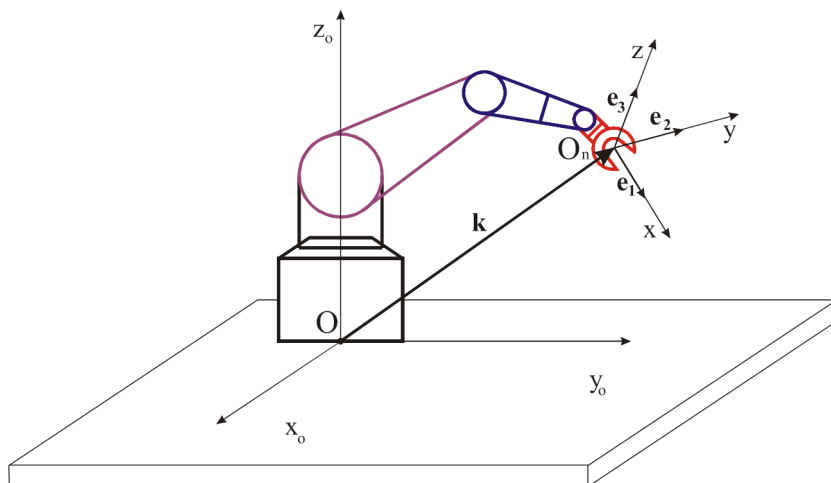
Használatuk azért célszerű, mert lehetővé teszik különböző koordináta-rendszerek viszonyának kompakt vektorleírását. Először ismerkedjünk meg a két koordináta-rendszer közötti rotációs mátrixszal. Vizsgáljuk meg a következő két koordináta-rendszert:

- ❖ nyugvó $O_{x_0y_0z_0}$ alapkoordináta-rendszert, amely a robot manipulátor alapjához van kötve, egységvektorai \mathbf{i}_0 , \mathbf{j}_0 és \mathbf{k}_0 .
- ❖ mozgó O_nxyz koordináta-rendszert, az O_n origóval, amely a robot manipulátor effektorjához kötődik, egységvektorai \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 és \mathbf{e}_3 (1.11. ábra szerint).

Legyen az álló $O_{x_0y_0z_0}$ a referencia koordináta-rendszer. Az O_n origó helyzetét a referencia koordináta-rendszerben a \mathbf{k} helyzetvektorral adjuk meg. A mozgó koordináta-rendszer orientációja a nyugvóhoz viszonyítva leírható a következő \mathbf{R} rotációs mátrixszal:

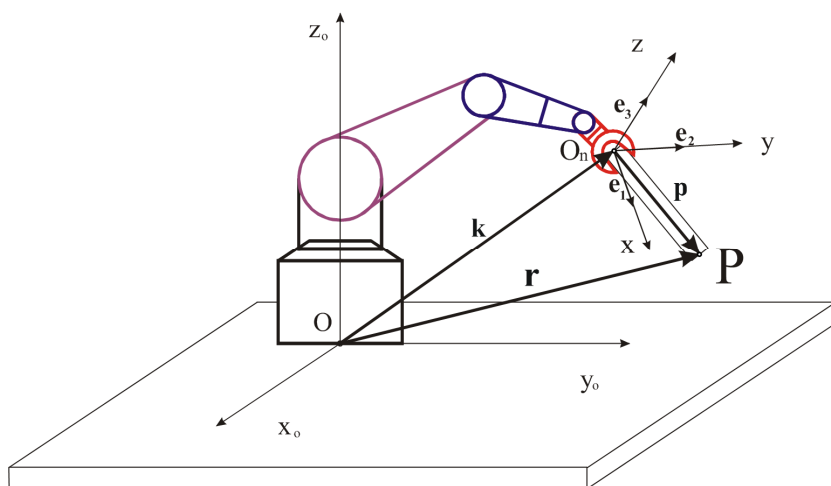
$${}^n\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Tehát a rotációs mátrix elemei tulajdonképpen az \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 és \mathbf{e}_3 egységvektoroknak az x_0, y_0, z_0 referencia koordinátákra számított vetületeivel egyeznek meg.



1.11. ábra: Nyugvó és mozgó koordinátarendszerek

Ismerve a \mathbf{p} vektort, amely meghatározza a P pont helyzetét a mozgó koordinátarendszerben, határozzuk meg a P pont helyzetét a referencia Ox_0, y_0, z_0 koordinátarendszerben az 1.12. ábra szerint:



1.12. ábra: A P pont helyzet-meghatározása

$$\mathbf{r} = \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{k} \quad (1.7)$$

Az 1.7 egyenletben:

\mathbf{r} – a P pont helyzetvektora a nyugvó Ox_0, y_0, z_0 referencia koordinátarendszerben,

\mathbf{p} - a P pont helyzetvektora a mozgó koordinátarendszerben,
 \mathbf{k} - az O_n origó helyzetvektora az nyugvó $Ox_0y_0z_0$ referencia koordinátarendszerben,
 \mathbf{R} - a két koordinátarendszer rotációs mátrixa.

Az \mathbf{r} helyzetvektort úgy írjuk fel, hogy a \mathbf{p} vektort balról megszorozzuk a \mathbf{R} rotációs mátrixszal, és az eredményhez hozzáadjuk a \mathbf{k} vektort, az O_n origó helyzetvektorát. Az (1.7) reláció skaláris alakja felírható a következőképpen:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

A kompakt felírás céljából írjuk fel a nyugvó és mozgó koordinátarendszerek közötti 4x4 típusú homogén transzformációs mátrixot a következő alakban:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} R & k \\ 000 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

vagyis a H mátrix így írható fel:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} & k_x \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} & k_y \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} & k_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Így az (1.7) reláció kompakt alakban írható fel:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{p} \quad (1.11)$$

Az 1.11 vektoregyenlet skaláris alakja így a következő:

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} & k_x \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} & k_y \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} & k_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

A homogén mátrix-transzformáció bevezetésének három jelentősége van.

- ❖ Megadja a mozgó koordinátarendszer orientációját a nyugvó koordinátarendszerhez képest.
- ❖ Megadja a mozgó koordinátarendszer origójának a pozícióját a nyugvó koordinátarendszer origójához képest.
- ❖ Ha egy adott pont koordinátáit ismerjük a mozgó koordinátarendszerben, akkor a homogén mátrix-transzformáció segítségével felírhatjuk ugyanennek a pontnak a koordinátáit a nyugvó koordinátarendszerben is.

1.2.3. Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrix

A csuklókoordináták transzformálása világkoordinátákba a Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrixszal történik. Denavit és Hartenberg ezt az eljárást 1955-ben publikálta és ezért

nevezték el együttesen Denavit–Hartenberg módszernek [1]. Az eljárás lényege az, hogy egy koordináta-rendszer két haladó és két forgó mozgással egy másikba átvihető. A robot manipulátoroknál használt Denavit–Hartenberg paraméterek: d , a távolságok és α , q szögek.

A Denavit–Hartenberg eljárás szerint az i -edik és $i+1$ -edik robotcsuklóra egy-egy derékszögű koordináta-rendszert ültetünk, a csukló tengelyének iránya a z tengely és a két egymást követő koordináta-rendszert a következő szabályok szerint határozzuk meg (1.13. ábra).

Az $i+1$ -es robotcsuklón megválasztjuk az $O_i x_i y_i z_i$ koordináta-rendszert a következő módon:

- a z_i tengely az $i+1$ -edik csukló irányában fekszik,
- az x_i tengely a két szemlélt csukló (i -edik és $i+1$ -edik) tengelyének közös normálisába esik és az i -edik csuklótól az $i+1$ -edik csukló felé mutat,
- az y_i tengely kielégíti a következő feltételt: $\mathbf{x}_i \times \mathbf{y}_i = \mathbf{z}_i$ - jobbszavar irányú.

Az i -edik robotcsuklón megválasztjuk az $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ koordináta-rendszert a következő módon:

- a z_{i-1} tengely az i -edik csukló irányában fekszik,
- az x_{i-1} tengely az $i-1$ -edik és i -edik csuklók tengelyének közös normálisába esik és az $i-1$ -edik csuklótól az i -edik csukló felé mutat,
- az y_{i-1} tengely kielégíti a következő feltételt: $\mathbf{x}_{i-1} \times \mathbf{y}_{i-1} = \mathbf{z}_{i-1}$ - jobbszavar irányú.

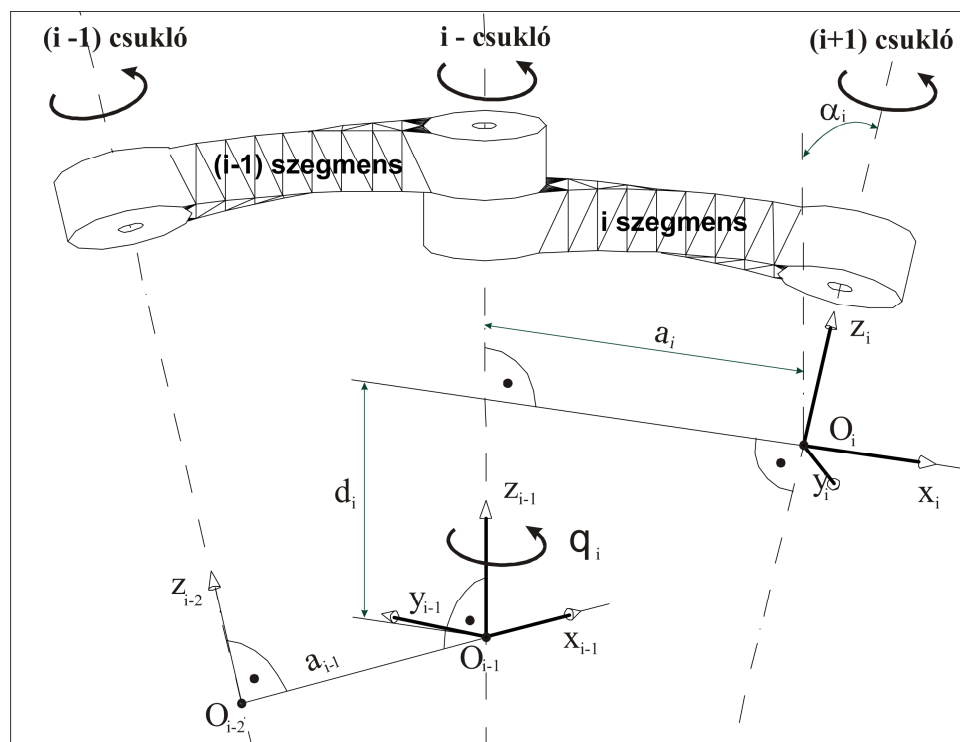
A Denavit–Hartenberg paraméterek a következők:

d_i : minden csuklótengelynek két normális van (a_{i-1} és a_i) és a normálisok közötti az i -edik csukló z_{i-1} tengelye mentén mért távolság a d_i ,

a_i : i -edik és $i+1$ -edik csukló-tengelyek közös normálisának a hossza az x_i tengelyen mérve,

α_i : i -edik csukló z_{i-1} és az $i+1$ -edik csukló z_i tengelye közötti jobbszavar irányú szög az a_i -re merőleges síkban.

q_i : csuklókoordináta, rotációs csukló esetében az x_{i-1} és x_i tengelyek között bezárt jobbszavar irányú szög nagysága.



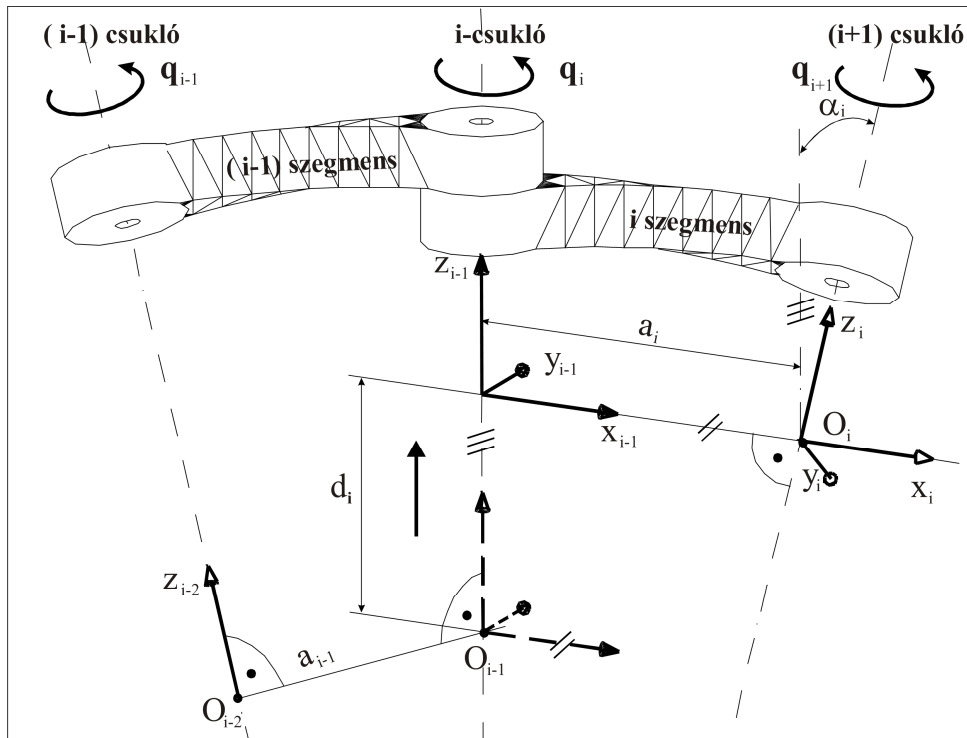
1.13. ábra: Derékszögű koordináta-rendszerek helyzete a Denavit–Hartenberg-eljárás szerint és a q_i forgatás

Denavit–Hartenberg-eljárás szerint felvitt két szomszédos derékszögű koordináta-rendszer $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ és $O_i x_i y_i z_i$ két haladó és két forgó mozgással egymásba átvihető (a $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordináta-rendszert átvisszük a $O_i x_i y_i z_i$ -re) a következő lépések szerint:

Először a $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordináta-rendszert elforgatjuk q_i szöggel a z_{i-1} körül amíg az x_{i-1} párhuzamos lesz az x_i -vel. (1.13. ábra): Az így elvégzett forgatás a következő homogén koordináta-transzformációs mátrixszal írható le (leolvasható a 1.13. ábráról):

$$\mathbf{D}(q_i) = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & 0 & 0 \\ \sin q_i & \cos q_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Másodszor következék d_i transláció a z_{i-1} mentén, a z_{i-1} és x_i metszéspontjáig (1.14. ábra), így az x_{i-1} egybeesik az x_i -vel:



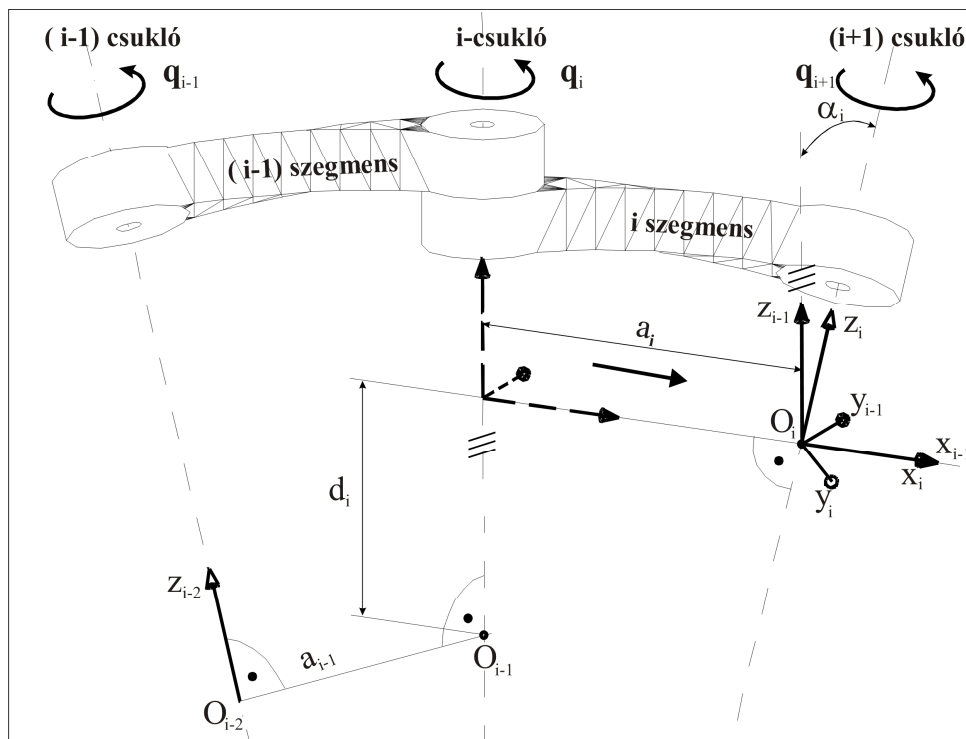
1.14. ábra: Az elforgatott $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordináta-rendszer d_i translációja

Az így elvégzett transláció a következő homogén koordináta-transzformációs mátrixszal írható le (leolvasható az 1.14. ábráról):

$$\mathbf{D}(d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Harmadszor következék a_i transláció x_i mentén az O_i origóig (1.15. ábra), így a koordinátarendszerek origója fedésbe kerül.

Az így elvégzett transláció a következő homogén koordináta-transzformációs mátrixszal írható le (leolvasható az 1.15. ábráról):



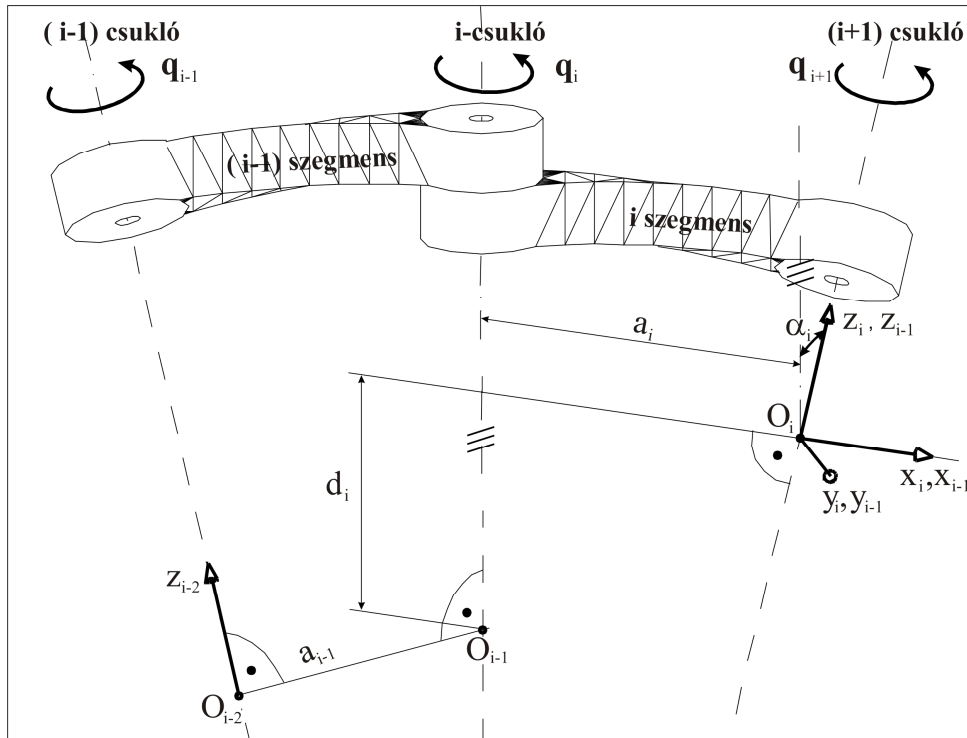
1.15. ábra: Az elforgatott és elmozdult $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordinátarendszer a_i translációja

$$\mathbf{D}(a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Negyedszer α_i jobbszavar irányú elfordulás az x_i körül, hogy a y_{i-1} , y_i és z_{i-1} , z_i tengelyek is fedésbe kerüljenek (1.16. ábra).

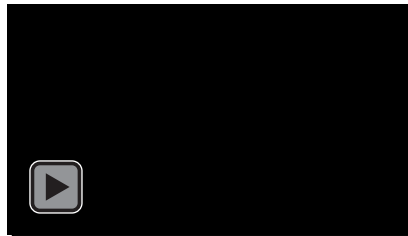
Az így elvégzett rotáció a következő homogén koordináta-transzformációs mátrixszal írható le (leolvasható az 1.16. ábráról):

$$\mathbf{D}(\alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$



1.16. ábra: A koordinárendszer α_i forgatása

A következő animáció szemléltetesen bemutatja a derékszögű koordinárendszer felvitelét a szegmens két csuklójára valamint a Denavit–Hartenberg-elv két forgó és két haladó mozgását a megfelelő koordináta-transzformációs mátrixokkal:



1.1. animáció: Denavit–Hartenberg-elv

A felsorolt négy mozgás a következő alakú Denavit–Hartenberg transzformációs mátrixban foglalható össze:

$${}^{i-1}\mathbf{D}_i = \mathbf{D}(q_i) \mathbf{D}(d_i) \mathbf{D}(a_i) \mathbf{D}(\alpha_i) \quad (1.17)$$

Behelyettesítve (1.13), (1.14), (1.15) és (1.16) mátrixokat a 1.17-be, elvégezve a mátrixszorzást megkapjuk a következő alakú Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrixot a két egymást követő rotációs csuklóra rögzített koordinárendszer esetén:

$${}^{i-1}\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i \cos \alpha_i & \sin q_i \sin \alpha_i & a_i \cos q_i \\ \sin q_i & \cos q_i \cos \alpha_i & -\cos q_i \sin \alpha_i & a_i \sin q_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Transzlációs csuklók esetében a koordináta-rendszereket úgy választjuk meg, hogy $a_i = 0$, a d_i hossz q_i lesz, ami pedig a rotációs csuklónál a q_i forgásszög, az most θ_i paraméter lesz, vagyis:

$$a_i = 0, \quad d_i = q_i, \quad q_i = \theta_i$$

Így a Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrix a transzlációs csuklók esetén:

$${}^{i-1}\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Miután tehát minden egymást követő koordináta-rendszer esetében (a fenti eljárás szerint) meghatároztuk a Denavit–Hartenberg (D-H) féle transzformációs-mátrixot, akkor a robot manipulátor platformjához kötött álló koordináta-rendszer és az effektorhoz kötött mozgó koordináta-rendszer közötti D-H féle homogén transzformációs-mátrixot, a két egymást követő koordináta-rendszerek D-H mátrixainak szorzata adja.

$${}^0\mathbf{T}_n = {}^0\mathbf{D}_1 {}^1\mathbf{D}_2 {}^2\mathbf{D}_3 \dots {}^{n-2}\mathbf{D}_{n-1} {}^{n-1}\mathbf{D}_n \quad (1.20)$$

A robot manipulátor csuklók összes D-H mátrixának összeszorzásával ismét egy 4x4 – es mátrixot kapunk, amely az effektor TCP pontjának:

Tool Center Point – szerszámközpont

a pozícióját és az effektor orientációját adja meg. Ugyanis a ${}^0\mathbf{T}_n$ mátrix első három sora és oszlopa a robot manipulátor platformhoz kötött álló és az effektorhoz kötött mozgó koordináta-rendszerek közötti rotációs mátrixot, a ${}^0\mathbf{T}_n$ mátrix negyedik oszlopa az effektor szerszámközpontjának (TCP - Tool Center Point) a nyugvó koordináta-rendszerben lévő koordinátáit határozza meg.

Amikor a robotmanipulátor-csuklóknál rögzítjük a megfelelő koordináta-rendszereket és meghatározzuk a D-H paramétereket:

$$\alpha_i, a_i, d_i, q_i \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

akkor a homogén transzformációs-mátrixok (1.18) csak a csuklókoordináták q_i függvényeivé válnak. Tehát ha a robot manipulátornál meghatározzuk a mátrix numerikus alakját, akkor abból kiolvashatjuk az:

- ❖ effektor TCP szerszámközpontjának a pozícióját és a
- ❖ három módosított Euler szöveget, így tulajdonképpen meghatározzuk a robot manipulátor világkoordinátáit.

$${}^0\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} & x \\ {}^0\mathbf{R}_n & y \\ & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Megállapítható tehát, hogy:

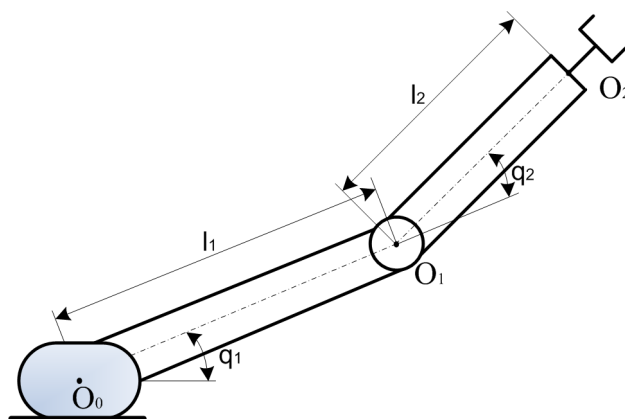
- a három módosított Euler szög ψ , θ , φ és
- az effektor TCP pontjának a x, y, z pozícióját meghatározva, megoldottuk a direkt kinematikai feladatot.

A 0T_n mátrix meghatározása tehát a csuklókoordináták vektorának ismeretében, a direkt kinematikai feladat megoldásának az alapja.

Megjegyezhető, hogy a módosított Euler szögek kiszámítása a 0T_n mátrixból nem függ a robot manipulátor típusától!

A Denavit–Hartenberg transzformációs mátrix (1.18) alkalmazását a következő 3 példán mutatjuk be.

DH feladat 1: A 1.17. ábrán látható síkmozgást végző 2 csuklós és 2 szegmensű robot manipulátor esetében határozzuk meg a Denavit–Hartenberg paramétereket, írjuk fel a Denavit–Hartenberg paraméterek táblázatát, az egyes DH-mátrixokat, a D-H féle homogén transzformációs-mátrixot, valamint írjuk fel az O_2 (x_2, y_2, z_2) pont koordinátáit.

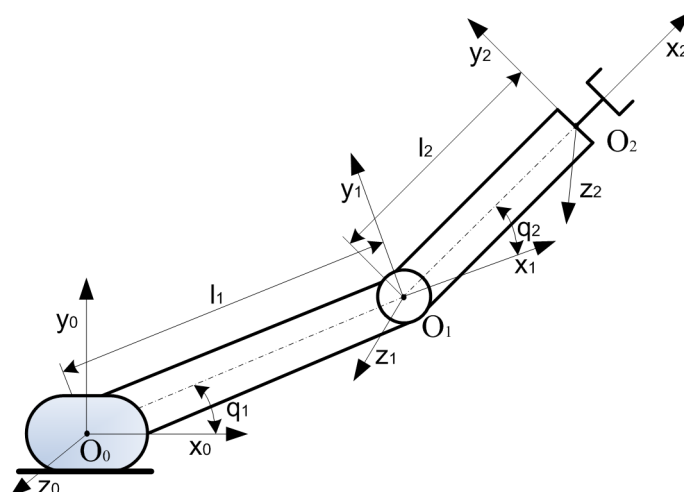


1.17. ábra: 2 csuklós és 2 szegmensű robot manipulátor vázlatja

Az [1.2.3 fejezetben](#) leírt szabályok szerint a robotcsuklóra egy-egy derékszögű koordináta-rendszert ültetünk (1.18. ábra). Az O_0 pontban, első csukló, berajzoljuk az $O_0x_0y_0z_0$ koordináta-rendszert. A második robotcsuklón megválasztjuk az $O_1x_1y_1z_1$ koordináta-rendszert a következő módon:

- a z_1 tengely a második robotcsukló irányában fekszik,
- az x_1 tengely a két szemlélt csukló (első és második) tengelyének közös normálisába esik és az első csuklótól a második csukló felé mutat,
- az y_1 tengely kielégíti a következő feltételt: $\mathbf{x}_1 \times \mathbf{y}_1 = \mathbf{z}_1$ – jobbsavár irányú.
- az O_2 pontban megválasztjuk az $O_2x_2y_2z_2$ koordináta-rendszert a következő módon:
 - a z_2 tengely merőleges a robotmozgás síkjára,
 - az x_2 tengely a második csuklótól az O_2 pont felé mutat,
 - az y_2 tengely kielégíti a következő feltételt: $\mathbf{x}_2 \times \mathbf{y}_2 = \mathbf{z}_2$ – jobbsavár irányú.

Mivel a z_0, z_1 és z_2 tengelyek párhuzamosak egymással, így az $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$. A koordináta-rendszerek origói közös síkban helyezkednek el és nincs elmozdulás a csuklótengelyek irányába következik, hogy a d_i paraméterek értéke: $d_1 = d_2 = 0$.



1.18. ábra: A robot manipulátor koordinátái

Áttanulmányozva az 1.18. ábrát leolvassuk a feladat q_i , a_i , d_i és α_i Denavit–Hartenberg paramétereit. A leolvasott paramétereket a következő táblázatba mutatjuk be:

Szegmens	q_i	a_i	d_i	α_i
1	q_1	l_1	0	0
2	q_2	l_2	0	0

1.1. táblázat: A feladat Denavit–Hartenberg paramétereit

A Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrixokat rotációs csuklók esetében az 1.18 mátrix alkalmazásával írhatjuk fel. Az 1-es számú szegmens paramétereinek (a táblázat második sora) behelyettesítése után az 1.18-as mátrixba felírható a következő Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrix:

$${}^0\mathbf{D}_1(q_1) = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & l_1 \cos q_1 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & l_1 \sin q_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A 2-es számú szegmens paramétereinek (a táblázat harmadik sora) behelyettesítése után az 1.18-as mátrixba következnek:

$${}^1\mathbf{D}_2(q_2) = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & l_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & l_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

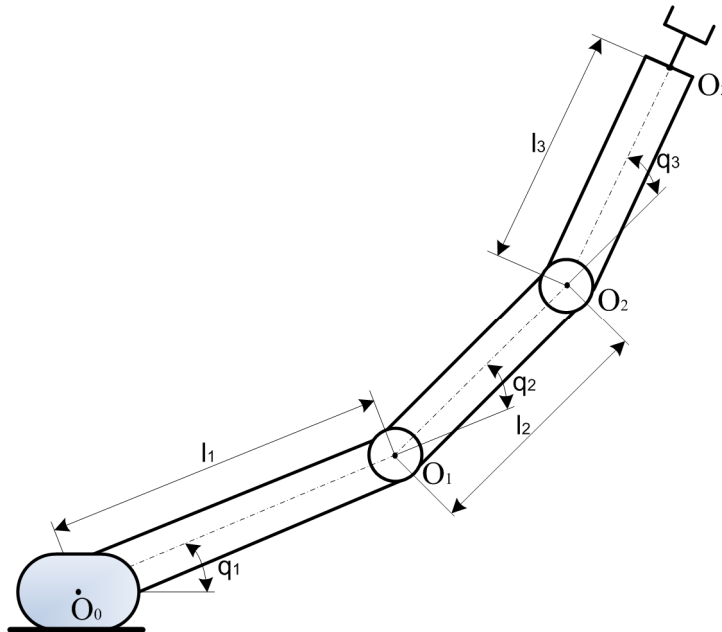
Így a síkmozgást végző 2 csuklós és 2 szegmensű robot manipulátor D-H féle homogén transzformációs-mátrixa felírható a következőképpen:

$${}^0\mathbf{T}_2 = {}^0\mathbf{D}_1 {}^1\mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} \cos(q_1 + q_2) & -\sin(q_1 + q_2) & 0 & l_1 \cos q_1 + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2) \\ \sin(q_1 + q_2) & \cos(q_1 + q_2) & 0 & l_1 \sin q_1 + l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mivel a ${}^0\mathbf{T}_2$ mátrix negyedik oszlopa az O_2 pont koordinátáit határozza meg, a koordinátákat egyszerűen leolvashatjuk felírható:

$$\begin{aligned} O_{2x} &= l_1 \cos q_1 + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2) \\ O_{2y} &= l_1 \sin q_1 + l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2) \\ O_{2z} &= 0 \end{aligned}$$

DH feladat 2: Az 1.19. ábrán látható síkmozgást végző 3 csuklós és 3 szegmensű robot manipulátor esetében határozzuk meg a Denavit–Hartenberg paramétereket, írjuk fel a Denavit–Hartenberg paraméterek táblázatát, az egyes DH-mátrixokat, a D-H féle homogén transzformációs-mátrixot, írjuk fel az O_3 (x_3, y_3, z_3) pont koordinátáit.



1.19. ábra: 3 csuklós és 3 szegmensű robot manipulátor vázlatja

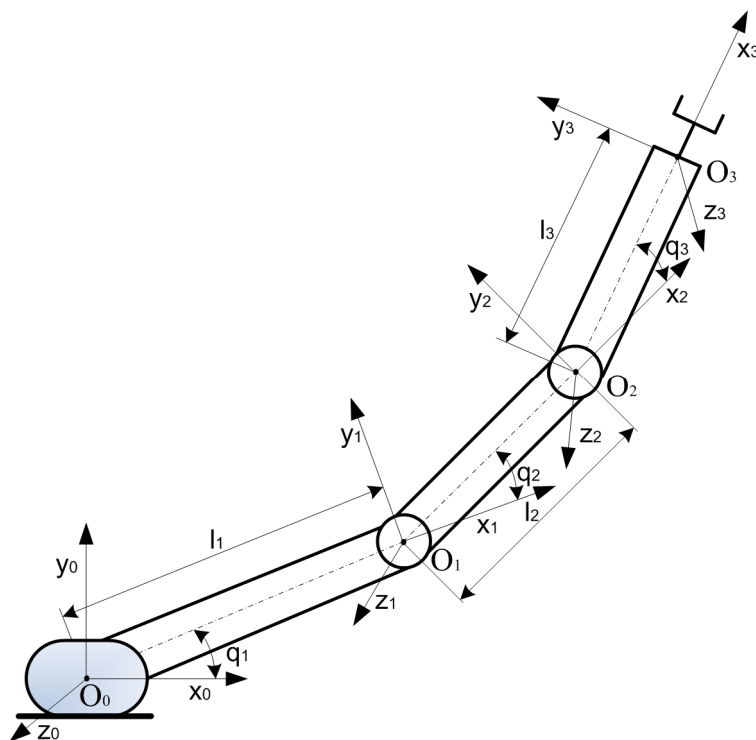
Az [1.2.3 fejezetben](#) leírt szabályok szerint a robotcsuklókra egy-egy derékszögű koordináta-rendszert ültetünk (1.20. ábra). Az első robotcsuklóban, berajzoljuk az O_0 x_0 y_0 z_0 koordináta-rendszert.

A második robotcsuklón megválasztjuk az O_1 x_1 y_1 z_1 koordináta-rendszert a következő módon: a z_1 tengely a második robotcsukló irányában fekszik, az x_1 tengely a két szemlélt robotcsukló (első és második) tengelyének közös normálisába esik és az első robotcsuklótól a második robotcsukló felé mutat, az y_1 tengely kielégíti a következő feltételt: $\mathbf{x}_1 \times \mathbf{y}_1 = \mathbf{z}_1$ - jobbsavár irányú.

A harmadik robotcsuklóban megválasztjuk az O_2 x_2 y_2 z_2 koordináta-rendszert a következő módon: a z_2 tengely a harmadik csukló irányában fekszik, az x_2 tengely a két szemlélt robotcsukló (második és harmadik) tengelyének közös normálisába esik és a második robotcsuklótól a harmadik robotcsukló felé mutat, az y_2 tengely kielégíti a következő feltételt: $\mathbf{x}_2 \times \mathbf{y}_2 = \mathbf{z}_2$ - jobbsavár irányú.

Az O_3 pontban megválasztjuk az $O_3 x_3 y_3 z_3$ koordinátarendszert a következő módon: a z_3 tengely merőleges a robotmozgás síkjára, az x_3 tengely a harmadik csuklótól az O_2 pont felé mutat, az y_3 tengely kielégíti a következő feltételt: $x_3 \times y_3 = z_3$ - jobbsavar irányú.

Mivel a z_0, z_1, z_2 és z_3 tengelyek párhuzamosak egymással így az $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. A koordináta rendszerek origói közös síkban helyezkednek el és nincs elmozdulás a csuklótengelyek irányába következik, hogy a d_i paraméterek értéke: $d_1 = d_2 = d_3 = 0$.



1.20. ábra: A robot manipulátor koordinátái

Áttanulmányozva az 1.20. ábrát leolvassuk a feladat q_i, a_i, d_i és α_i Denavit–Hartenberg paramétereit. A leolvasott paramétereket a következő táblázatba mutatjuk be:

Szegmens	q_i	a_i	d_i	α_i
1	q_1	l_1	0	0
2	q_2	l_2	0	0
3	q_3	l_3	0	0

1.2. táblázat: A feladat Denavit–Hartenberg paramétereit

A Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrixokat rotációs csuklók esetében az 1.18 mátrix alkalmazásával írhatjuk fel. Az első szegmens paramétereinek (a táblázat második sora) behelyettesítése után az 1.18-as mátrixba felírható a következő Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrix:

$${}^0D_1(q_1) = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & l_1 \cos q_1 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & l_1 \sin q_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A második szegmens paramétereinek (a táblázat harmadik sora) behelyettesítése után az 1.18-as mátrixba következnek:

$${}^1\mathbf{D}_2(q_2) = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & l_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & l_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A harmadik szegmens paramétereinek (a táblázat negyedik sora) behelyettesítése után az 1.18-as mátrixba következnek:

$${}^2\mathbf{D}_3(q_3) = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\sin q_3 & 0 & l_3 \cos q_3 \\ \sin q_3 & \cos q_3 & 0 & l_3 \sin q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Így a síkmozgást végző 4 csuklós és 3 szegmensű robot manipulátor D-H féle homogén transzformációs-mátrixa felírható a következőképpen:

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{T}_3 &= {}^0\mathbf{D}_1 {}^1\mathbf{D}_2 {}^2\mathbf{D}_3 = \\ &= \\ &= \begin{bmatrix} \cos(q_1 + q_2 + q_3) & -\sin(q_1 + q_2 + q_3) & 0 & l_1 \cos q_1 + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3) \\ \sin(q_1 + q_2 + q_3) & \cos(q_1 + q_2 + q_3) & 0 & l_1 \sin q_1 + l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

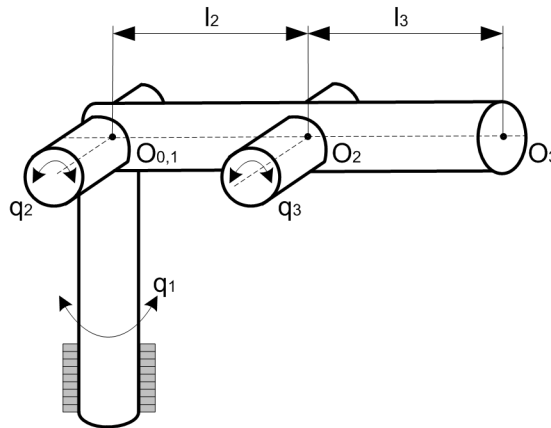
Mivel a ${}^0\mathbf{T}_3$ mátrix negyedik oszlopa az O_3 pont koordinátáit határozza meg, a koordinátákat egyszerűen leolvassuk felírhatjuk az O_3 pont koordinátái a következőképpen:

$$O_{3x} = l_1 \cos q_1 + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2) + l_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3)$$

$$O_{3y} = l_1 \sin q_1 + l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2) + l_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3)$$

$$O_{3z} = 0$$

DH feladat 3: Az 1.21. ábrán látható 3 csuklós és 3 szegmensű robot manipulátor esetében határozzuk meg a Denavit–Hartenberg paramétereket, írjuk fel a Denavit–Hartenberg paraméterek táblázatát, az egyes DH-mátrixokat, a D-H féle homogén transzformációs-mátrixot, írjuk fel az O_3 (x_3, y_3, z_3) pont koordinátáit.



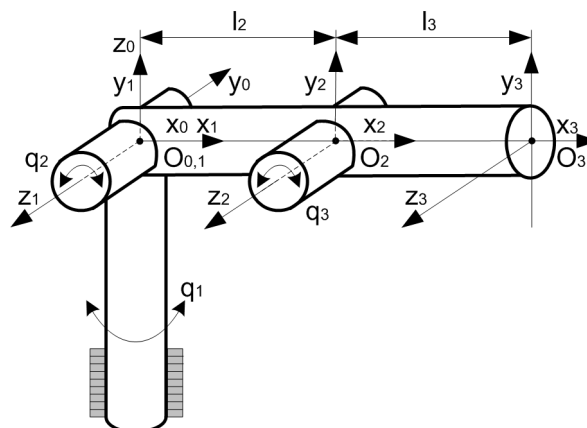
1.21. ábra: 3 csuklós és 3 szegmensű robot manipulátor vázlatja

Az [1.2.3. fejezetben](#) leírt szabályok szerint a robotcsuklókra egy-egy derékszögű koordináta-rendszert ültetünk (1.22. ábra). Az első és a második csukló tengelyvonalainak a metszetében berajzoljuk az $O_0x_0y_0z_0$ koordináta-rendszert. Mivel az első és a második csukló tengelyvonalai merőlegesek egymásra, megállapítható, hogy az α_1 jobbsavár irányú forgatás szöge – forgatás az x_0 tengely körül: $\pi/2$ rad. Nagyon fontos megjegyezni, hogy vigyázni kell az előjelre is (ez esetben az előjel pozitív). Így az O_0 és az O_1 origók egybevágóak és berajzoljuk az x_1 és y_1 tengelyeket is.

A harmadik csuklóban megválasztjuk az $O_2x_2y_2z_2$ koordináta-rendszert a következő módon: a z_2 tengely az 3-as csukló irányában fekszik és párhuzamos a z_1 tengellyel, így az $\alpha_2=0$. Az x_2 tengely a két szemlélt robotcsukló (2-es és 3-es) tengelyének közös normálisába esik és a 2-es csuklótól a 3-es csukló felé mutat, az y_2 tengely kielégíti a következő feltételt: $x_2 \times y_2 = z_2$ - jobbsavár irányú.

Az O_3 pontban megválasztjuk az $O_3x_3y_3z_3$ koordináta-rendszert a következő módon: a z_3 tengely párhuzamos a z_2 tengellyel, így az $\alpha_3=0$, az x_3 tengely a harmadik csuklótól az O_3 pont felé mutat, az y_3 tengely kielégíti a következő feltételt: $x_3 \times y_3 = z_3$ - jobbsavár irányú.

Mivel a koordináta-rendszerek origói közös tengelyen helyezkednek el és nincs elmozdulás a robotcsukló tengelyek irányába következik, hogy a d_i paraméterek értéke: $d_1=d_2=d_3=0$.



1.22. ábra: A robot manipulátor koordinátái

Áttanulmányozva az 1.22 ábrát leolvassuk a feladat q_i , a_i , d_i és α_i Denavit–Hartenberg paramétereit. A leolvasott paramétereket táblázatba írjuk:

Szegmens	q_i	a_i	d_i	α_i
1	q_1	0	0	$\pi/2$
2	q_2	l_2	0	0
3	q_3	l_3	0	0

1.3. táblázat: A feladat Denavit–Hartenberg paramétereit

A Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrixokat rotációs csuklók esetében az 1.18 mátrix alkalmazásával írhatjuk fel. Az 1-es számú szegmens paramétereinek (a táblázat második sora) behelyettesítése után az 1.18-as mátrixba felírható a következő Denavit–Hartenberg féle transzformációs mátrix:

$${}^0\mathbf{D}_1(q_1) = \begin{bmatrix} \cos q_1 & 0 & \sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & 0 & -\cos q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A 2-es számú szegmens paramétereinek (a táblázat harmadik sora) behelyettesítése után az 1.18-as mátrixba következnek:

$${}^1\mathbf{D}_2(q_2) = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & l_2 \cos q_2 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & l_2 \sin q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A 3-es számú szegmens paramétereinek (a táblázat negyedik sora) behelyettesítése után az 1.18-as mátrixba következnek:

$${}^2\mathbf{D}_3(q_3) = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\sin q_3 & 0 & l_3 \cos q_3 \\ \sin q_3 & \cos q_3 & 0 & l_3 \sin q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Így a síkmozgást végző 3 csuklós és 3 szegmensű robot manipulátor D-H féle homogén transzformációs-mátrixa felírható a következőképpen:

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{T}_3 &= {}^0\mathbf{D}_1 {}^1\mathbf{D}_2 {}^2\mathbf{D}_3 = \\ &= \begin{bmatrix} \cos q_1 \cos(q_2 + q_3) & -\cos q_1 \sin(q_2 + q_3) & \sin q_1 & \cos q_1 [l_2 \cdot \cos q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3)] \\ \sin q_1 \cos(q_2 + q_3) & \sin q_1 \sin(q_2 + q_3) & -\cos q_1 & \sin q_1 [l_2 \cdot \cos q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3)] \\ \sin(q_2 + q_3) & \cos(q_2 + q_3) & 1 & l_2 \sin q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Mivel a ${}^0\mathbf{T}_3$ mátrix negyedik oszlopa az O_3 pont koordinátáit határozza meg, a koordinátákat egyszerűen leolvassuk felírható:

$$O_{3x} = \cos q_1 [l_2 \cdot \cos q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3)]$$

$$\begin{aligned}O_{3y} &= \sin q_1 [l_2 \cdot \cos q_2 + l_3 \cos(q_2 + q_3)] \\ O_{3z} &= l_2 \sin q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3)\end{aligned}$$

1.2.4. Az effektor orientációja

Robot manipulátor effektorának az orientációját a robotplatformhoz kötött nyugvó koordináta-rendszerhez viszonyítva, a módosított Euler szögekkel ψ , θ , φ határozzuk meg [14]. A továbbiakban vizsgáljuk a következő két koordináta-rendszer közötti rotációt:

- ❖ $O_{x_0y_0z_0}$ nyugvó alap koordináta-rendszer, a robot manipulátor platformjához van rögzítve és
- ❖ $O_nx_ny_nz_n$ mozgó koordináta-rendszer az O_n origóval, a robot manipulátor effektorához kötődik.

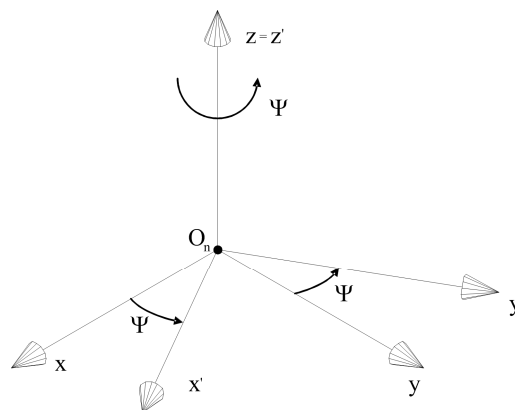
A mozgó koordináta-rendszer orientációja az nyugvóhoz viszonyítva leírható a következő rotációs mátrixszal ${}^0\mathbf{R}_n$:

$${}^0\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Az ${}^0\mathbf{R}_n$ rotációs mátrix leképezi a mozgó koordináta-rendszer koordinátáit a nyugvóba. A mozgó koordináta-rendszer rotációja a nyugvó koordináta-rendszerhez viszonyítva bemutatható a következő három rotációval.

I. első rotáció

A mozgó $O_nx_ny_nz_n$ koordináta-rendszer *első rotációja* a forgatási (Yaw) ψ szög szerint, amely az effektorhoz kötött mozgó koordináta-rendszernek az álló koordináta-rendszer z tengelye körüli szögelfordulását határozza meg (1.23. ábra).



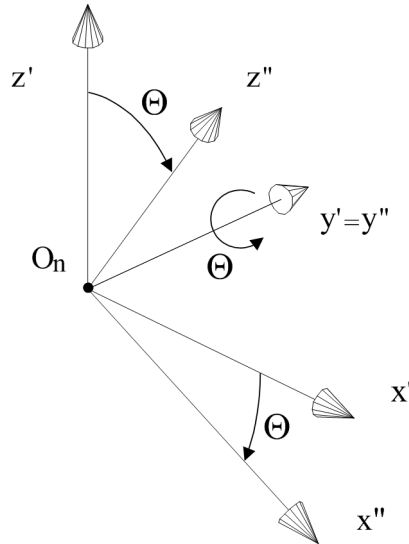
1.23. ábra: A mozgó koordináta-rendszer rotációja a forgatási ψ szög szerint

Az így elvégzett rotációnak, az 1.23. ábráról közvetlenül leolvastva, a következő formájú rotációs mátrix $\mathbf{R}(\psi)$ felel meg:

$$\mathbf{R}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

II. második rotáció

Az új helyzetbe került mozgó koordinátarendszer $O_n x_n' y_n' z_n'$ második rotációja a θ billentési (Pitch) szög szerint történik, amely az y' tengely körüli szögelfordulást határozza meg (1.24. ábra).



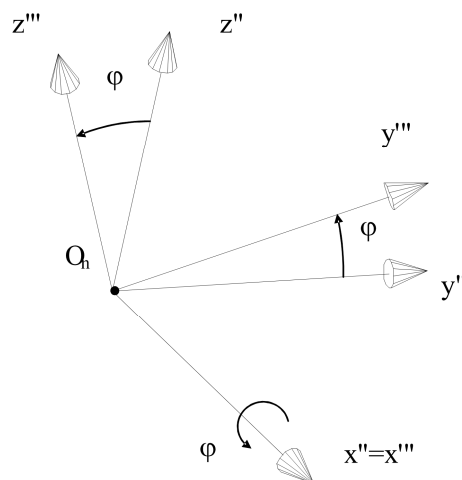
1.24. ábra: A mozgó koordinátarendszer második rotációja a billentési szög θ szerint

Az így elvégzett rotációnak, az 1.24. ábráról közvetlenül leolvastva a következő formájú rotációs mátrix $\mathbf{R}(\theta)$ felel meg:

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

III. harmadik rotáció

Az új helyzetbe került mozgó $O_n x_n'' y_n'' z_n''$ koordinátarendszer harmadik rotációja a csavarási (Roll) szög φ szerint, amely az x'' tengely körüli szögelfordulást határozza meg (1.25. ábra).



1.25. ábra: A mozgó koordinátarendszer harmadik rotációja a csavarási φ szög szerint

Az így elvégzett rotációnak, az 1.25. ábráról közvetlenül leolvastva, a következő formájú rotációs mátrix $\mathbf{R}(\varphi)$ felel meg:

$$\mathbf{R}(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

A három felsorolt rotációnak megfelel a következő transzformációs mátrixszorzat:

$${}^o\mathbf{R}_n = \mathbf{R}(\psi)\mathbf{R}(\theta)\mathbf{R}(\varphi) \quad (1.26)$$

A felírt rotációs mátrixokat (1.23), (1.24) és (1.25) behelyettesítve a (1.26) következik:

$${}^o\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

A mátrix szorzásokat elvégezve, felírható:

$${}^o\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi & \cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi & \sin \psi \sin \theta \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

Figyelembe véve a 1.22 következik:

$$\begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi & \cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi & \sin \psi \sin \theta \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

A (1.29) mátrixegyenlet egyes elemeit egyenlővé téve, felírható:

$$e_{1x} = \cos \psi \cos \theta \quad (1.30)$$

$$e_{1y} = \sin \psi \cos \theta \quad (1.31)$$

$$e_{1z} = -\sin \theta \quad (1.32)$$

$$e_{2x} = \cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi \quad (1.33)$$

$$e_{2y} = \sin \psi \sin \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \quad (1.34)$$

$$e_{2z} = \cos \theta \sin \varphi \quad (1.35)$$

$$e_{3x} = \cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \quad (1.36)$$

$$e_{3y} = \sin \psi \sin \theta \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi \quad (1.37)$$

$$e_{3z} = \cos \theta \cos \varphi \quad (1.38)$$

Így 9 egyenletből álló egyenletrendszeret kaptunk, amely 3 ismeretlent tartalmaz ψ , θ és φ , mivel az 0R_n mátrix ortogonális, ezek az egyenletek nem függetlenek egymástól. A ψ , θ és φ szögeket a következő módon határozhatjuk meg [14].

- a. Szorozzuk meg az (1.30) egyenlet mindkét oldalát $\sin\psi$ -vel és az (1.31) egyenlet mindkét oldalát $\cos\psi$ -vel, majd felírható a következő kivonási művelet:

$$e_{1x}\sin\psi - e_{1y}\cos\psi = 0 \quad (1.39)$$

ahonnan kiszámítható a ψ szög nagysága:

$$\psi = \arctg \frac{e_{1y}}{e_{1x}} + 2k\pi \quad (1.40)$$

- b. Szorozzuk meg az (1.30) egyenlet mindkét oldalát $\cos\psi$ -vel és az (1.31) egyenlet mindkét oldalát $\sin\psi$ -vel, majd az összeadási művelet felírható a következőképpen:

$$e_{1x}\cos\psi + e_{1y}\sin\psi = \cos\theta \quad (1.41)$$

Az (1.41) egyenlet az (1.32) egyenlettel együtt lehetővé teszi a θ szög kiszámítását:

$$\theta = \arctg \left[\frac{-e_{1z}}{e_{1x}\cos\psi + e_{1y}\sin\psi} \right] + 2k\pi \quad (1.42)$$

- c. Szorozzuk meg az (1.35) egyenlet mindkét oldalát $\cos\varphi$ -vel és (1.38) egyenlet mindkét oldalát $\sin\varphi$ -vel, így a kivonási művelet felírható a következőképpen:

$$e_{2z}\cos\varphi - e_{3z}\sin\varphi = 0 \quad (1.43)$$

$$\varphi = \arctg \frac{e_{2z}}{e_{3z}} + 2k\pi \quad (1.44)$$

A ψ , θ és φ szögeket többféle módon határozhatjuk meg. A szögek számításánál numerikus problémák jelentkezhetnek, ha az (1.40), (1.42) és (1.44) relációkban a nevezők kis értékűek. Ez megfelelő numerikus eljárással kiküszöbölhető. Az egyetlen szinguláris eset akkor jelentkezik, ha a $\theta = \pm \pi/2$, vagyis: $e_{1x} = e_{1y} = e_{2z} = e_{3z} = 0$. Ekkor az (1.40) egyenlet nem oldható meg, ezért a ψ szög értéket tetszőlegesen választjuk meg. Az ilyen ψ szög ismeretében a φ szöveget a következő módon számítjuk ki:

$$\varphi = \arctg \frac{-e_{2x}}{e_{2y}} - \psi + 2k\pi \quad \text{ha a } \theta = -\pi/2 \quad (1.45)$$

$$\varphi = \arctg \frac{e_{2x}}{e_{2y}} + \psi + 2k\pi \quad \text{ha a } \theta = \pi/2$$

Az (1.40), (1.42), (1.44) és (1.45) relációkban a k értéket úgy határozzuk meg, hogy a direkt kinematikai feladat megoldásánál figyelembe vesszük a világkoordináták két pont közötti minimális változását (mivel a robotmanipulátor folyamatos mozgásának a világkoordináták

folyamatos változása felel meg). Az effektor orientáció meghatározását a ψ , θ és φ szögek kiszámításával (az (1.40), (1.42) és (1.44) relációkból), befejezettnek tekintjük.

Az effektor TCP szerszámközpontjának:

- ❖ a Descartes féle derékszögű koordinátáinak (pozicionálás) és a
- ❖ három módosított Euler-féle szögeinek (orientáció) meghatározásával a direkt kinematikai feladatot teljességben megoldottnak tekintjük.

1.3. Inverz kinematikai feladat

1.3.1. Bevezetés

A továbbiakban bemutatjuk az inverz kinematikai feladat analitikus és numerikus megoldását valamint a Jacobi-mátrix fogalmát.

A csuklókoordináták \mathbf{q} vektorának meghatározása az \mathbf{s} világkoordináták vektorának ismeretében az *inverz kinematikai feladat*, amely a következő módon írható le:

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{s}) \quad (1.46)$$

Akkor alkalmazzuk, amikor a feladatnál az effektor pályája világkoordinátákban van megadva és a robotvezérléshez a csuklókoordinátákra van szükségünk. Amikor tehát ismerjük az effektor TCP pontjának a világkoordinátáit (x, y, z) és az orientációját $(\psi, \theta$ és $\varphi)$, akkor tulajdonképpen meghatároztuk a homogén mátrix-transzformációt a nyugvó- és mozgó koordináta-rendszerek között, így az inverz kinematikai feladat felírható:

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}^{-1}({}^0\mathbf{T}_n) \quad (1.47)$$

Az inverz kinematikai feladat, mivel nagyszámú nemlineáris trigonometriai egyenlet megoldását feltételezi (a csuklókoordináták és a világkoordináták közötti összefüggés nemlineáris), sokkal összetettebb, mint a direkt kinematikai feladat. Az \mathbf{s} világkoordináták visszatranszformálása a \mathbf{q} csuklókoordinátákba nem egyértelműen meghatározott feladat. A számítás nagymértékben függ a robotmanipulátor geometriájától és gyakran több megoldást eredményez.

Az inverz kinematikai feladatot két módon oldhatjuk meg:

- a. analitikus és
- b. numerikus

eljárások alkalmazásával. Az analitikus eljárás esetében a megoldást zárt analitikus formában kapjuk meg minden robotmanipulátor konfigurációra külön-külön. Numerikus eljárások esetében a numerikus analízis ismert módszereit alkalmazzuk.

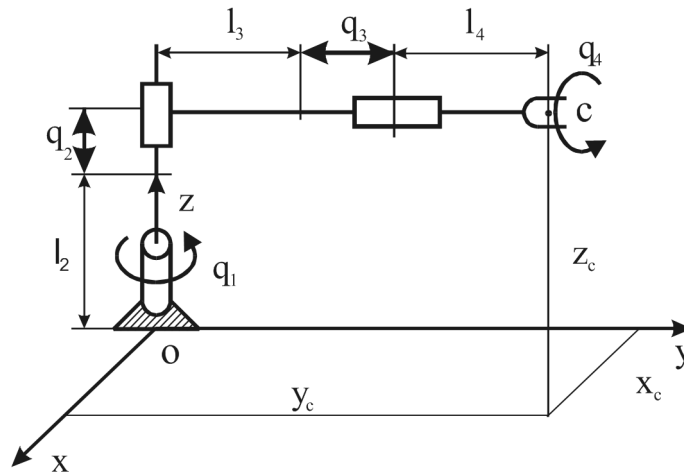
1.3.2. Inverz kinematikai feladat analitikus megoldása

Az inverz nemlineáris, folytonosan deriválható \mathbf{f} vektorfüggvény, amely leképezi a világkoordinátákat csuklókoordinátákká, egy összetett n változós függvény, így az inverz kinematikai feladat analitikus megoldása összetett feladat. Az iparban használt legtöbb robotmanipulátornál létezik analitikus megoldás az inverz kinematikai problémára.

Az analitikus megoldásnak az előnyei a numerikus eljárásokhoz viszonyítva a következők:

- Megkapjuk az összes megoldást.
- Pontos eredményeket kapunk (numerikus hibák nélkül).
- Kevesebb numerikus számítással használható, így megfelel a valós idejű számításoknál.
- Felismerhetővé teszi a szingularitásokat.

Az analitikus megoldás fő hátránya az, hogy nem írható fel tetszőleges robotkonfigurációra. Az inverz kinematikai feladat analitikus megoldását szemléltetesen bemutatjuk az 1.26. ábrán látható négy szabadságfokú hengeres robotmanipulátor esetében.



1.26. ábra: Hengeres robotmanipulátor vázlatja

A világkoordináták és a csuklókoordináták közötti összefüggés felírható a következőképpen:

$$\begin{aligned} x_c &= (l_3 + l_4 + q_4) \cos q_1 \\ y_c &= (l_3 + l_4 + q_3) \sin q_1 \\ z_c &= q_2 + l_2 \\ \varphi &= q_4 \end{aligned} \quad (1.48)$$

ahol: $\mathbf{s} = [x_c, y_c, z_c, \varphi]^T$ - a világkoordináták vektora

x_c, y_c, z_c - az effektor súlypontkoordinátái,

φ - Euler szög,

l_2, l_3, l_4 - szegmenshossz.

Az analitikus megoldást tehát felírhatjuk a következő módon:

$$\begin{aligned} q_1 &= \arctg\left(\frac{y_c}{x_c}\right) \\ q_2 &= z_c - l_2 \\ q_3 &= (x_c^2 + y_c^2)^{0.5} - l_3 - l_4 \\ q_4 &= \varphi \end{aligned} \quad (1.49)$$

Így meghatároztuk a világkoordinátáknak megfelelő csuklókoordinátákat.

1.3.3. Inverz kinematikai feladat numerikus megoldása

Az inverz kinematikai feladatok megoldásánál a numerikus matematika eljárásait használjuk fel.

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{s}, \mathbf{q}^0) \quad (1.50)$$

A legelterjedtebb a Newton módszer használata. Deriváljuk a robotmanipulátor világ- és csuklókoordinátái közötti összefüggést:

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \mathbf{f}(\mathbf{q}) \\ \dot{\mathbf{s}} &= \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right) \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (1.51)$$

Ahol az úgynevezett Jacobi-mátrix:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \quad (1.52)$$

Így az 1.51. kifejezés felírható:

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (1.53)$$

Az (1.53) reláció a világkoordináták sebességvektora és a csuklókoordináták sebességvektora közötti összefüggést határozza meg. Ha ismerjük a világkoordináták sebességvektorát, akkor a csuklókoordináták sebességvektora a következő módon számítható ki:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{s}} \quad (1.54)$$

Mivel a nemredundáns robotmanipulátoroknál a Jacobi-mátrix kvadrátikus, az inverz mátrixa meghatározható [14].

1.3.4. Jacobi-mátrix meghatározása

Inverz kinematikai feladat numerikus megoldása megköveteli a Jacobi-mátrix \mathbf{J} és az inverz Jacobi-mátrix \mathbf{J}^{-1} ismeretét. A Jacobi-mátrix összeköti:

- a világkoordináták és a csuklókoordináták sebességvektorait,
- az effektorra ható erőket és a terhelő erőkből adódó csuklónyomatékokat.

Jacobi-mátrix függ a világkoordináták vektorának a típusától és nagy jelentősége van a robotmanipulátor pályatervezésénél.

A Jacobi-mátrix meghatározását az 1.17. ábrán látható síkmozgást végző 2 csuklós és 2 szegmensű robotmanipulátor esetében mutatjuk be. Az 1.18. ábra alapján az O_2 pont koordinátái:

$$x_{O_2} = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \quad (1.55)$$

$$y_{O_2} = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2)$$

Deriváljuk idő szerint mindkét egyenletet:

$$\dot{x}_{O_2} = -l_1 \dot{q}_1 \sin q_1 - l_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_1 + q_2) \quad (1.56)$$

$$\dot{y}_{o_2} = l_1 \dot{q}_1 \cos q_1 + l_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_1 + q_2)$$

A fenti kifejezéseket a következő alakban írjuk fel:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{o_2} \\ \dot{y}_{o_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

Összehasonlítva az (1.53) és (1.57) kifejezéseket a Jacobi-mátrix a következő:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

A Jacobi-mátrix meghatározását az 1.26. ábrán látható hengeres robotmanipulátor példájánál is bemutatjuk. Deriváljuk a világkoordináták és a csuklókoordináták közötti (1.48) összefüggést:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= -(l_3 + l_4 + q_3) \dot{q}_1 \sin q_1 + \dot{q}_3 \cos q_1 \\ \dot{y}_c &= (l_3 + l_4 + q_3) \dot{q}_1 \cos q_1 + \dot{q}_3 \sin q_1 \\ \dot{z}_c &= \dot{q}_2 \\ \dot{\phi} &= \dot{q}_4 \end{aligned} \quad (1.58)$$

A fenti kifejezéseket a következő alakban is felírhatjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{z}_c \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_3 + l_4 + q_3) \sin q_1 & 0 & \cos q_1 & 0 \\ (l_3 + l_4 + q_3) \cos q_1 & 0 & \sin q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} \quad (1.59)$$

Összehasonlítva az (1.53) és (1.59) kifejezéseket a Jacobi-mátrix felírható a következő módon:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -(l_3 + l_4 + q_3) \sin q_1 & 0 & \cos q_1 & 0 \\ (l_3 + l_4 + q_3) \cos q_1 & 0 & \sin q_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.60)$$

1.4. Robot manipulátorok pályatervezése

1.4.1. Bevezetés

Robotmanipulátorok pályatervezése magába foglalja a pályatervezést világ- és csuklókoordinátákban. Robotmanipulátorok pályatervezésének kettős célja lehet:

- ❖ Az effektor mozgását meghatározó pontok pozíciójának a megadása.
- ❖ Az adott pontok közötti pályameghatározás.

A pályatervezési feladat a robotmanipulátor munkafolyamatától függ [14]. A pályatervezési feladatot skalárértékű időfüggvények tervezési feladatára vezetjük vissza és elvégezhetjük:

- ❖ csuklókoordinátákban és
- ❖ világkoordinátákban.

A robotirányítási algoritmusok a pálya ismerete mellett megkövetelik a pálya menti sebességek, gyorsulások, szögsebességek és szöggyorsulások ismeretét is.

A pályatervezési feladatot elvégezhetjük:

- ❖ Off-line vagyis a robotmanipulátor tanítási fázisában és
- ❖ On-line, valós időben.

1.4.2. Pályatervezés világkoordinátákban

Két adott pont (A és B) közötti pályatervezés világkoordinátákban τ idő alatt elvégezhető a következő módon:

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{s}^A + \lambda(t)(\mathbf{s}^B - \mathbf{s}^A) \quad 0 \leq t \leq \tau \quad (1.61)$$

ahol az integrálási folyamat közben szükséges az inverz kinematikai feladat megoldása. Az (1.61) kifejezésben a $\lambda(t)$ függvény az effektor sebességtörvényszerűségét határozza meg, amely különböző típusú lehet: háromszög, trapéz, parabola, ciklois stb. alakú.

Amikor sikeresen elvégeztük a pályatervezést a világkoordinátákban, akkor meg kell oldani a pályatervezést csuklókoordinátákban is. E feladat három módon oldható meg:

- a. Az inverz kinematikai feladat megoldásával.
- b. Az (1.54) reláció segítségével és
- c. Az (1.53) reláció felhasználásával.

Deriváljuk az (1.53) kifejezést:

$$\ddot{\mathbf{s}} = \mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}^2 \quad (1.62)$$

ahonnan következik:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \left(\ddot{\mathbf{s}} - \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}}^2 \right) \quad (1.63)$$

1.4.3. Pályatervezés csuklókoordinátákban

Amikor a pályatervezést csuklókoordinátákban szükséges elvégezni akkor következő kifejezést használjuk:

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}^A + \lambda(t)(\mathbf{q}^B - \mathbf{q}^A) \quad 0 \leq t \leq \tau \quad (1.64)$$

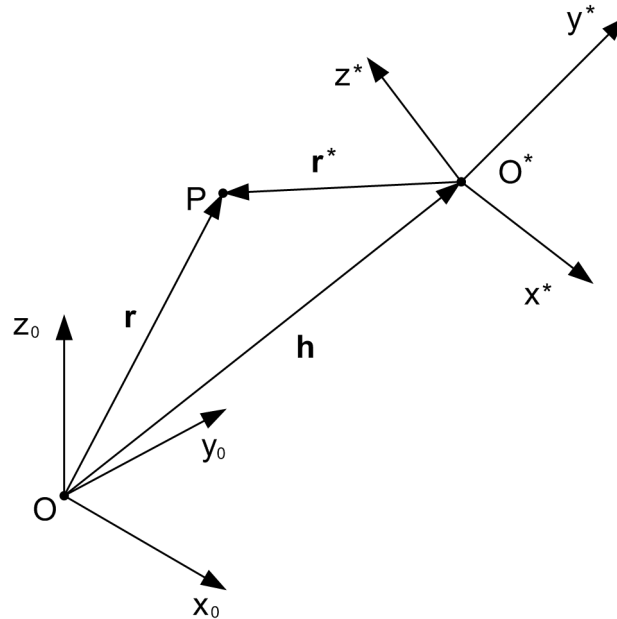
ahol a \mathbf{q}^A és \mathbf{q}^B a csuklókoordináták megfelelő vektorai. Fontos kihangsúlyozni, hogy a csuklókoordináták lineáris változása nem biztosítja a világkoordináták lineáris változását is.

Fejezetünk továbbá tartalmazza a robot manipulátorok rekurzív kinematikáját, a tömegpont összetett mozgását és a robot manipulátor rekurzív kinematikai modelljét.

1.5. Robot manipulátorok rekurzív kinematikája

1.5.1. Tömegpont összetett mozgása

Szemléljük a P tömegpont mozgását az $Ox_0y_0z_0$ nyugvó alap-koordinátarendszerben, amelyet vonatkozási koordinátarendszernek nevezünk és egy mozgó $O^*x^*y^*z^*$ koordinátarendszerben.



1.27. ábra: Vonatkozási $Ox_0y_0z_0$ és mozgó $O^*x^*y^*z^*$ koordinátarendszerek

Feltételezzük, hogy a mozgó koordinátarendszer a nyugvóhoz viszonyítva haladó és forgó mozgást végez. A P pont vonatkozási rendszerben vett helyzetvektorával \mathbf{r} leírjuk a szemlélt pont abszolút mozgását. A P pont vektora a mozgó koordinátarendszerben \mathbf{r}^* . A mozgó koordinátarendszer O^* origóját a vonatkozási rendszerhez viszonyítva a \mathbf{h} helyzetvektorral határozzuk meg. Az \mathbf{r} , \mathbf{r}^* és \mathbf{h} helyzetvektorok közötti összefüggés a következő:

$$\mathbf{r} = \mathbf{h} + \mathbf{r}^* \quad (1.65)$$

Bevezetjük a következő jelöléseket:

$d(\)/dt$ - idő szerinti deriválás a vonatkozási koordinátarendszerben,

$d^*(\)/dt$ - idő szerinti deriválás a mozgó koordinátarendszerben,

$\boldsymbol{\omega}$ - a mozgó koordinátarendszer szögsebesség vektora,

így az (1.65) reláció deriválása után következik:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \frac{d\mathbf{r}^*}{dt} \quad (1.66)$$

mivel a: $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$ - a P pont abszolút sebességvektora, és $\quad (1.67)$

$$\frac{d\mathbf{r}^*}{dt} = \frac{d^*\mathbf{r}^*}{dt} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\mathbf{r}^* \quad (1.68)$$

A (1.66) relációt a következő alakban írhatjuk fel:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\mathbf{r}^* + \frac{d^*\mathbf{r}^*}{dt} \quad (1.69)$$

Az (1.69) sebességvektor idő szerinti deriváltjából megkapjuk a P tömegpont abszolút gyorsulásvektorát a következő alakban:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{h}}{dt^2} + \frac{d}{dt}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\mathbf{r}^*) + \frac{d}{dt}\left(\frac{d^*\mathbf{r}^*}{dt}\right) \quad (1.70)$$

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\mathbf{r}^*) = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\mathbf{x}\mathbf{r}^* + \boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\frac{d\mathbf{r}^*}{dt} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\mathbf{x}\mathbf{r}^* + \boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\left(\frac{d^*\mathbf{r}^*}{dt} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\mathbf{r}^*\right) \quad (1.71)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{d^*\mathbf{r}^*}{dt}\right) = \frac{d^{*2}\mathbf{r}^*}{dt^2} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\frac{d^*\mathbf{r}^*}{dt} \quad (1.72)$$

Behelyettesítve a (1.71) és (1.72) relációkat a (1.70), megfelelő elrendezés után felírhatjuk a P pont abszolút gyorsulását a következő módon:

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{h}}{dt^2} + \dot{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{x}\mathbf{r}^* + \boldsymbol{\omega}\mathbf{x}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\mathbf{r}^*) + \frac{\mathbf{r}^{*2}\mathbf{r}^*}{dt^2} + 2\boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\frac{d^*\mathbf{r}^*}{dt} \quad (1.70)$$

Az (1.66) és (1.73) kifejezések jelentése:

$$\frac{d\mathbf{h}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\mathbf{r}^* = \mathbf{v}_p - \text{a P pont szállító sebessége,}$$

$$\frac{d^*\mathbf{r}^*}{dt} = \mathbf{v}_r - \text{a P pont relatív sebessége,}$$

$$\frac{d^2\mathbf{h}}{dt^2} + \dot{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{x}\mathbf{r}^* + \boldsymbol{\omega}\mathbf{x}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\mathbf{r}^*) = \mathbf{a}_p - \text{a P pont szállító gyorsulása,}$$

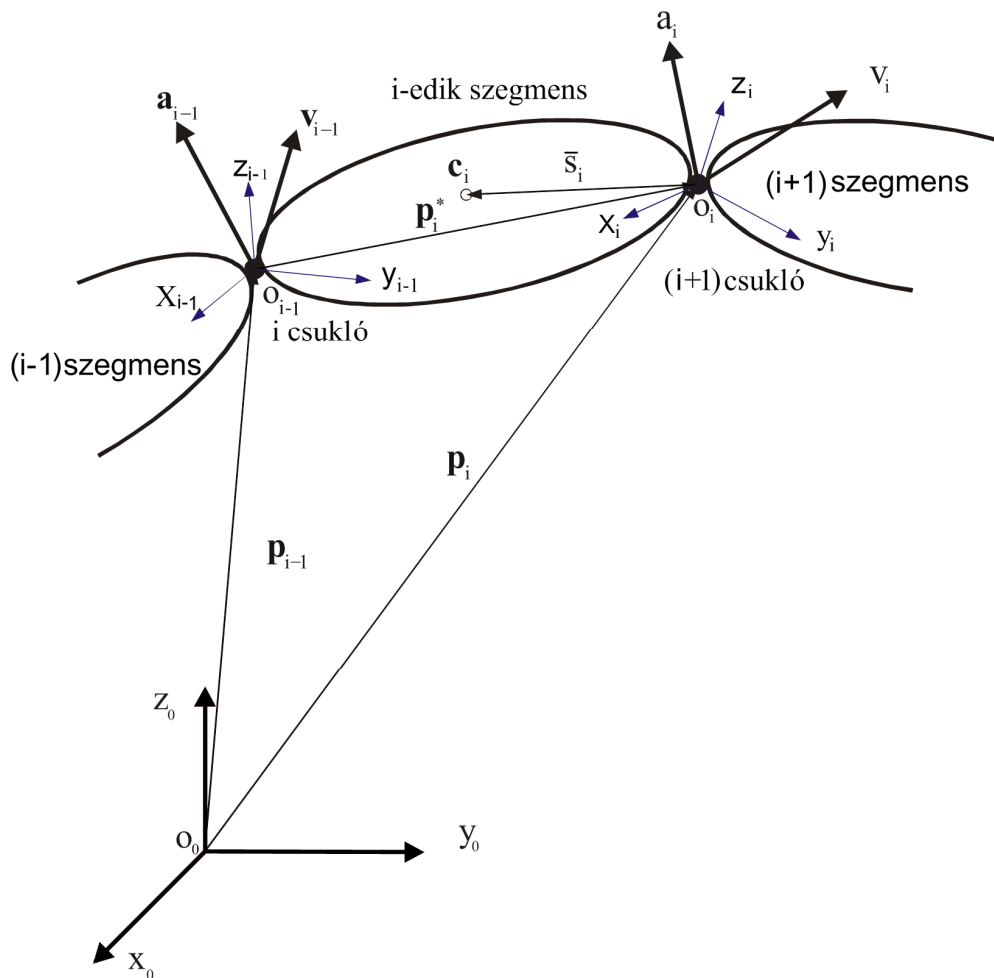
$$\frac{d^{*2}\mathbf{r}^*}{dt^2} = \mathbf{a}_r - \text{a P pont relatív gyorsulása, és}$$

$$2\boldsymbol{\omega}\mathbf{x}\frac{d^*\mathbf{r}^*}{dt} = \mathbf{a}_c - \text{a P pont Coriolis-féle gyorsulása.}$$

A tömegpont összetett mozgására vonatkozó levezetett kifejezéseket a következő fejezetben a robot manipulátor kinematikai modellezésére használjuk fel.

1.5.2. Robot manipulátor rekurzív kinematikai modellje

A robot manipulátor rekurzív kinematikai modelljének a levezetésénél a koordináta-rendszereket a Denavit–Hartenberg eljárás szerint választjuk. Mivel a robot manipulátor 0-adik szegmensére (a robot manipulátor alapja amely a platformra van helyezve): $\mathbf{v}_0 = 0$, $\boldsymbol{\omega}_0 = 0$, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 = 0$ és figyelembe véve a gravitációs térhatást: $\mathbf{a}_0 = \mathbf{g}$, ($g=9.8062 \text{ m/s}^2$) következik, hogy a rekurzív kinematikai relációk segítségével, az első szegmenstől haladva az utolsóig, a robot manipulátor komplett kinematikai láncának összes kinematikai mennyiségét meghatározhatjuk. A robotmechanizmus kinematikáját a vonatkozó (nyugvó) koordináta-rendszerben írjuk le. A továbbiakban szemléljük a robot manipulátor i -edik és $i+1$ -ik csuklók közötti i -edik szegmensét (1.28. ábra).



1.28. ábra: Az i -edik szegmens vektorai

Vegyük figyelembe a következő jelöléseket:

- $Ox_0y_0z_0$ – a robot manipulátor platformjához rögzített vonatkozási koordináta-rendszer,
- O_{i-1} – az i -edik csuklóhoz kötött koordináta-rendszer origója,
- \mathbf{z}_{i-1} – az i -edik csukló tengelyének vektora,
- \mathbf{p}_{i-1} – az O_{i-1} origó helyzetvektora a vonatkozási-álló $Ox_0y_0z_0$ koordináta-rendszerben,
- \mathbf{v}_{i-1} – O_{i-1} sebességvektora,

- O_i – az $i+1$ -ik csuklóhoz kötött koordinátarendszer origója,
 z_i – az $i+1$ -ik csukló tengelyének vektora,
 p_i – az O_i origó helyzetvektora a vonatkozási, álló koordinátarendszerhez viszonyítva,
 p_i^* – az O_i origó helyzetvektora az O_{i-1} ponthoz viszonyítva,
 \bar{s}_i – az i -edik szegmens tömegközéppontjának helyzetvektora az O_i ponthoz viszonyítva,
 q_i – az i -edik csukló koordinátája,
 v_i – az O_i pont abszolút sebességvektora,
 ω_i – az i -edik szegmens abszolút szögsebességvektora,
 ω_i^* – az i -edik szegmens relatív szögsebességvektora,
 ω_{i-1} – az $i-1$ -ik szegmens szállító szögsebességvektora
 $\dot{\omega}_i$ – i -edik szegmens abszolút szöggyorsulásvektora,
 a_i – az O_i pont abszolút gyorsulásvektora,
 a_{i-1} – az O_{i-1} pont abszolút gyorsulásvektora,
 \bar{v}_i – az i -edik szegmens tömegközéppontjának C_i abszolút sebességvektora,
 \bar{a}_i – az i -edik szegmens tömegközéppontjának C_i abszolút gyorsulásvektora.

Az O_i és O_{i-1} origók helyzete a vonatkozási koordinátarendszerben a p_i és p_{i-1} vektorokkal van meghatározva. Az O_i pont relatív helyzete a vonatkozási rendszerben az O_{i-1} ponthoz viszonyítva p_i^* vektorral van meghatározva. Az $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordinátarendszer az i -edik csukló tengelyéhez van kötve és a vonatkozási rendszerhez viszonyítva v_{i-1} sebességű és ω_{i-1} szögsebességű. Az $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ és $O_i x_i y_i z_i$ koordinátarendszerek kötődnek az $(i-1)$ -ik és i -edik szegmensekhez.

A rekurzív kinematikai kifejezések alkalmazásával meghatározhatjuk az O_i pont sebességét és gyorsulását, valamint i -edik szegmens szögsebességét és szöggyorsulását, ha ezeket a relációkat ismerjük az $(i-1)$ -ik szegmensnél. Ezek a kifejezések a merev test kinematikájának az alkalmazásával írhatók fel. Az $(i-1)$ -ik szegmens mozgását szállító, az i -edik szegmens mozgását az i -edik csukló körül pedig relatív mozgásnak tekintjük. Az i -edik szegmens abszolút szögsebessége ω_i egyenlő a szállító ω_{i-1} és relatív ω_i^* szögsebességek vektoriális összegével:

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \omega_i^* \quad (1.71)$$

a (1.71) idő szerinti deriválása után felírhatjuk a szöggyorsulás törvényszerűségét:

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \frac{d\omega_{i-1}}{dt} + \frac{d\omega_i^*}{dt} \quad (1.72)$$

ahol a: $\frac{d\omega_i}{dt} = \dot{\omega}_i$ – i -edik szegmens abszolút szöggyorsulása, (1.73)

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}_{i-1}}{dt} = \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} - (i-1)\text{-ik szegmens abszolút szöggyorsulása,} \quad (1.74)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}_i^*}{dt} = \frac{d^*\boldsymbol{\omega}_i^*}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \boldsymbol{\omega}_i^* \quad (1.75)$$

Az (1.73), (1.74) és (1.75) relációk a (1.72) való behelyettesítése után megkapjuk az i -edik szegmens abszolút szöggyorsulását:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} + \frac{d^*\boldsymbol{\omega}_i^*}{dt} + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \boldsymbol{\omega}_i^* \quad (1.76)$$

Itt fontos megjegyezni, hogy a $d^*(\)/dt$ deriválás a mozgó $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordinátarendszerre vonatkozik. Az (1.66) vektoregyenlet alapján az O_i pont abszolút sebességét a következő módon fejezhetjük ki:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{i-1} + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{p}_i^* + \frac{d^*\mathbf{p}_i^*}{dt} \quad (1.77)$$

A (1.70) vektoregyenlet alapján az O_i pont abszolút gyorsulása pedig:

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{a}_{i-1} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} \times \mathbf{p}_i^* + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times (\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{p}_i^*) + \frac{d^{*2}\mathbf{p}_i^*}{dt^2} + 2\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \frac{d^*\mathbf{p}_i^*}{dt} \quad (1.78)$$

Mivel a robot manipulátor 0-adik szegmensére (a robot manipulátor alapja amely a platformra van helyezve): $\mathbf{v}_0 = 0$, $\boldsymbol{\omega}_0 = 0$, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 = 0$ és figyelembe véve a gravitációs térhatást: $\mathbf{a}_0 = \mathbf{g}$, ($g=9.8062 \text{ m/s}^2$) következik, hogy a (1.71), (1.76), (1.77) és (1.78) relációk segítségével, az első szegmenstől haladva az utolsóig, a robot manipulátor komplett kinematikai láncának összes kinematikai mennyiségét meghatározhatjuk. A (1.71), (1.76), (1.77) és (1.78) relációk a rotációs kinematikai párokra érvényesek, hasonló kifejezéseket felírhatunk a translációs csuklójú kinematikai párra is. Lehetséges viszont, az úgynevezett indikátor ξ_i bevezetésével a csuklótípust a következő módon definiálni:

- ❖ $\xi_i = 0$ - rotációs csukló esetében,
- ❖ $\xi_i = 1$ - translációs csukló esetében.

Így tehát az indikátor ξ_i ($i = 1, \dots, n$) értékének a megadásával meghatározzuk a robot manipulátor csuklótípusát. A továbbiakban vegyük figyelembe a következő jelöléseket:

$$\text{- az "i"-edik szegmens relatív szögsebessége: } \boldsymbol{\omega}_i^* = z_{i-1} \dot{\mathbf{q}}_i \quad - \quad (1.79)$$

$$\text{- az "i"-edik szegmens relatív szöggyorsulása: } \frac{d^*\boldsymbol{\omega}_i^*}{dt} = z_{i-1} \ddot{\mathbf{q}}_i \quad (1.80)$$

$$\frac{d^*\mathbf{p}_i^*}{dt} = \boldsymbol{\omega}_i^* \times \mathbf{p}_i^* \quad (1.81)$$

$$\frac{d^{*2}\mathbf{p}_i^*}{dt^2} = \frac{d^*\boldsymbol{\omega}_i^*}{dt} \times \mathbf{p}_i^* + \boldsymbol{\omega}_i^* \times (\boldsymbol{\omega}_i^* \times \mathbf{p}_i^*) \quad (1.82)$$

A robot manipulátor kinematikai mennyiségeinek a rekurzív meghatározására szolgáló kifejezéseket (1.71), (1.75), (1.77) és (1.78) amelyek a rotációs és translációs csuklókra is érvényesek, így felírhatjuk a következő módon:

- szögsebességek -

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_{i-1} + z_{i-1} \dot{\mathbf{q}}_i (1 - \xi_i) \quad (1.83)$$

- szöggyorsulások -

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} + \left[z_{i-1} \ddot{\mathbf{q}}_i + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times (z_{i-1} \dot{\mathbf{q}}_i) \right] (1 - \xi_i) \quad (1.84)$$

- az O_i pont sebessége -

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{i-1} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{p}_i^* + z_{i-1} \dot{\mathbf{q}}_i \xi_i \quad (1.85)$$

- az O_i pont gyorsulása -

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{a}_{i-1} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times \mathbf{p}_i^* + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{p}_i^*) + [z_{i-1} \ddot{\mathbf{q}}_i + 2\boldsymbol{\omega}_i \times (z_{i-1} \dot{\mathbf{q}}_i)] \xi_i \quad (1.86)$$

A (1.85) és (1.86) vektoregyenletek alapján az i -edik szegmens tömegközéppontjának (amely az O_i ponthoz $\bar{\mathbf{s}}_i$ helyzetvektorral van meghatározva) a sebessége $\bar{\mathbf{v}}_i$ és gyorsulása $\bar{\mathbf{a}}_i$ meghatározható tehát a következőképpen:

$$\bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \bar{\mathbf{s}}_i \quad (1.87)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_i = \mathbf{a}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \bar{\mathbf{s}}_i + \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times \bar{\mathbf{s}}_i \quad (1.88)$$

A i -edik szegmens kinematikai leírását a következő fejezetben felhasználjuk a robot manipulátor dinamikai modellezésénél, mivel a robot manipulátorok kinematikájának ismerete feltétlenül szükséges a robot manipulátorok dinamikai vizsgálataihoz.

Irodalomjegyzék

- [1] J. Denavit, R.S. Hartenberg, A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices, J. Appl. Mech. 22, 215–221 (1955)
- [2] R. P. Paul, Manipulator Cartesian Path Control, IEEE, Vol.SMC-9, No11, 702-711, 1979.
- [3] J. Y. S. Luh, M. W. Walker, R. P. C. Paul, On-line Computational Scheme for Mechanical Manipulators, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.102, 69-76, 1980.
- [4] . P. Paul, Robot Manipulators, Mathematics, Programming and Control, The MIT Press, 1981.
- [5] R. P. Paul, B. Shimano, G. E. Mayer, Kinematic Control Equations for Simple Manipulators, IEEE, Vol. SMC-11, No.6, 449-455, 1981.
- [6] D. E. Whitney, The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.122, 303-309, 1982.
- [7] C. S. G. Lee, Robot Arm Kinematics, Tutorial on Robotics, IEEE Computer Society, Los Angeles, 1983.
- [8] G. Bögsack, E. Kallenbach, G. Linnemann, Roboter in der Geratetechnik, VEB Verlag Technik, Berlin, 1984.
- [9] Wesley E. S., Industrial Robots, New Jersey, 1985.
- [10] J. Volmer, Industrieroboter-Entwicklung, Hüthing, Heidelberg, 1985.

- [11] Asada H. and Slotine J.J., Robot Analysis and Control, John Wiley and sons, 1985.
- [12] Yoram Koren, Robotics for Engineers McGraw-Hill, 1985
- [13] Whitney, D., Sharma, J.S., 'Comments on: An Exact Kinematic Model of the PUMA 600 Manipulator', IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, SMC-16, pp. 182-4 (1986)
- [14] M.Vukobratović et al, Uvod u robotiku, Institut Mihajlo Pupin, Beograd, 1986.
- [15] Craig J.: Introduction to Robotics: Mechanics & Control, Addison-Wesley, 1986.
- [16] A. Siegler, Robot irányítási modellek, LSI, Budapest, 1987.
- [17] F. Nagy, A. Siegler, Engineering foundations of robotics, Prentice-Hall International, UK, 1987.
- [18] G. Arz, A. Lipoth, I. Merksz, Robotmanipulátorok, LSI, Budapest, 1987.
- [19] Eugene I. Rivin, Mechanical design of robots, McGraw-Hill, Inc., 1987
- [20] Fu K., Gonzales R., Lee C.: Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence, McGraw-Hill Book Company, 1987.
- [21] J. Lenarčič, Kinematics, Encyclopedia of Robotics, New York, 1988.
- [22] A. Šmiarowski, Jr., J. N. Anderson, Recursive Algorithm for the Third-order Model of Robot, IEEE, 8, 1684-1689, 1989.
- [23] V.Potkonjak, Robotika, Naučna knjiga, Beograd, 1989.
- [24] Gyula Mester, A SCARA robotmanipulátorok direkt kinematikai feladata megoldásáról, PAMM, Budapest-God, 1990.
- [25] Lantos Béla, Robotok irányítása, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1991.
- [26] Ben-Zion Sandler, Robotics- designing the Mechanisms for Automated machinery, Prentice – Hall, Inc., 1991
- [27] J.M.Selig, Introductory Robotics, Prentice – Hall, Inc., 1992
- [28] Rade L., and Westergren B.: Mathematics Handbook for Science and Engineering, Studentlitteratur, Lund, 1995.
- [29] Dorf. R and Bishop R.: Modern Control Systems, Addison-Wesley, 1995.
- [30] Sciavicco L. and Siciliano B., Modeling and Control of Robot Manipulators, The McGraw-Hill Company, 1996.
- [31] Kulcsár Béla, Robottechnika, LSI Oktatóközpont, 1998, Budapest.
- [32] An C., Atkenson C, and Hollerbach J., Model-Based Control of a Robot Manipulator, The MIT Press, 1998.
- [33] Bruyninckx H. and De Schutter J., Introduction to Intelligent Robotics, Katholieke Universteit Leuven, 2001.
- [34] Nwokah O., and Hurmuzlu Y., Editors, The Mechanical Systems Design Handbook, CRC Press, 2002.
- [35] Paul E. Sandin, Robot mechanisms and mechanical devices, McGraw-Hill, Inc., 2003
- [36] Angeles J., Fundamentals of Robotic Mechanical Systems, Theory, Methods and Algorithms, Springer-Verlag, 2003.
- [37] Jorge Angeles, Fundamentals of Robotic Mechanical Systems, Springer-Verlag, New York, Inc., 2003
- [38] Gyula Mester, "Multimedia Presentation the Procedure Based on the D-H Convention". Proceedings of the 21th International Scientific Conference Information Technology in Education of Informatics, Electrical and Mechanical Engineers, pp. 83-86, Subotica, Serbia & Montenegro, 2004.
- [39] John Iovine, PIC Robotics, McGraw-Hill Companies, Inc., 2004
- [40] Lewin A.R.W.Edwards, Open-Source Robotics and Process Control Cookbook, Elsevier, Inc., 2005
- [41] Thomas R. Kurefess Robotics and Automation Handbook, CRC Press LLC, 2005
- [42] Siciliano, Khatib editors, Springer Handbook of Robotics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.

2. Robot manipulátorok dinamikája

A tananyag második fejezete a robot manipulátorok dinamikáját tárgyalja, kiindulva a robot-mechanizmus dinamikai modelljének vizsgálatával. Levezetjük a rekurzív dinamikai robotmodellt a szegmensek koordinátarendszerében. Bemutatjuk a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenletek alkalmazását robot manipulátorok dinamikai modellezése szempontjából. Röviden áttekintjük a robotdinamikai modell vizsgálatát. A fejezet további részében robothajtásokkal foglalkozunk, bemutatva a robot aktuátorokat valamint a robot manipulátor és aktuátorok együttes dinamikai modelljét. Röviden áttekintjük a robot manipulátorok hajtómű dinamikáját valamint a robot manipulátorok számítógépes dinamikai tervezését.

2.1. Alapfogalmak

A robot manipulátor dinamikai mozgásegyenletei a csuklókoordináták és deriváltjaik, valamint a meghajtó nyomatékok/erők között teremtenek kapcsolatot. A robot manipulátorok dinamikai modellje két részből áll a robot manipulátor mechanizmusának- és a csuklókat meghajtó aktuátoroknak (szervomotor + hajtómű) modelljéből. A robot manipulátorok munkasebességének a növekedése a robotdinamikai vizsgálat jelentőségét is növeli. A robot manipulátor dinamikai modelljét felhasználjuk:

- ❖ a robotmechanizmusok és a robotirányítási rendszerek tervezésénél, valamint
- ❖ az aktuátorok optimális megválasztásánál.

Kezdetben a robotdinamika elmélete és ipari alkalmazása külön-külön fejlődött. A robot manipulátor dinamikai modelljének alkalmazását a számítástechnika gyors fejlődése (hardver és szoftver szempontjából) tette lehetővé. A robot manipulátor dinamikai modelljének fejlesztése felosztható:

- ❖ a szemlélt feladat,
- ❖ az alkalmazott mechanikai eljárások és
- ❖ az alkalmazott számítógépes program szerint.

A vizsgált feladattól függően a következő két esetet különböztethetjük meg:

1. direkt dinamikai feladat és
2. inverz dinamikai feladat.

A direkt dinamikai feladatnál a robot manipulátor mozgásának ismeretében a meghajtó nyomatékokat és erőket határozzuk meg. Az inverz dinamikai feladat esetében pedig a robot manipulátor mozgását határozzuk meg a meghajtó nyomatékok és erők ismeretében.

A mechanikai módszerek szempontjából az alkalmazott eljárások három csoportba oszthatók fel:

1. Newton-Euler módszer (a robotikában elterjedt ennek a Luh-Walker-Paul –féle változata).
2. Lagrange-féle másodfajú egyenletek és az
3. Appel-egyenletek használata.

A számítógépes program implementációjától függően három eljárást különböztetünk meg:

1. numerikus,
2. szimbolikus, és
3. numerikus-szimbolikus eljárásokat.

A korszerű robotirányítási rendszereknél a mintavételezési frekvencia legalább 1 kHz, így a robotirányítási törvények kiszámítására maximum 1 ms idő áll a rendelkezésünkre. Más oldalról nézve a robotmodell fejlesztési eljárás igen összetett, így az egyetlen kiút az, hogy a modellfejlesztési eljárásokat automatizáljuk. Ez a feladat persze általános érvényességű algoritmusokat feltételez.

A dinamikai modell tervezésénél a legkorszerűbb eljárás a szimbolikus modellezési technika használata, itt ugyanis a dinamikai modell tervezésénél a bemenő változókat szimbolikus változóknak tekintjük. Az így kapott modellek egyszerűbb struktúrájúak mint a többi eljárás alkalmazásánál létrejött modellek, ami persze előnyös a valós időben történő munka szempontjából. A szimbolikus modellfejlesztési technika alkalmazásának esetében figyelembe vesszük a robot manipulátor struktúráját, és ezzel kiküszöböljük a kevésbé fontos numerikus számításokat.

A következő fejezetekben:

- a robot manipulátor *direkt dinamikai feladatával* foglalkozunk,
- *Newton-Euler módszer* és *Lagrange-féle másodfajú egyenletek* alkalmazásával.
- a robot manipulátor kinematikai paramétereit a *Denavit–Hartenberg* eljárás szerint határozzuk meg. Az - aktuátorok szempontjából pedig *egyenáramú* (DC - Direct Current- egyenáram) *szervomotorokat* használunk fel.

2.2. Robotmechanizmusok dinamikai modellje

A robotmechanizmusok dinamikai modell fejlesztésénél a következő feltevésekből indulunk ki:

- ❖ kinematikai lánc egyszerű és nyitott,
- ❖ robotmechanizmus szegmensei merev testek, amelyek 1-szabadságfokú csuklókkal kötődnek egymáshoz,
- ❖ robotcsuklók rotációsak (R) vagy translációsak (T) és független hajtással rendelkeznek,
- ❖ robot manipulátor kinematikai paramétereit Denavit–Hartenberg eljárás szerint határozzuk meg,
- ❖ csillapítási hatásoktól és a robotplatform rezgésétől eltekintünk.

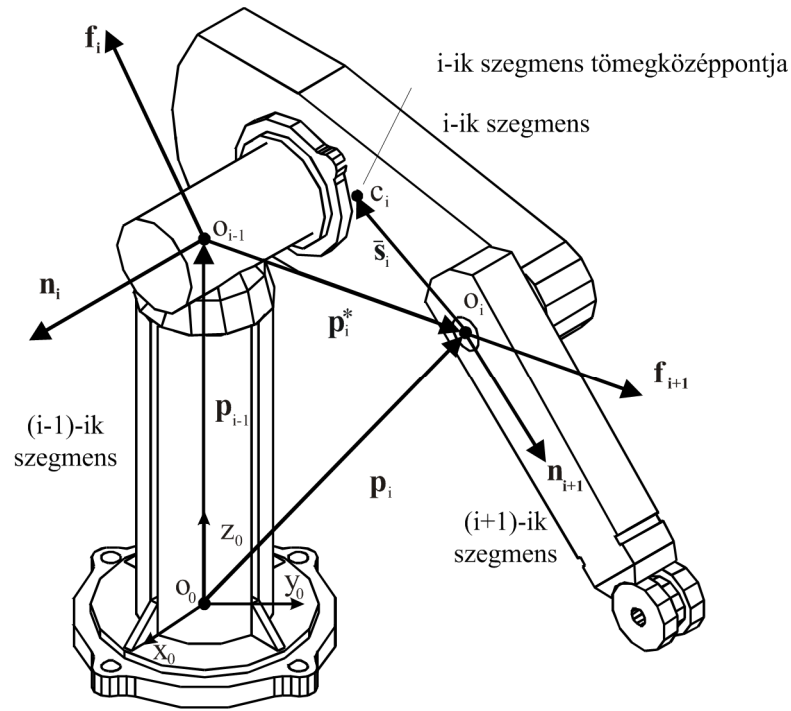
A továbbiakban az n - szabadságfokú robot manipulátor dinamikai modelljét vizsgáljuk. Mindegyik csukló külön hajtású, tehát külön aktuátorral rendelkezik. Az i -edik csukló mozgását q_i csuklókoordinátával írjuk le. A rotációs csuklók lehetővé teszik az egyik szegmens forgó mozgását a másik szegmens körül, a translációs csuklók pedig lehetővé teszik az egyik szegmens haladó mozgását a másik szegmenshez viszonyítva. A továbbiakban robot manipulátor direkt dinamikai feladatával foglalkozunk, tehát a meghajtó nyomaték vagy erő meghatározásával Newton-Euler módszer- (a robotikában elterjedt ennek a Luh-Walker-Paul – féle változata) és Lagrange-féle másodfajú egyenletek alkalmazásával. A robotdinamikai modell felállításának céljából a tömegpont összetett mozgásának kinematikai leírása, a sebességek és a gyorsulások meghatározása, a robot manipulátor rekurzív kinematikai modelljének ismerete szükséges.

2.2.1. Rekurzív dinamikai robotmodell

Robot manipulátorok rekurzív dinamikai modelljét a Newton-Euler féle eljárás alkalmazásával írjuk fel. Nézzük meg a 2.1. ábrát, ahol PUMA típusú robot manipulátor látható. Vezessük be a következő jelöléseket (a vektorokat a vonatkozási rendszerben adjuk meg):

- m_i - az i -edik szegmens tömege,
- J_i - az i -edik szegmens tehetetlenségi tenzora a vonatkozási rendszerben a tömegközéppontra számítva,
- F_i - tehetetlenségi és gravitációs erő, amely az i -edik szegmensre hat a tömegközéppontban,
- N_i - tehetetlenségi nyomaték, amely az i -edik szegmensre hat a tömegközéppontban,
- f_i - erő amellyel az i -edik szegmens hat az $(i-1)$ -ik szegmensre,

\mathbf{n}_i - nyomaték amellyel az i -edik szegmens hat az $(i-1)$ -ik szegmensre,
 $\boldsymbol{\tau}_i$ - i -edik aktuátort terhelő nyomaték (erő).



2.1. ábra: Robotcsuklók erő- és nyomatékhatásai

A 2.1. ábrán a robot manipulátor i -edik szegmensére ható erők és nyomatékok láthatók. A levezetett kinematikai relációk alapján (1.83, 1.84, 1.85, 1.86, 1.87, 1.88) a Newton-Euler eljárást alkalmazva felírhatjuk a következő erő- és nyomatékegyenleteket.

a. Erő-meghatározás

Az inerciális és gravitációs erőket, amelyek a tömegközéppontban hatnak meghatározhatjuk a következő módon:

$$\mathbf{F}_i = m_i \bar{\mathbf{a}}_i \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

az erőket pedig, amelyekkel az i -edik szegmens hat az $(i-1)$ -ik szegmensre:

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{F}_i \dots i = n, n-1, \dots, 1 \quad (2.2)$$

b. Nyomaték-meghatározás

Az Euler-féle dinamikai egyenletek alapján felírhatjuk a tehetetlenségi nyomatékot amely az i -edik szegmens tömegközéppontjára hat:

$$\mathbf{N}_i = \frac{d(\mathbf{J}_i \boldsymbol{\omega}_i)}{dt} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{N}_i = \mathbf{J}_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{J}_i \boldsymbol{\omega}_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

ahol a \mathbf{J}_i a szegmens tehetetlenségi tenzora, melynek pozitív definit mátrixa:

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_z \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

A nyomaték, amellyel az i -edik szegmens hat az $(i-1)$ -edik szegmensre, a következőképpen számíthatók ki:

$$\mathbf{n}_i = \mathbf{n}_{i+1} + \mathbf{p}_i^* \times \mathbf{f}_{i+1} + (\mathbf{p}_i^* + \bar{\mathbf{s}}_i) \times \mathbf{F}_i + \mathbf{N}_i \quad i = n, \dots, 1 \quad (2.6)$$

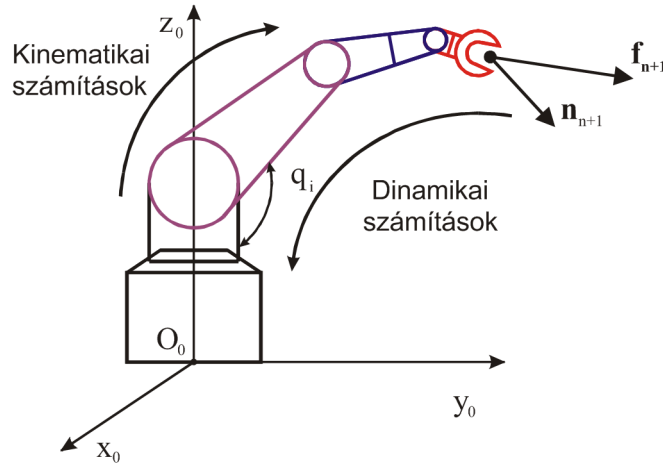
A (2.2) és (2.6) rekurzív formájú relációkat egy n szabadságfokú robot manipulátor esetében, felhasználhatjuk a robotszegmensekre ható erők és nyomatékok meghatározására. Mivel a robot manipulátornál a munkadarab tömegének és tehetetlenségi nyomatékának a dinamikai hatását is figyelembe kell venni, ez legegyszerűbben úgy oldható meg, hogy az \mathbf{f}_{n+1} erő és \mathbf{n}_{n+1} nyomaték helyettesíthető a munkadarab erő- és nyomatékhatásával. Ha az i -edik robotcsukló rotációs (R), akkor q_i rotációt valósít meg a $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordináta-rendszerben a z_{i-1} tengely körül. Tehát, az i -edik csukló meghajtó nyomatéka egyenlő kell hogy legyen az \mathbf{n}_i vetületeinek az összegével a z_{i-1} tengelyre számítva. Ha az i -edik robotcsukló translációs (T), akkor q_i haladó mozgást valósít meg a $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordináta-rendszerben a Z_{i-1} tengely mentén. Tehát, az i -edik csuklót meghajtó erő egyenlő kell hogy legyen az \mathbf{f}_i vetületeinek az összegével a z_{i-1} tengelyre számítva. A fenti megállapítások alapján, figyelembe véve az [1.5.2 fejezetben](#) bevezetett ξ_i indikátort ($\xi_i = 0$ - rotációs csukló esetében, $\xi_i = 1$ - translációs csukló esetében) az aktuátort terhelő nyomatékok (erők) a következő módon határozhatók meg [\[10\]](#):

$$\boldsymbol{\tau}_i = (1 - \xi_i) \mathbf{n}_i^T z_{i-1} + \xi_i \mathbf{f}_i^T z_{i-1} \quad i = n, \dots, 1 \quad (2.7)$$

A kinematikai és a dinamikai számítások esetében a robot manipulátor mozgását meghatározó vektoregyenletek tehát rekurzív egyenletrendszert alkotnak. A rekurzív kinematikai egyenletek lehetővé teszik a robotszegmensek kinematikai mennyiségeinek a rekurzív kiszámítását a robotmanipulátor alapjához kötött vonatkozási koordináta-rendszerből kiindulva az effektorig haladva. A Newton-Euler féle rekurzív egyenletek (2.2) és (2.6) segítségével pedig meghatározhatjuk az erőket és a nyomatékokat az effektortól kiindulva a robot manipulátor platformjáig (a vonatkozási rendszerig) haladva.

A rekurzív kinematikai egyenletek tehát lehetővé teszik a robotszegmensek kinematikai mennyiségeinek \mathbf{v}_i , \mathbf{a}_i , $\boldsymbol{\omega}_i$, $d\boldsymbol{\omega}_i/dt$ a kiszámítását a robot manipulátor alapjához kötött vonatkozási koordináta-rendszerből kiindulva az effektorig haladva ($i = 1, \dots, n$).

A rekurzív dinamikai egyenletek pedig lehetővé teszik a robotszegmensek dinamikai mennyiségeinek $(\mathbf{f}_i, \mathbf{n}_i)$ a kiszámítását, amelyeket a robotcsuklókon a pozicionálási vagy erőirányítási feladat elvégzése miatt teljesítményelektronikával kell megvalósítani, és pedig az effektortól kiindulva a robot manipulátor platformjáig (a vonatkozási rendszerig) haladva a 2.2 ábra szerint ($i = n, \dots, 1$).



2.2. ábra: Kinematikai és dinamikai mennyiségek számítási módja

2.2.2. Rekurzív dinamikai modell a szegmensek koordinátarendszerében

Az előző fejezetekben levezetett rekurzív dinamikai egyenletek hátránya az, hogy a \mathbf{J}_i tehetetlenségi mátrix és a szegmensek geometriai paraméterei \mathbf{p}_i , \mathbf{p}_{i-1} , \mathbf{p}_i^* , $\bar{\mathbf{s}}_i$ a vonatkozási koordinátarendszerben vannak megadva, ezek a mennyiségek a robot manipulátor mozgása közben állandóan változnak. Luh-Walker-Paul [2] javítottak a bemutatott rekurzív eljárásról úgy, hogy a mozgásegyenletek számításánál áttértek a kinematikai és dinamikai mennyiségek (sebesség, gyorsulás, tehetetlenségi mátrix, a szegmens tömegközéppontjának a helyzetvektora, erők, nyomatékok) számításánál a vonatkozási rendszer helyett a szegmensre helyezett koordinátarendszerekre. Ily módon a számítások leegyszerűsödtek és a következő célokat valósították meg:

- ❖ megkönnyítették a robotirányítási algoritmusok valós időben (*real time*) való megvalósítását (*on-line*),
- ❖ a meghajtó nyomatékok számításának az ideje a Luh-Walker-Paul féle eljárás alkalmazása esetében egyenesen arányos a robotcsuklók számával, és nem függ a robotkonfiguráció helyzetétől mozgás közben.

Legyen az ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$ 3x3 rendű rotációs mátrix, amely a vektorokat az $O_i x_i y_i z_i$ koordinátarendszerből leképezi a $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ koordinátarendszerbe. Az ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$ mátrix a DH féle ${}^{i-1}\mathbf{D}_i$ mátrixnak a bal felső almatrixa:

$${}^{i-1}\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i \cos \alpha_i & \sin q_i \sin \alpha_i \\ \sin q_i & \cos q_i \cos \alpha_i & -\cos q_i \sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Mivel az:

$${}^{i-1}\mathbf{R}_i^T = {}^i\mathbf{R}_{i-1} \quad (2.9)$$

így következik:

$${}^i\mathbf{R}_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos q_i & \sin q_i & 0 \\ -\sin q_i \cos \alpha_i & \cos q_i \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \\ \sin q_i \sin \alpha_i & -\cos q_i \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Tehát a következő mennyiségek:

$$\boldsymbol{\omega}_i, \dot{\boldsymbol{\omega}}_i, \mathbf{v}_i, \bar{\mathbf{a}}_i, \mathbf{p}_i^*, \bar{\mathbf{s}}_i, \mathbf{F}_i, \mathbf{N}_i, \mathbf{f}_i, \mathbf{n}_i \text{ i } \boldsymbol{\tau}_i$$

vonatkozási rendszerben történő kiszámítása helyett, ezentúl a robotszegmenshez kötött i -edik $O_i x_i y_i z_i$ koordinátarendszerben számítjuk:

$${}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_i, {}^i\mathbf{R}_o \dot{\boldsymbol{\omega}}_i, {}^i\mathbf{R}_o \mathbf{v}_i, {}^i\mathbf{R}_o \bar{\mathbf{a}}_i, {}^i\mathbf{R}_o \mathbf{F}_i, {}^i\mathbf{R}_o \mathbf{N}_i, {}^i\mathbf{R}_o \mathbf{n}_i \text{ i } {}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\tau}_i$$

Az (1.83-1.88) és a (2.1), (2.2), (2.4), (2.6), (2.7) relációk új alakjai tehát:

Kinematikai számítások $i = i, \dots, n$ (2.11)

- szögsebességek:

$${}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_i = {}^i\mathbf{R}_{i-1} \left[{}^{i-1}\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_{i-1} + z_o \dot{q}_i (1 - \xi_i) \right]$$

- szöggyorsulások:

$${}^i\mathbf{R}_o \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = {}^i\mathbf{R}_{i-1} \left\{ {}^{i-1}\mathbf{R}_o \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} + [z_o \ddot{q}_i + ({}^{i-1}\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_{i-1}) \times (z_o \dot{q}_i)] (1 - \xi_i) \right\}$$

- az O_i pont gyorsulása:

$${}^i\mathbf{R}_o \mathbf{a}_i = {}^i\mathbf{R}_{i-1} \left[{}^{i-1}\mathbf{R}_o \mathbf{a}_{i-1} + ({}^i\mathbf{R}_o \dot{\boldsymbol{\omega}}_i) \times ({}^i\mathbf{R}_o \mathbf{p}_i^*) + ({}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_i) \times [({}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{R}_o \mathbf{p}_i^*)] + [{}^i\mathbf{R}_{i-1} z_o \ddot{q}_i + 2({}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_i) \times ({}^i\mathbf{R}_{i-1} z_o \dot{q}_i)] \xi_i \right]$$

- a C_i i -edik tömegközéppont gyorsulása:

$${}^i\mathbf{R}_o \bar{\mathbf{a}}_i = {}^i\mathbf{R}_o \mathbf{a}_i + ({}^i\mathbf{R}_o \dot{\boldsymbol{\omega}}_i) \times ({}^i\mathbf{R}_o \bar{\mathbf{s}}_i) + ({}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_i) \times [({}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_i) \times ({}^i\mathbf{R}_o \bar{\mathbf{s}}_i)]$$

Dinamikai számítások $i = n, n-1, \dots, 1$ (2.12)

- tehetetlenségi és gravitációs erők:

$${}^i\mathbf{R}_o \mathbf{F}_i = m_i {}^i\mathbf{R}_o \bar{\mathbf{a}}_i$$

- tehetetlenségi nyomatékok:

$${}^i\mathbf{R}_o \mathbf{N}_i = ({}^i\mathbf{R}_o \mathbf{J}_i {}^o\mathbf{R}_i) ({}^i\mathbf{R}_o \dot{\boldsymbol{\omega}}_i) + ({}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_i) \times [({}^i\mathbf{R}_o \mathbf{J}_i {}^o\mathbf{R}_i) ({}^i\mathbf{R}_o \boldsymbol{\omega}_i)]$$

- az erők amelyekkel az i -edik szegmens hat az $(i-1)$ -ik szegmensre:

$${}^i\mathbf{R}_o \mathbf{f}_i = {}^i\mathbf{R}_{i+1} ({}^{i+1}\mathbf{R}_o \mathbf{f}_{i+1}) + {}^i\mathbf{R}_o \mathbf{F}_i$$

a nyomatékok amelyekkel az i -edik szegmens hat az $(i-1)$ -ik szegmensre:

$${}^i\mathbf{R}_o \mathbf{n}_i = {}^i\mathbf{R}_{i+1} \left[{}^{i+1}\mathbf{R}_o \mathbf{n}_{i+1} + ({}^{i+1}\mathbf{R}_o \mathbf{p}_i^*) \times ({}^{i+1}\mathbf{R}_o \mathbf{f}_{i+1}) \right] + ({}^i\mathbf{R}_o \mathbf{p}_i^* + {}^i\mathbf{R}_o \bar{\mathbf{s}}_i) \times ({}^i\mathbf{R}_o \mathbf{F}_i) + ({}^i\mathbf{R}_o \mathbf{N}_i)$$

- az aktuátort terhelő nyomatékok/erők:

$$\boldsymbol{\tau}_i = (1 - \xi_i) ({}^i\mathbf{R}_o \mathbf{n}_i)^T ({}^i\mathbf{R}_{i-1} z_o) + ({}^i\mathbf{R}_o \mathbf{f}_i)^T ({}^i\mathbf{R}_{i-1} z_o) \xi_i \quad (2.13)$$

ahol: $z_o = (0, 0, 1)^T$

${}^i\mathbf{R}_o \bar{\mathbf{s}}_i$ - az i -edik szegmens tömegközéppont koordinátái az $O_i x_i y_i z_i$ vonatkozási rendszerben.

${}^i\mathbf{R}_o\mathbf{p}_i^*$ - a $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordinátarendszer origójának relatív helyzetvektora a $O_ix_iy_iz_i$ koordinátarendszerben kifejezve:

$${}^i\mathbf{R}_o\mathbf{p}_i^* = \begin{bmatrix} a_i \\ d_i \sin \alpha_i \\ d_i \cos \alpha_i \end{bmatrix}$$

${}^i\mathbf{R}_o\mathbf{J}_i^o\mathbf{R}_i$ - az i -edik szegmens tehetetlenségi mátrixa az $O_ix_iy_iz_i$ koordinátarendszerben kifejezve.

A mozgások kezdőfeltételeinek standard alakja a gravitációs gyorsulás figyelembe vételével:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_o &= \dot{\boldsymbol{\omega}}_o = \mathbf{v}_o = \mathbf{0} ; \\ \mathbf{a}_o &= \begin{vmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{vmatrix}^T \quad \text{ahol a: } |g| = 9.8062 \text{ m/s}^2 . \end{aligned}$$

Számítógépes feldolgozási szempontból nézve, így megkaptuk a rekurzív kinematikai- és dinamikai egyenleteket, amelyek lehetővé teszik a robotszegmensek kinematikai- és dinamikai mennyiségeinek számítását a szegmensekhez kötött koordinátarendszerekben. A fenti eljárás a robot manipulátor számítógépes modellezése szempontjából ma a leghatásosabb és legkorszerűbb.

Tehát, a robot manipulátor struktúrájának a leírására, a szegmensek kinematikai paramétereit a Denavit–Hartenberg eljárással adjuk meg, a szegmensek tömegét és tehetetlenségi nyomatékait pedig a szegmens tömegközéppontjában felállított (lokális) koordinátarendszerben határozzuk meg.

2.2.3. Lagrange-féle robotdinamikai modellezés

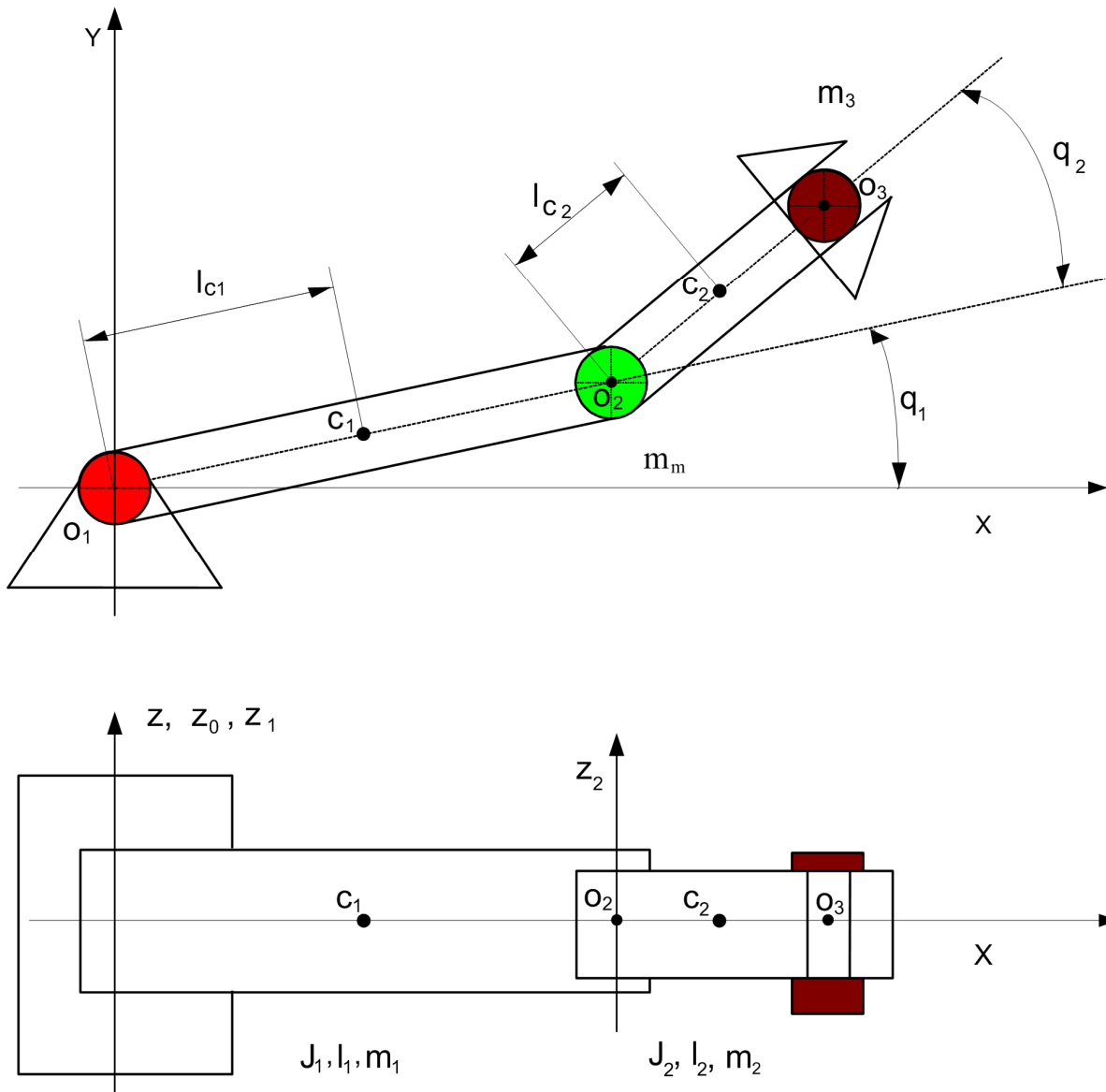
Robot manipulátor dinamikájának a meghatározására előnyös a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenletek alkalmazása:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, \dots, n \quad (2.14)$$

ahol: T – a robot manipulátor rendszer kinetikus energiája,
 Π – a robot manipulátor rendszer potenciális energiája,
 τ_i – csuklónyomaték/erő,
 q_i – csuklókoordináta.

A Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenletek alkalmazását a 2.3. ábra szerinti robot manipulátor dinamikai modellezésénél mutatjuk be. Vizsgáljunk tehát egy 2- szabadságfokú, 2 rotációs csuklóból álló robot manipulátort. Ha a robot manipulátor a vízszintes síkban mozog, akkor a SCARA típusú robot első két szegmensével, ha pedig a függőleges síkban mozog, akkor a PUMA típusú robot második és harmadik szegmensével egyezik meg.

Robot manipulátor adatok: q_1 és q_2 - a robotcsuklók koordinátái, m_m - a 2-es számú csukló aktuátorának a tömege, m_3 - a munkadarab tömege. *Robotszegmens adatok:* *első szegmens:* l_1 – a szegmens hossza, l_{c1} – a szegmens tömegközéppontjának a távolsága az 1-es csukló középpontjától, m_1 – a szegmens tömege, J_1 – a szegmens tehetetlenségi nyomatéka a szegmens tömegközéppontra számítva, *második szegmens:* l_2 – az szegmens hossza, l_{c2} – a szegmens tömegközéppontjának a távolsága a 2-es csukló középpontjától, m_2 – a szegmens tömege, J_2 – a szegmens tehetetlenségi nyomatéka a szegmens tömegközéppontra számítva.



2.3. ábra: A 2- szabadságfokú, 2 rotációs csuklóból álló robot manipulátor

A robot manipulátor kinetikus energiája a következő részekből áll:

- az 1-es robotszegmens kinetikus energiája:

$$T_1 = \frac{1}{2} J_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 v_{c_1}^2 \quad (2.15)$$

- a 2-es robotszegmens kinetikus energiája:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{c_2}^2 \quad (2.16)$$

- az 2-es robotcsukló aktuátorának kinetikus energiája:

$$T_3 = \frac{1}{2} m_m v_{o_2}^2 \quad (2.17)$$

- m_3 tömegű munkadarab kinetikus energiája:

$$T_4 = \frac{1}{2} m_3 v_{03}^2 \quad (2.18)$$

A vizsgált mechanikai rendszer kinetikus energiájának a felírására:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \quad (2.19)$$

szükséges meghatározni a tömegpontok abszolút sebességeit a robotcsuklók szögsebességeinek a függvényében:

$$\begin{aligned} v_{c1} &= l_{c1} \dot{q}_1 \\ v_{02} &= l_1 \dot{q}_1 \\ v_{c2} &= l_1^2 \dot{q}_1^2 + 2l_1 l_{c2} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos q_2 + l_{c2}^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \\ v_{03} &= l_1 \dot{q}_1^2 + 2l_1 l_2 \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos q_2 + l_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Így a robot manipulátor kinetikus energiája: (2.21)

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} [J_1 \dot{q}_1^2 + m_1 l_{c1}^2 \dot{q}_1^2 + J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2] + m_2 [l_1^2 \dot{q}_1^2 + 2l_1 l_{c2} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos q_2 + l_{c2}^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2] + m_m l_1^2 \dot{q}_1^2 + \\ &+ m_3 [l_1^2 \dot{q}_1^2 + 2l_1 l_2 \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos q_2 + l_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2] \end{aligned}$$

A robot manipulátor potenciális energiája a következő részekből áll:

- az 1-es robotszegmens potenciális energiája:

$$\Pi_1 = m_1 g l_{c1} \sin q_1 \quad (2.22)$$

- az 2-es robotszegmens potenciális energiája:

$$\Pi_2 = m_2 g [l_1 \sin q_1 + l_{c2} \sin(q_1 + q_2)] \quad (2.23)$$

- az 2-es robotcsukló aktuátorának potenciális energiája:

$$\Pi_3 = m_m g l_1 \sin q_1 \quad (2.24)$$

- m_3 tömegű munkadarab potenciális energiája:

$$\Pi_4 = m_3 g [l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2)] \quad (2.25)$$

Így a szemlélt robot manipulátor potenciális energiája:

$$\Pi = m_1 g l_{c1} \sin q_1 + m_2 g [l_1 \sin q_1 + l_{c2} \sin(q_1 + q_2)] + m_m g l_1 \sin q_1 + m_3 g [l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2)] \quad (2.26)$$

Behelyettesítve a T és Π kifejezéseket a Lagrange-féle másodfajú egyenletekbe:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, 2 \quad (2.27)$$

felírhatjuk a robot manipulátor mátrix alakú mozgásegyenleteit:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.28)$$

ahol az egyes mátrixok elemei:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} H(\mathbf{q})_{1,1} & H(\mathbf{q})_{1,2} \\ H(\mathbf{q})_{2,1} & H(\mathbf{q})_{2,2} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} H(\mathbf{q})_{1,1} &= J_1 + J_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + m_3 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_2)) + m_m l_1^2, \\ H(\mathbf{q})_{1,2} &= J_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + m_3 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos(q_2)), \\ H(\mathbf{q})_{2,1} &= J_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + m_3 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos(q_2)), \\ H(\mathbf{q})_{2,2} &= J_2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2. \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{1,1} & C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{1,2} \\ C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{2,1} & C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{2,2} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{1,1} &= -2l_1 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_1 \sin(q_2), \\ C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{1,2} &= l_1 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_1 \sin(q_2), \\ C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{2,1} &= -l_1 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_1 \sin(q_2), \\ C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{2,2} &= 0. \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} g_1(q) \\ g_2(q) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} g_1(q) &= m_1 g l_{c1} \cos(q_1) + m_2 g (l_1 \cos(q_1) + l_{c2} \cos(q_1 + q_2)) + m_m g l_1 \cos(q_1) + m_3 g (l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2)) \\ g_2(q) &= m_2 g l_{c2} \cos(q_1 + q_2) + m_3 g l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

a robot manipulátor mozgásegyenletei tehát mátrix alakban felírhatók a következő módon:

$$\begin{bmatrix} J_1 + J_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + m_3 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos q_2) + m_m l_1^2 \\ J_1 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + m_3 (l_1 l_2 \cos q_2 + l_2^2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} & J_2 + m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + m_3(l_2^2 + l_1 l_2 \cos q_2) \\ & J_2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2 \end{aligned} \right] \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} -2l_1(m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_2 \sin(q_2) & -l_1(m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_2 \sin(q_2) \\ l_1(m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_1 \sin(q_2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \quad (2.36) \\
& + \begin{bmatrix} m_1 g l_{c1} \cos q_1 + m_2 g(l_1 \cos q_1 + l_{c2} \cos(q_1 + q_2)) + m_m g l_1 \cos(q_1) + \\ m_2 g l_{c2} \cos(q_1 + q_2) + m_3 g l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ + m_3 g(l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Ha a szemlélt 2.3. ábra szerinti robot manipulátor a vízszintes síkban mozog, akkor a struktúrája megegyezik a SCARA robot első 2 – szabadságfokával, $n=2$, így a gravitációs erőhatások vektora zérus, $g(q)=0$. Az i -edik csukló meghajtó nyomatéka biztosítja a csukló körüli mozgást \ddot{q}_i gyorsulással, amely függ a robot manipulátor i -edik csuklójára ható tehetetlenségi nyomatéktól. E tehetetlenségi nyomaték összetett függvénye a pillanatnyi csuklókoordinátáknak az i -edik csuklótól számítva. Az i -edik csukló súlyponti tengelyére vett tehetetlenségi nyomatéka mellett (J_1, J_2) az i -edik csukló mozgására még kihatnak a centrifugális tehetetlenségi nyomatékok, amelyek a többi, i -edik csukló utáni csuklók mozgásától adódnak. A centrifugális tehetetlenségi nyomatékok ugyancsak összetett függvényei a robot manipulátor pillanatnyi koordinátáinak. Összehasonlítva a 2.28 és 2.36 kifejezéseket, megállapítható, hogy a robot manipulátor tehetetlenségi mátrixa $\mathbf{H}(\mathbf{q})$:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} J_1 + J_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + m_3(l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos q_2) + m_m l_1^2 \\ J_2 + m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)) + m_3(l_2^2 + l_1 l_2 \cos q_2) \\ J_2 + m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + m_3(l_2^2 + l_1 l_2 \cos q_2) \\ J_2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Az i -edik csukló mozgására kihatnak még a csuklómozgásoktól létrejövő nyomatékok:

- az úgynevezett Coriolis-féle és
- centrifugális

nyomatékok, amelyek egyenesen arányosak a szögsebességek szorzatával. Feladatunknál a Coriolis és centrifugális nyomatékok vektora:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -2l_1(m_2l_{c2} + m_3l_2)\dot{q}_2 \sin q_2 & -l_1(m_2l_{c2} + m_3l_2)\dot{q}_2 \sin q_2 \\ l_1(m_2l_{c2} + m_3l_2)\dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

A Coriolis-féle és centrifugális nyomatékok egyenesen arányosak tehát a csuklók szögsebességével, így csak nagy szögsebességek esetén jelentősek, a csukló mozgása kezdeténél és a mozgás végénél nincs igazi kihatásuk a robot manipulátor dinamikájára. Nagy szögsebességek esetén viszont jelentősen kihatnak a pozicionálás és a pályakövetés pontosságára. Az i -edik csukló körüli nyomatékokra kihat még a gravitációs nyomaték is, amely általános esetben ugyancsak összetett függvénye a robot manipulátor csuklókoordinátáinak és változik az i -edik csukló mozgása közben:

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_1 g l_{c1} \cos q_1 + m_2 g (l_1 \cos(q_1) + l_{c2} \cos(q_1 + q_2)) + m_m g l_1 \cos q_1 + \\ m_2 g l_{c2} \cos(q_1 + q_2) + m_3 g l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ + m_3 g (l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2)) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Megállapítható tehát, hogy a tehetetlenségi mátrix $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ és a $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ és $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ vektorok a robot manipulátor összes koordinátáinak összetett függvényei. Mindegyik csukló mozgása erősen csatolt az összes többi robotcsukló mozgásával, így egy aktuátor meghajtó nyomatéka tulajdonképpen kihat az összes többi csukló mozgására. Közvetlen hajtás (Direct Drive) esetén az aktuátor meghajtó nyomatéka a szervomotor meghajtó nyomatékával egyezik meg, ha pedig az aktuátor hajtóművet is tartalmaz, akkor a hajtómű kimenő nyomatékával egyezik meg. A hajtómű a szervomotor szögsebességét a csukló felé a hajtóműáttétel értékével leosztja, a meghajtó nyomatékot a csukló felé pedig a hajtóműáttétel értékével felszorozza [11]. A robotirányítás vizsgálatánál a robot mehanizmus rugalmasságát a rugalmas robotcsuklókkal vesszük figyelembe.

2.2.4. Robotdinamikai modell vizsgálata

Ha a robot manipulátor nyomatékegyenleteit, (2.7) vagy (2.13), felírjuk az n számú robotcsuklóra, akkor megkapjuk a szemlélt mechanikai rendszer dinamikai modelljét, amely n számú skaláris nemlineáris másodrendű differenciálegyenletből áll, ezeknek mátrix alakja a következő [2]:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (2.40)$$

ahol: $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)^T$ - meghajtó nyomatékok/erők $n \times 1$ dimenziós vektora

$\mathbf{H}(\mathbf{q})$ - $n \times n$ dimenziós tehetetlenségi mátrix, amely a robot q csuklókoordinátáinak függvénye,

$\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ - a csuklókoordináták $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q})$ - $n \times 1$ dimenziós oszlopvektor.

$\mathbf{C}(\mathbf{q})$ - a Coriolis és centrifugális nyomatékok $n \times n \times n$ (háromdimenziós) mátrixa

$\mathbf{g}(\mathbf{q})$ - a gravitációs erőhatások $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora.

A (2.38) relációt felírhatjuk a következő módon is:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (2.41)$$

A robot manipulátor dinamikai modellje tehát n számú nemlineáris másodrendű differenciálegyenletből áll, amely persze nem függ az alkalmazott modellfejlesztési eljárástól. Az i -edik csukló

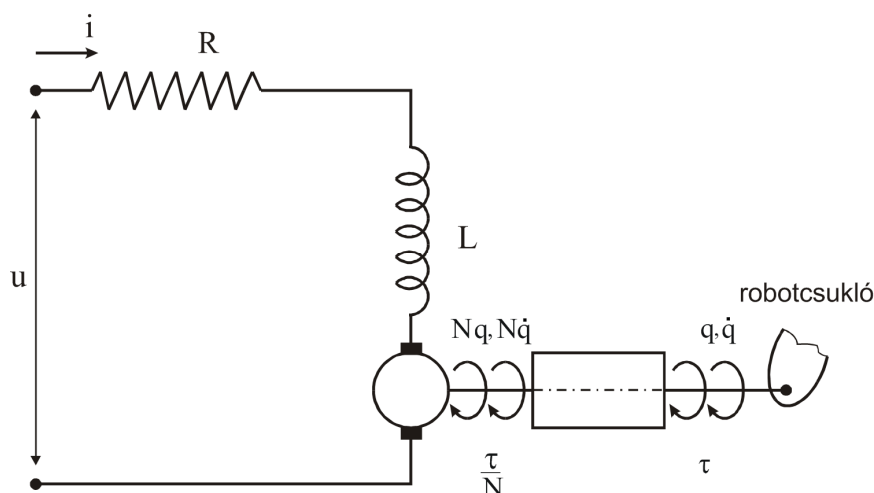
meghajtó nyomatéka a mozgó robotmechanizmus i -edik csuklóra számított tehetetlenségi nyomatéktól függően \ddot{q}_i szöggyorsulással mozgatja a csuklót. E tehetetlenségi nyomaték, a robot manipulátor i -edik csuklótól számított összes csuklóinak pillanatnyi koordinátáitól függ. Az i -edik csukló mozgására, a súlyponti tengelyre számított tehetetlenségi nyomatékok mellett, kihatnak még a centrifugális tehetetlenségi nyomatékok is, amelyek a többi (mozgó) csuklótól adódnak (az i -edik csukló után). A centrifugális tehetetlenségi nyomatékok ugyancsak a pillanatnyi csuklókoordináták összetett függvényei.

Az i -edik csukló mozgására kihatnak még a csuklómozgásoktól létrejövő nyomatékok, az úgynevezett Coriolis-féle és centrifugális nyomatékok, amelyek egyenesen arányosak a szögsebességek szorzatával. Az i -edik csukló körüli nyomatékokra kihat még a gravitációs nyomaték is, amely általános esetben ugyancsak összetett függvénye a robot manipulátor csuklókoordinátáinak. Így a tehetetlenségi mátrix $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ és a $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q})$ vektor tulajdonképpen nagyon összetett nemlineáris függvényei a robot manipulátor összes koordinátáinak. A fenti tények alapján megállapítható, hogy a robot manipulátor minden csuklójának mozgása erősen csatolt az összes többi csukló mozgásával, és egy aktuátor meghajtó nyomatéka tulajdonképpen kihat a többi csukló mozgására is. Közvetlen hajtás esetében (*Direct Drive*) az aktuátor meghajtó nyomatéka a szervomotor meghajtó nyomatékával egyezik meg, ha pedig az aktuátor hajtóművet is tartalmaz, akkor a hajtómű kimenő nyomatékával egyezik meg. El kell mondani azt is, hogy a (2.40) dinamikai modell tulajdonképpen a robotmechanizmus dinamikáját írja le nem véve figyelembe az aktuátor dinamikáját is. A komplett dinamikai modell felírása érdekében figyelembe kell tehát venni az aktuátor modelljét is.

2.3. Robothajtások

2.3.1. Robot aktuátorok

A robot manipulátor csuklómeghajtásaira három típusú elektromechanikai, elektrohidraulikus és elektropneumatikus aktuátort alkalmazunk.



2.4. ábra: A szervórendszer vázlatja

A korszerű robot manipulátoroknál nő az elektromechanikus meghajtások használata (különösen a 100 kg terheléshatárig). A robot manipulátorok hajtási rendszereinél egyenáramú állandó mágnesű szervomotorok dominálnak, melyek könnyen szabályozhatók. A szervórendszer vázlatja a 2.4. ábrán látható. A szervóhajtás magába foglalja a szervomotort, fordulatszám-szabályozót, szervó-szabályozót és a hajtóművet. A szervomotor tengelyén helyezkedik el a

tahógenerátor és a motorfék. A fordulatszám-szabályozást a szabályozó kimeneténél az u feszültség szabályozásával valósítjuk meg. Megállapítható tehát, hogy a feszültség változtatásával tulajdonképpen a robot manipulátort irányítjuk. Feltételezzük, hogy a szervomotor kimenő tengelye közvetlenül a hajtóműhöz, a hajtómű kimenő tengelye pedig a csuklóhoz kötődik.

A szervomotor áramkör (hurok) egyenlete felírható a következő módon:

$$\mathbf{u} = \mathbf{L}_R \frac{d\mathbf{i}_R}{dt} + \mathbf{R} \mathbf{i}_R + \mathbf{c}_E \mathbf{N} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.42)$$

ahol: \mathbf{u} – szabályozó feszültség $n \times 1$ dimenziós vektora a rotor bemeneténél [V],

\mathbf{L}_R – rotorköri induktivitás $n \times 1$ dimenziós vektora [H],

\mathbf{i}_R – rotoráram $n \times 1$ dimenziós vektora [mA],

\mathbf{R} – rotorköri ellenállás $n \times n$ dimenziós mátrixa [Ω],

\mathbf{c}_E – a belső feszültség együtthatójának $n \times n$ dimenziós mátrixa [V/s⁻¹],

$\dot{\mathbf{q}}$ – a reduktor kimenő tengelye szögsebességének az $n \times 1$ dimenziós vektora [s⁻¹],

\mathbf{N} – a hajtóműáttétel $n \times n$ dimenziós mátrixa.

A rotor mátrix alakú másodrendű differenciálegyenlete, vagyis a:

- ❖ meghajtó nyomaték,
- ❖ tehetetlenségi erők nyomatéka,
- ❖ csillapítási nyomaték és
- ❖ a külső terhelő nyomaték

dinamikai egyensúlya az aktuátor kimenő tengelyén (a csukló felé) felírható a következőképpen:

$$\mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_m \dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau} = \mathbf{N} \boldsymbol{\tau}_m \quad (2.43)$$

ahol:

\mathbf{J} – a rotor és a hajtómű tehetetlenségi nyomatékának $n \times n$ dimenziójú mátrixa [kgm²],

\mathbf{B}_m – a viszkózus súrlódástényező $n \times n$ dimenziójú mátrixa [Nm/s⁻¹],

$\boldsymbol{\tau}$ – a robotcsukló terhelőnyomatékának $n \times 1$ dimenziós vektora [Nm],

$\boldsymbol{\tau}_m$ – a szervomotor meghajtó nyomatékának $n \times 1$ dimenziós vektora [Nm].

A rotor meghajtó nyomatéka és a rotoráram közötti összefüggés:

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mathbf{c}_m \mathbf{i}_R \quad (2.44)$$

ahol: \mathbf{c}_m – arányossági tényező $n \times n$ dimenziójú mátrixa.

Behelyettesítve a (2.44) a (2.43) megkapjuk a dinamikai egyenlet mátrix alakját:

$$\mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_m \dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau} = \mathbf{N} \mathbf{c}_m \mathbf{i}_R \quad (2.45)$$

Az aktuátor matematikai modelljét felírhatjuk állapotegyenlet alakban is. Válasszuk ki az állapotváltozók 3×1 oszlopdimenziós vektorát a következő módon:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \\ \dot{i}_{Ri} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

így a (2.42) és (2.45) relációk felírhatók a következő mátrix alakban:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{b}_i \mathbf{N}(u_i) + \mathbf{f}_i \tau_i \quad (2.47)$$

ahol az:

\mathbf{A}_i – 3x3-as rendszermátrix,

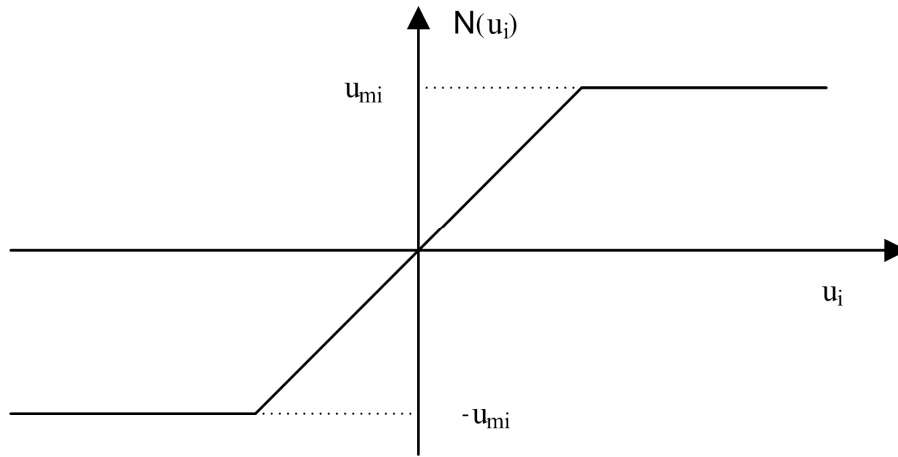
\mathbf{b}_i – 3x1-es bemeneti oszlopvektor,

\mathbf{f}_i – 3x1-es bemeneti oszlopvektor,

$\mathbf{N}(u_i)$ – telítés jellegű nemlinearitás, a feszültség ugyanis limitált a következő módon:

$$\mathbf{N}(u_i) = \begin{cases} -u_{mi} & \text{ha } u_i < -u_{mi} \\ u_i & \text{ha } -u_{mi} \leq u_i < u_{mi} \\ u_{mi} & \text{ha } u_i > u_{mi} \end{cases} \quad (2.48)$$

ami tulajdonképpen azt jelenti, hogy a bemenő feszültség amplitúdó nem lépheti át a (2.5) ábra szerinti u_{mi} maximális értéket. Az u feszültség a szabályozó jellemző, a feszültség változtatásával tulajdonképpen a robot manipulátort irányítjuk.



2.5. ábra: A szervomotor telítés jellegű nemlinearitása

A rendszer mátrixot és az oszlopvektorokat felírhatjuk a következő módon:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J} & \frac{c_M N}{J} \\ 0 & -\frac{c_E N}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Az aktuátor állapotegyenlet alakban felírt matematikai modellje tehát harmadrendű nemlineáris differenciál-egyenletrendszer, állandó együtthatókkal és telítés jellegű nemlinearitással. Az egyszerűbb modell felállítása céljából elhanyagoljuk a rotor induktivitását ($\mathbf{L} \rightarrow 0$) és a csillapító hatásokat ($k \rightarrow 0$)

Így a 2.46 állapotváltozók felírható a következő módon:

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

és az aktuátor állapotegyenlete másodrendűvé válik a következő rendszermátrixszal és oszlopvektorokkal:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{c_M c_E N^2}{JR} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_M N^2}{JR} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Megjegyzés: Az elektromechanikus aktuátor állapotegyenlete megfelel a hidraulikus aktuátorok állapotegyenleteinek is, csak a rendszermátrixoknál és az oszlopvektoroknál más fizikai mennyiségekről van szó.

2.3.2. Robot manipulátor és aktuátorok együttes dinamikai modellje

A robot manipulátor mechanizmusának (2.40) és az aktuátorok (2.42), (2.43) és (2.44) dinamikai modelljei alapján felírható a vizsgált rendszer együttes modellje. Az egyszerűbb megoldás céljából elhanyagoljuk a robot induktivitását ($L=0$) és így kifejezhetjük a rotoráramot:

$$\mathbf{i}_R = \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{c}_E \mathbf{N}\dot{\mathbf{q}}) \quad (2.52)$$

Így megkapjuk a robot manipulátor mechanizmusának és az aktuátorok együttes dinamikai modelljét, amely n számú nemlineáris másodrendű differenciálegyenletekből áll és mátrix alakban a következőképpen írhatjuk fel:

$$[\mathbf{H}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}]\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.53)$$

ahol a:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_m + \mathbf{N}\mathbf{c}_m \mathbf{R}^{-1} \mathbf{c}_E \mathbf{N} \quad (2.54)$$

bevezetve a következő jelöléseket:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{H}(\mathbf{q}) + \mathbf{J} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (2.56)$$

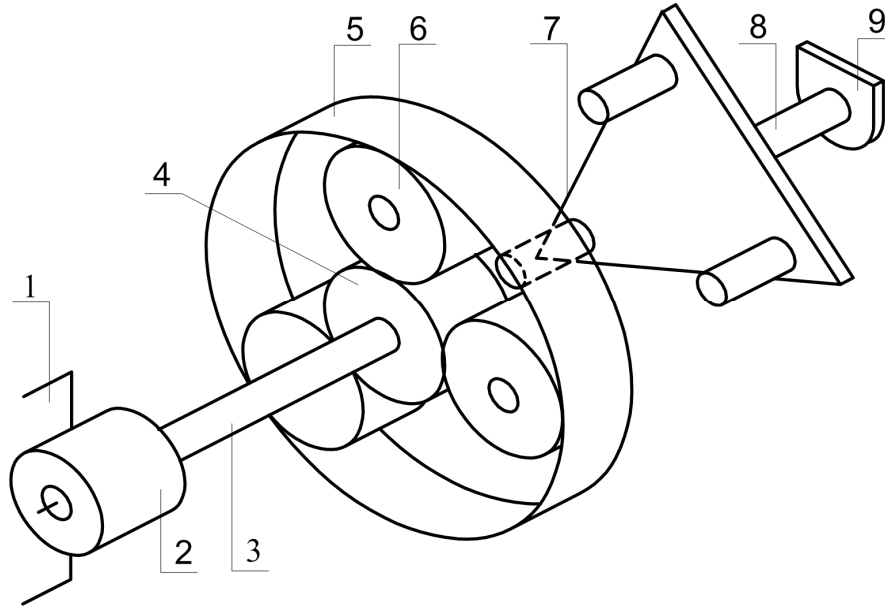
az 2.53 egyenletet, vagyis a robot manipulátor mechanizmusának és az aktuátorok együttes dinamikai modelljét felírhatjuk egyszerűbb alakban:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.57)$$

2.3.3. Robot manipulátorok hajtómű-dinamikája

A robot manipulátoroknál két típusú hajtóműtípust használunk: fogaskerék-bolygóművet és hullámhajtóművet. A robotcsuklón elhelyezett hajtómű áttétele általában min. 50. A robotcsukló fogaskerék-bolygómű vázlata a 2.6. ábrán látható.

- Jelölések:
1. Az (i-1)-ik szegmens.
 2. Állandó mágnesű DC motor.
 3. Rugalmas bemenő tengely.
 4. Napkerék.
 5. Bolygókerék.
 6. Gyűrűkerék.
 7. Hordozó.
 8. Rugalmas kimenő tengely.
 9. Az i-k szegmens.



2.6. ábra: Fogaskerék-bolygómű vázlatja.

A DC motor egyenletei a rugalmas tengely esetében a következők:

$$\mathbf{u} = \mathbf{L} \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \mathbf{R}\mathbf{i} + \mathbf{k}_m \dot{\mathbf{q}}_m \quad (2.58)$$

$$\mathbf{J}_m \ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{k}_{am} \dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{c}_{ms} (\mathbf{q}_m - \mathbf{q}_s) = \mathbf{c}_m \mathbf{i} \quad (2.59)$$

A fogaskerék-bolygómű másodrendű differenciálegyenletei:

napkerék

$$\mathbf{J}_s \ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{r}_s (\mathbf{F}_{sp1} + \mathbf{F}_{sp2} + \mathbf{F}_{sp3}) - \mathbf{c}_{ms} (\mathbf{q}_m - \mathbf{q}_s) = \mathbf{0} \quad (2.60)$$

bolygókerék

$$\mathbf{J}_{pj} \ddot{\mathbf{q}}_{pj} + \mathbf{r}_{pj} (\mathbf{F}_{spj} + \mathbf{F}_{Hj}) = \mathbf{0} \quad j=1,2,3 \quad (2.61)$$

hordozó

$$\mathbf{J}_T \ddot{\mathbf{q}}_T - (\mathbf{r}_s + \mathbf{r}_{p1}) \mathbf{F}_{sp1} - (\mathbf{r}_s + \mathbf{r}_{p2}) \mathbf{F}_{sp2} - (\mathbf{r}_s + \mathbf{r}_{p3}) \mathbf{F}_{sp3} + (\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_{p1}) \mathbf{F}_{Hp1} + \quad (2.62)$$

$$+ (\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_{p2})\mathbf{F}_{Hp2} + (\mathbf{r}_H - \mathbf{r}_{p3})\mathbf{F}_{Hp3} + \mathbf{c}_{TZ}(\mathbf{q}_T - \mathbf{q}) = \mathbf{0}$$

ahol: $\mathbf{q}_{p1}, \mathbf{q}_{p2}, \mathbf{q}_{p3}$ – a bolygókerék $n \times 1$ pozícióvektora,

\mathbf{q}_T - a hordozók $n \times 1$ pozícióvektora,

\mathbf{c}_{TZ} - a hordozó és a szegmens közötti tengelymerevség $n \times n$ átlós mátrixa,

$\mathbf{c}_{sp}(t)$ - a napkerék és bolygókerék közötti merevség $n \times n$ átlós mátrixa,

$\mathbf{c}_{HP}(t)$ - a gyűrűkerék és bolygókerék közötti merevség $n \times n$ átlós mátrixa,

\mathbf{J}_s - a napkerék tehetetlenségi nyomatékának $n \times n$ dimenziójú mátrixa,

$\mathbf{J}_{p1}, \mathbf{J}_{p2}, \mathbf{J}_{p3}$ - a bolygókerék tehetetlenségi nyomatékának $n \times n$ dimenziójú mátrixa,

\mathbf{J}_T - a hordozó tehetetlenségi nyomatékának $n \times n$ dimenziójú mátrixa,

\mathbf{r}_s -a napkerék rádiuszának átlós mátrixa,

\mathbf{r}_p - a bolygókerék rádiuszának átlós mátrixa,

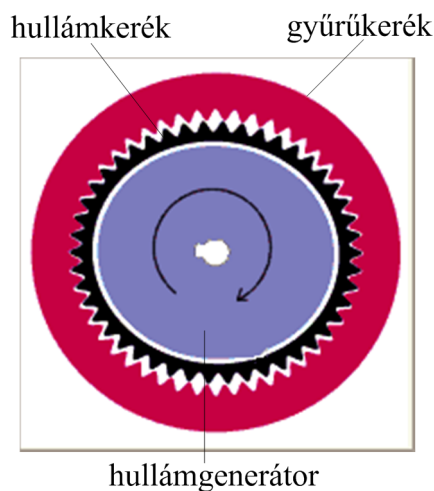
\mathbf{r}_H - a gyűrűkerék rádiuszának átlós mátrixa,

A robot manipulátor mátrix alakú dinamikus egyenlete így:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{c}_{TZ}(\mathbf{q}_T - \mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (2.63)$$

A (2.58) - (2.63) egyenletek lehetővé teszik a fogaskerekes-bolygómű részletes dinamikai vizsgálatát a rugalmas csuklójú robot manipulátoroknál. Az egyfokozatú fogaskerekes-bolygómű esetében az maximális áttétel 13:1, kétfokozatúnál 169:1, háromfokozatúnál pedig 2197:1.

A kis méretű, nagy áttételű hullámhajtómű (Harmonic Drive) vázlata 2.7 ábrán látható [43]. A hullámhajtómű alapelemei: hullámgenerátor (kék), gyűrűkerék (piros), rugalmas kerék – hullámkerék (fekete). Áttétele: 30:1 - 320:1. A hajtómű bemenete a hullámgenerátor, kimenete a rugalmas kerék – hullámkerék. A hullámkerék fogszáma kisebb mint a gyűrűkeréké. A bemenő tengelyen lévő hullámgenerátor egyszeri körbefordulása, a kimenő tengelyt akkora szöggel fordítja el, amely megfelel a két fogaskerék fogszám különbségének.



2.7. ábra: Hullámhajtómű

2.4. Robot manipulátorok dinamikájának számítógépes tervezése

A robot manipulátor dinamikai modelljének az alkalmazását a számítástechnika gyors fejlődése (mint hardver mint szoftver szempontból) tette lehetővé. A robot manipulátor dinamikai modelljét felhasználjuk a robotmechanizmus és a robotirányítási rendszerek tervezésénél, valamint az aktuátorok optimális megválasztásánál. A dinamikai modellezésnél a legkorszerűbb eljárás a szimbolikus modellezési technika használata, itt ugyanis a dinamikai modell magas szintű programnyelvben való generálásával a bemenő változókat szimbolikus változóknak tekintjük. A dinamikai modellezésnél az alapfeladat a csuklók (2.40) relációk szerinti meghajtó nyomatékainak τ meghatározása (direkt dinamikai feladat). Feltétlenül szükséges tehát a $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ tehetetlenségi mátrix és a $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ vektor meghatározása. A robot manipulátor kinematikai paramétereit ($a_i, d_i, \alpha_i, \theta_i$), a Denavit–Hartenberg eljárás szerint határozzuk meg. A szegmensek dinamikai paramétereit is megadjuk (a szegmensek tömege és tehetetlenségi nyomatéka). A számítógépes program automatikusan generálja a robot manipulátor dinamikai modelljét és meghatározza a következő mennyiségeket [4]:

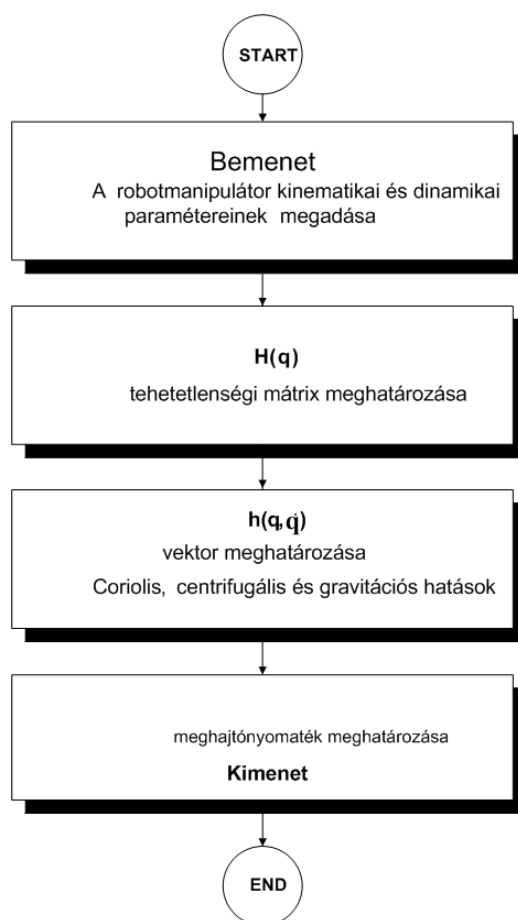
- ❖ homogén transzformációs-mátrix (direkt kinematikai feladat),
- ❖ Jacobi-mátrix,
- ❖ robotcsuklók pozíciója,
- ❖ robotcsuklók meghajtó nyomatékai,
- ❖ robot manipulátor tehetetlenségi mátrixa $\mathbf{H}(\mathbf{q})$,
- ❖ a Coriolis és centrifugális nyomatékok vektora,
- ❖ a gravitációs erővektor,
- ❖ $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ vektor.

A robot manipulátor struktúráját egyszerűen tudjuk változtatni, a bemenő robot manipulátor adatok változásával, az eljárás többi része automatikus, egészen a meghajtó nyomatékok meghatározásáig. Persze szükségünk van eléggé általános számítási algoritmusra. A direkt dinamikai feladat, a csukló-nyomatékok meghatározásának az algoritmusát a következő ábrán mutatjuk be.

A szimbolikus módszer segítségével két programot futtatunk:

- ❖ off-line programot – a nyomatékok, tömegek, és tehetetlenségi tenzorok átszámítására leképzéssel, a szegmensek tömegközéppontjából a lokális koordinátarendszerekre a Denavit–Hartenberg konvenció szerint,
- ❖ on-line programot, a Newton-Euler eljárás szerint, a csuklókoordináták és deriváltjaik felhasználásával a meghajtó nyomatékok/erők meghatározására.

Az off-line program csak egyszer végzi el a számításokat, így az on-line programfutató időtartalma lecsökken. A robotdinamikai modell számítógépes előállítására több szoftvercsomagot fejlesztettek ki.



2.8. ábra: A direkt dinamikai feladat megoldásának algoritmus

Irodalomjegyzék

- [1] R.P.Paul, Manipulator Cartesian Path Control, IEEE, Vol.SMC-9, No11, 702-711, 1979.
- [2] J.Y.S.Luh, M.W.Walker, R.P.C.Paul, On-line Computational Scheme for Mechanical Manipulators, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.102, 69-76, 1980.
- [3] Yoram Koren, Robotics for Engineers McGraw-Hill, 1985
- [4] Hayati, S., Mirmirani, M., 'Improving the Absolute Positioning Accuracy of Robot Manipulators', Jo. Robotic Systems, Vol. 2, No. 4, pp. 397-413 (1985)
- [5] M.Vukobratović, Primenjena dinamika manipulacionih robota, Serija: Osnovi robotike, Tehnička knjiga, Beograd, 1986.
- [6] Craig J.: Introduction to Robotics: Mechanics & Control, Addison-Wesley, 1986.
- [7] Eugene I. Rivin, Mechanical design of robots, McGraw-Hill, Inc., 1987
- [8] Fu K., Gonzales R., and Lee C.: Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligenece, McGraw-Hill Book Company, 1987.
- [9] Kirchner, H., Gurumoorihy, B., Prinz, F., 'A Perturbation Approach to Robotic Calibration', In. Journal of Robotics Research, Vol. 6, No. 4, pp. 47-59 (1987)
- [10] M.Kirčanski, M.Vukobratović, N.Kirčanski, A.Timčenko, A New Program Package for the Generation of Efficient Manipulator Kinematic and Dynamic Equations in Symbolic Form, Robotika, Vol. 6, 331-318, 1988.
- [11] Gyula Mester, Zoltán Jeges, Szilveszter Pletl, Modeliranje elektromehaničkih prenosnika robotici, JUROB 88, Zbornik radova, 3, 80-85, Opatija, 1988.

- [12] Zak, G. Fenton, R.G., Benhabib, B. 'A Generalized Calibration Method for Robots in Manufacturing Applications', IEEE, 1988, pp. 266-272.
- [13] A. Timčenko, N. Kirčanski, M. Vukobratović, SYM-programski paket za generisanje simboličkih modela manipulatora, Zbornik VI Jugoslovenskog simpozijuma za primenjenu robotiku i fleksibilnu automatizaciju, 3-10, Novi Sad, 1989.
- [14] Zoltán Jeges, Gyula Mester, "Kontralabilnost elastičnog mehaničkog reduktora robota u prisustvu ekscentričnosti". Jugoslovensko Savetovanje o robotizaciji, JURJOB '89, Zbornik radova, 4, 195-201, Opatija, Jugoslavija, 1989.
- [15] A. Šmiarowski, Jr., J.N. Anderson, Recursive Algorithm for the Third-Order Model of Robot, IEEE, 8, 184-1689, 1989.
- [16] Hollerbach, J.M., 'A Survey of Kinematic Calibration', The Robotics Review 1, Khatib, Craig, and Lozano-Perez, eds. MIT Press, pp. 207-242 (1989).
- [17] Ben-Zion Sandler, Robotics- designing the Mechanisms for Automated machinery, Prentice – Hall, Inc., 1991
- [18] Gyula Mester Zoltán Jeges, Szilveszter Pletl, Pajor Gizella, Rugalmas csuklóval rendelkező robotmanipulátorok dinamikai modellezése. Bulletins for Applied Mathematics, BAM 731/91, ISSN 0133-3526, pp. 137-143, Budapest, Hungary, 1991.
- [19] J. Rudas, Gy. Mester, "Industrial Robot Control in Case of Uncertain Dynamical Parameters". Proceedings of the IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems'91, (IROS'91), Osaka, Japan, pp. 937-944, 1991.
- [20] Nakamura, Y. Advanced Robotics - Redundancy and Control, Addison-Wesley (1991).
- [21] Gyula Mester Zoltán Jeges, Szilveszter Pletl, Pajor Gizella, „Dinamičko modeliranje osnovne konfiguracije SCARA robota sa elastičnim zglobovima”, Zbornik radova VII simpozija o sistemima automatskog upravljanja, JUREMA, pp. 1.25-1.28, ISBN 86-81571-09-5, Zagreb-Tuheljske Toplice, 1991.
- [22] Gyula Mester, Szilveszter Pletl, Gizella Pajor, Zoltán Jeges, „Flexible Planetary Gear Drives in Robotics”, Proceedings of the 1992 International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation and Automation - Robotics, CIM and Automation, Emerging Technologies, IEEE IECON '92, pp 646-650, ISBN 0-7803-0582-5, San Diego, California, USA, 1992.
- [23] Gyula Mester, Sz. Pletl, I. Rudas "Dynamic Modelling of Robot Joints", Proceedings of IEEE International Workshop on Emerging Technologies and Factory Automation, EFTA '92. Technology for the Intelligent Factory, p.p. 561-565, Melbourne, Australia, 1992.
- [24] Gyula Mester, Zoltán Jeges, Szilveszter Pletl, Gizella Pajor, "Dinamika i upravljanje osnovne konfiguracije industrijskog robota sa elastičnim zglobovima". Proceedings of the 37th International Annual Gathering KoREMA, Part 1, p.p. 644-647, ISBN 86-81571-11-7, Zagreb, Hrvatska, 1992.
- [25] J.M.Selig, Introductory Robotics, Prentice – Hall, Inc., 1992
- [26] Imre Rudas, Á. Tóth, Efficient recursive algorithm for inverse dynamics, Mechatronics, Vol. 3, No. 2, pp. 205-214, 1993.
- [27] Gyula Mester, "Rigid-Link Flexible-Joint Robot Dynamics and Control". Monograph, Institut of Electro-Mechanical Systems, Subotica, Serbia & Montenegro, 1993.
- [28] Rade L., and Westergren B.: Mathematics Handbook for Science and Engineering, Studentlitteratur, Lund, 1995.
- [29] Keck, B.W., Smith, R.K., Matone, R. 'Calibration and Accuracy for Precision Manufacturing', Handout for Stanford Robotics Class: ME319, Spring 1995
- [30] J. K. Tar, O. M. Kaynak, J. F. Bitó, I. J. Rudas, Gy. Mester, "A New Method for Modelling the Dynamic Robot-Environment Interaction Based on the Generalization of the Canonical Formalism of Classical Mechanics". Proceedings of the First International ECPD Conference, pp. 687-692, Athens, Greece, 1995.
- [31] Qian, G.Z., Kazerounain, K., 'Statistical Error Analysis and Calibration of Industrial Robots for Precision Manufacturing'. Int. Jo. Adv. Manufacturing Technology, Vol. 11, pp. 300-308 (1996)
- [32] Zhuang, H., Roth, Z., Camera-Aided Robot Calibration, CRC Press, 1996.
- [33] P.I. Corke, A Robotics Toolbox for MATLAB, IEEE Robot. Autom. Mag. 3(1), 24-32 (1996)

- [34] Bruyninckx H. and De Schutter J.: Introduction to Intelligent Robotics, Katholieke Universteit Leuven, 2001.
- [35] Nwokah O., and Hurmuzlu Y., Editors, The Mechanical Systems Design Handbook, CRC Press, 2002.
- [36] Jorge Angeles, Fundamentals of Robotic Mechanical Systems, Springer-Verlag, New York, Inc., 2003
- [37] Paul E. Sandin, Robot mechanisms and mechanical devices, McGraw-Hill, Inc., 2003
- [38] G.D. Wood, D.C. Kennedy, Simulating Mechanical Systems in Simulink with SimMechanics (MathWorks Inc., 2003)
- [39] Angeles J.: Fundamentals of Robotic Mechanical Systems, Theory, Methods and Algorithms, Springer-Verlag, 2003.
- [40] John Iovine, PIC Robotics, McGraw-Hill Companies, Inc., 2004
- [41] Lewin A.R.W.Edwards, Open-Source Robotics and Process Control Cookbook, Elsevier, Inc., 2005
- [42] Thomas R. Kurefess, Robotics and Automation Handbook, CRC Press LLC, 2005
- [43] Siciliano, Khatib editors, Springer Handbook of Robotics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [44] <http://www.oj.hu/kando/robot/index2.html>

3. Robot manipulátorok szabad mozgásának hagyományos irányítása

A tananyag harmadik fejezete a robot manipulátorok szabad mozgásának hagyományos irányításával foglalkozik, kiindulva a decentralizált PD robotirányítás bemutatásával. Röviden áttekintjük a modellreferenciás dinamikus robotirányítást és a kiszámított nyomatékok módszerét. Bemutatjuk a robot manipulátor dinamikus irányításának tervezését.

3.1. Alapfogalmak

Ebben a fejezetben a robot manipulátor szabad, kényszerek nélküli mozgásának hagyományos irányítását tárgyaljuk. Ez esetben a robot manipulátor effektora a munkadarabbal szabadon halad a célpont felé, és nem vesszük figyelembe azt az esetet, amikor mozgás közben kontaktusba kerül a környezettel (mert ez már kényszermozgás). Így tehát a robot manipulátor szabad mozgásának a pályakövetési feladatával foglalkozunk (tracking control) és nem vesszük figyelembe az irányítás megvalósítása szempontjából fontos teljesítményelektronikát. Az ipari robotok irányítási feladatát elvileg három hierarchikus szinten oldhatjuk meg:

1. Stratégiai irányítás feladat - az effektor pályatervezése s világkoordinátákban.
2. Az inverz kinematikai feladat megoldása - feladata a csuklókoordináták meghatározására világkoordináták ismeretében – koordináta transzformáció.
3. Végrehajtó irányítási feladat a robotcsuklók pozicionálásának megvalósítása (az inverz kinematikai feladat megoldása után).

A robot manipulátorok legalább végrehajtó szintű irányítással rendelkeznek (végrehajtó irányítás csukló-koordinátákban), a többségük pedig az inverz kinematikai feladat megoldásával is (csuklókoordináták meghatározására világkoordináták ismeretében), a fejlődés pedig arra mutat, hogy a cél a stratégiai irányítási feladat bevezetése. Az elvégzendő feladattól függően az operátor (robotkezelő) a megfelelő programozási nyelv segítségével kommunikál az irányítási rendszerrel, meghatározza a manipulációs feladatot, és a stratégiai szinten megtervezi az effektor mozgását világkoordinátákban. Ez megoldható a feladat elvégzése előtt (off-line), vagy a feladat elvégzése közben (on-line). A világ- és csuklókoordináták és deriváltjaik közötti ismert összefüggés (direkt kinematikai feladat):

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_d &= \mathbf{f}(\mathbf{q}_d) \\ \dot{\mathbf{s}}_d &= \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}_d \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\ddot{\mathbf{s}}_d = \mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}}_d + \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}}_d$$

ahol $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{q}_d)$ Jacobi-féle mátrix, az $\mathbf{f}(\mathbf{q}_d)$ függvény parciális deriváltja, amely összeköti az s világkoordináták deriváltjait a \mathbf{q} csuklókoordináták deriváltjaival.

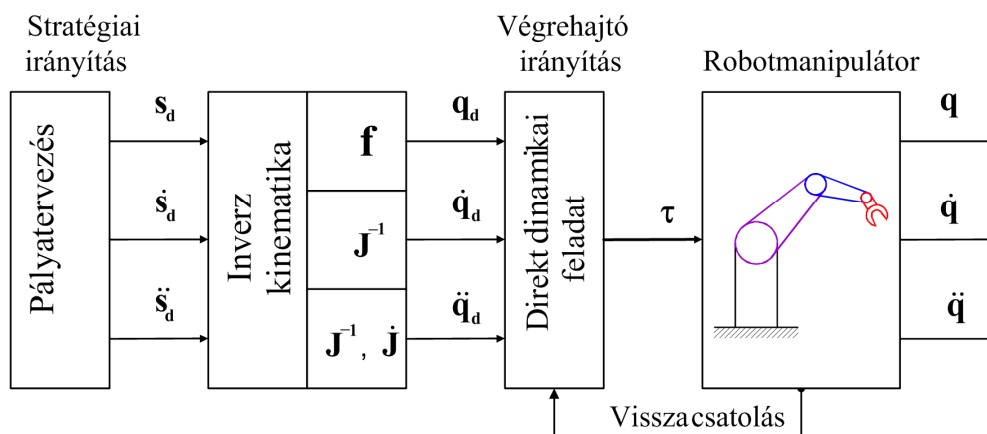
Az inverz kinematikai feladat megoldása, a robot manipulátor inverz kinematikai modellje alapján a referens világkoordinátákat \mathbf{s}_d átszámítja referens csuklókoordinátákká \mathbf{q}_d :

$$\mathbf{q}_d = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{s}_d)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{s}}_d \quad (3.2)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{J}^{-1} (\ddot{\mathbf{s}} - \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}}_d)$$

A szabad mozgású robot manipulátorok hagyományos irányításának hierarchikus blokkvázlata a 3.1. ábrán látható.



3.1. ábra: Hagományos robotirányítás hierarchikus blokkvázlata

A végrehajtó szintű irányítás az érzékelők adatai alapján (a robotcsukló pozíciója, szögsebessége és szöggyorsulása) az inverz kinematikai feladat megoldása után realizálja a pályakövetést (realizálódik az effektor pályakövetése). A robot manipulátor szabad mozgásának az irányítási feladatát két csoportba oszthatjuk:

- Az effektor pont-pont (point-to-point) irányítása az egyik helyzetből a másikba.
- Az effektor kontinuuális pályakövetési irányítása (tracking control).

Az robot manipulátoroknál a robotcsuklók mozgása közben nemcsak a pont-pont effektor-irányítást követeljük meg (a. feladat), hanem a kontinuuális pályakövetést is (b. feladat). Persze a b. feladat sokkal összetettebb az a. feladatnál. A továbbiakban vizsgáljuk a robotirányítást végrehajtó szinten.

3.2. Decentralizált PD robotirányítás

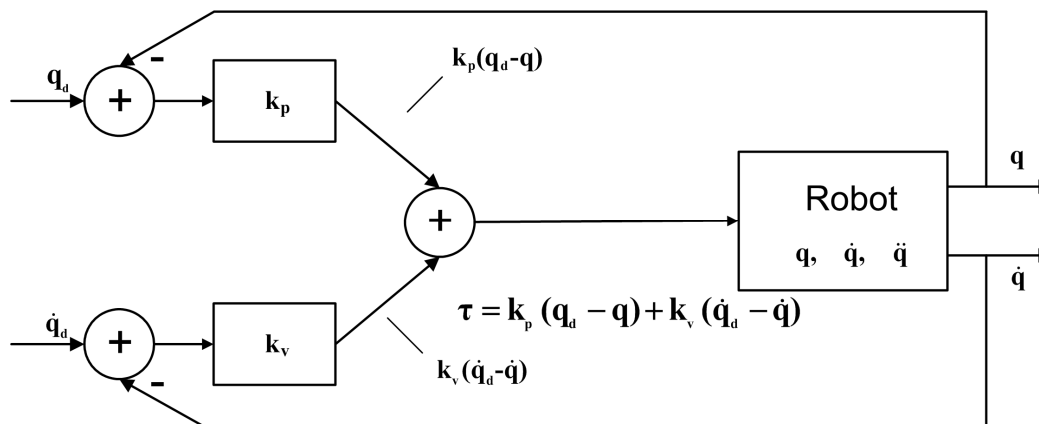
A robot manipulátorok hagyományos irányítása magába foglalja a decentralizált PD irányítást, vagyis visszacsatolásos szervo-irányítást (*feedback control*), ahol az érzékelők adatai alapján, (a csuklók pillanatnyi pozíciójáról és szögsebességéről) minden aktuátorra külön-külön PD szabályozót alkalmazunk. Tehát a decentralizált PD irányítást csuklókoordinátákban valósítjuk meg. A decentralizált PD robotirányítási törvény felírható a következő módon:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{k}_p (\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) + \mathbf{k}_v (\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.3)$$

ahol a: $\boldsymbol{\tau}$ meghajtó csuklónyomatékok vektora,
 \mathbf{k}_p pozícióerősítés diagonális mátrixa,
 \mathbf{k}_v sebességerősítés diagonális mátrixa,

- \mathbf{q}_d tervezett (*desired*) csuklókoordináták vektora,
- \mathbf{q} valós – mért csuklókoordináták vektora,
- $\dot{\mathbf{q}}_d$ tervezett (*desired*) csuklósebességek vektora,
- $\dot{\mathbf{q}}$ valós – mért csuklósebességek vektora.

A robot manipulátor decentralizált PD irányításának blokkvázlata a 3.2. ábrán látható:



3.2. ábra: A robotirányítás decentralizált PD irányításának blokkvázlata

A decentralizált szervóirányítás működése leolvasható a 3.2. ábráról. Az érzékelő megadja a q_i csuklópozíció és \dot{q}_i sebesség pillanatnyi valós értékeit, ezeket az ábra szerint visszacsatoljuk és a csuklópozíció q_d és sebesség \dot{q}_d tervezett (*desired*) értékeivel összehasonlítva a különbséget k_p pozícióerősítéssel és k_v sebességerősítéssel megszorozva kialakítjuk a meghajtó csuklónyomatékot τ .

A robot manipulátor decentralizált PD irányításának két lényeges hátránya van:

- a. A robot manipulátor decentralizált PD irányítása csak egyszerűbb kinematikai struktúráknál és kisebb sebességeknél alkalmazható, nem ad elfogadható pályakövetési eredményeket a korszerű robot manipulátoroknál, melyeknél a dinamikai csatolások, munkasebességek és a pontossági követelmények kifejezettek. Ezek az összetettebb feladatok dinamikus irányítási eljárások alkalmazásával oldhatók meg.
- b. A robot manipulátor részvétele a technológiai folyamatokban igényli az effektor helyzetének (pozíció + orientáció) megadását világkoordinátákban, az irányítási rendszer pedig ezután automatikusan átszámolja a megfelelő csuklókoordinátákat. A korszerű robot manipulátorok irányítási rendszerei lehetővé teszik az effektor világkoordinátáinak közvetlen megadását és a világkoordináták transzformálását csuklókoordinátákba.

3.3. Modellreferenciás dinamikus robotirányítás

Azokat az irányítási eljárásokat, amelyek a robot manipulátorok irányításánál figyelembe veszik a dinamikai csatolásokat és a nagy sebességi és pontossági követelményeket dinamikus robotirányításoknak nevezzük. A modellreferenciás dinamikus irányítás (feedforward control) figyelembe veszi a robot manipulátor dinamikáját (a szemlélt rendszer komplett dinamikai modelljét számítva), figyelembe véve a tervezett csuklókoordinátákat, és a robot manipulátor decentralizált PD szervóirányítását.

A tervezett (*desired*) csuklókoordinátákból q_{di} deriválással kiszámítjuk a robotcsuklók tervezett sebességeit \dot{q}_{di} és gyorsulásait \ddot{q}_{di} . Így a robotrendszer dinamikai modelljének felhasználásával

(2.40) meghatározzuk a referens (tervezett -nominális) meghajtó nyomatékokat τ_d , melyeket meg kell valósítani a robotcsuklókon, hogy a csuklók a tervezett pálya szerint mozogjanak:

$$\tau_d(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) = \mathbf{H}(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{h}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \quad (3.4)$$

A referens meghajtó nyomaték τ_d , magába foglalja a robotcsuklók dinamikai csatolását és kompenzálja a szemlélt robot manipulátor dinamikáját (amely a csuklókoordináták, sebességek és gyorsulások rendkívül összetett függvénye), de csak a tervezett – referens pálya mentén. Nagyon fontos megjegyezni, hogy a modellreferens dinamikus robotirányítás alkalmazásával a robotcsuklók közötti valós dinamikai csatolás nincs kompenzálva! A fenti megállapítások alapján a modellreferenciás dinamikus robotirányítás meghajtó nyomatéka a következőképpen írható fel:

$$\tau = \tau_d(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) + \mathbf{k}_p(\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) + \mathbf{k}_v(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.5)$$

ahol: τ - meghajtó csuklónyomatékok vektora,

τ_d - tervezett (referens-nominális) modellreferenciás meghajtó nyomatékok vektora, amelyet a robot dinamikai modellje és a tervezett (nem valós) koordináták, deriváltjaik szerint számítjuk,

\mathbf{k}_p - a pozícióerősítés diagonális mátrixa,

\mathbf{k}_v - a sebességerősítés diagonális mátrixa,

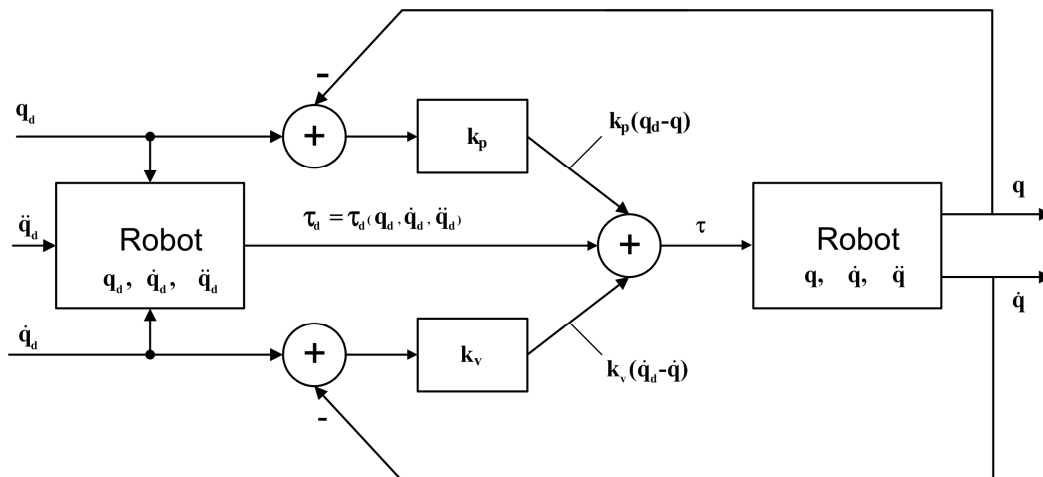
\mathbf{q}_d - a tervezett (*desired*) csuklókoordináták vektora,

\mathbf{q} - a valós (mért) csuklókoordináták vektora,

$\dot{\mathbf{q}}_d$ - a tervezett (*desired*) csuklósebességek vektora,

$\dot{\mathbf{q}}$ - a valós (mért) csuklósebességek vektora.

A robot manipulátor modellreferenciás dinamikus végrehajtó szintű irányításának blokkvázlata a 3.3. ábrán látható:



3.3. ábra: A robotirányítás modellreferenciás dinamikus végrehajtó szintű irányításának blokkvázlata

A modellreferenciás dinamikus végrehajtó szintű irányítás működése leolvasható a 3.3. ábráról. A tervezett (referens-nominális) modellreferenciás meghajtó nyomatékokat τ_d , melyet a robot dinamikai modellje és a tervezett (nem valós) koordináták és deriváltjaik szerint számítunk, összeadjuk a decentralizált PD szabályzó meghajtó nyomatékával. A robot manipulátor modellreferenciás dinamikus stratégiai szintű irányítása megköveteli az inverz kinematikai feladat megoldását.

A robotirányítás modellreferenciás dinamikus irányítása megköveteli:

- ❖ a robot manipulátor paramétereinek pontos ismeretét, ami persze nem mindig lehetséges, így a modellreferenciás dinamikus irányítás alkalmazása még a robotcsuklók referens dinamikai csatolások kompenzációjánál sem eléggé hatásos,
- ❖ hogy *on-line* számítsuk a robot manipulátor komplett dinamikáját a tervezett (referens) koordinátákkal számítva, amely feladat összetett struktúrájú robot manipulátor esetében időigényes, az *off-line* számításoknál pedig (a robot manipulátor előre ismert mozgására) szükség van nagy kapacitású adattároló egységre.

3.4. Kiszámított nyomatékok módszere

A kiszámított nyomatékok módszere (*computed torque control*) a dinamikus robotirányítás elterjedt eljárása, a meghajtó robotcsukló nyomatékok *on-line* számításán alapszik a következő reláció szerint:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}^* + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.6)$$

A robotcsukló csuklógyorsulásának a vektora felírható a következőképpen:

$$\ddot{\mathbf{q}}^* = \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{k}_p(\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) + \mathbf{k}_v(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.7)$$

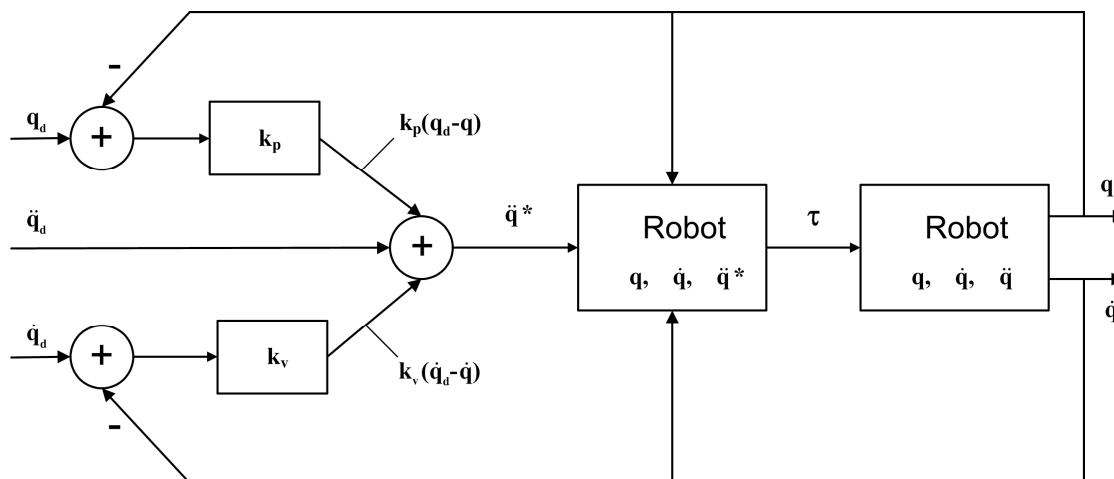
ahol:

- $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ nxn dimenziós tehetetlenségi mátrix, amely a robot manipulátor valós csuklókoordinátáinak \mathbf{q} a függvénye,
- $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ a centrifugális, Coriolis-féle és gravitációs nyomatékok vektora, amely a robot manipulátor valós csuklókoordinátáinak \mathbf{q} és sebességeinek $\dot{\mathbf{q}}$ a függvénye,
- \mathbf{k}_p a pozícióerősítés diagonális mátrixa,
- \mathbf{k}_v a sebesség-erősítés diagonális mátrixa,
- \mathbf{q}_d a tervezett (*desired*) csuklókoordináták vektora,
- \mathbf{q} a valós (mért) csuklókoordináták vektora,
- $\dot{\mathbf{q}}_d$ a tervezett (*desired*) csuklósebességek vektora,
- $\dot{\mathbf{q}}$ a valós (mért) csuklósebességek vektora.
- $\ddot{\mathbf{q}}_d$ a tervezett (*desired*) csuklógyorsulások vektora,

Az eljárásnak az alapötlete a robot manipulátor dinamikai modelljének a közvetlen beiktatása az robotirányítás törvényébe (3.6). A kiszámított nyomatékok módszerénél, a robotirányítási rendszer az érzékelőkről kapott adatok alapján, amelyek a valós csuklókoordinátákra \mathbf{q} és sebességekre $\dot{\mathbf{q}}$ vonatkoznak, kiszámítja a $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ mátrixot és $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ vektort, valamint a (3.6) irányítási törvény szerint a meghajtó csuklónyomatékot. A kiszámított nyomatékok módszere (a merev robot manipulátor esetében):

- biztosítja a Coriolis-féle, centrifugális és a gravitációs nyomatékok kompenzálását,
- a visszacsatolás erősítései a robot manipulátor mozgása közben, közvetlenül változnak a tehetetlenségi mátrix $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ változásával,
- a tervezett pályák menti késések kompenzálása miatt, a tervezett - referens csuklógyorsulással $\ddot{\mathbf{q}}^*$, az irányítási törvénybe bevittünk egy előkompenzációs jelet.

A robot manipulátor kiszámított nyomatékok módszerének irányítási blokkvázlata a 3.4. ábrán látható:



3.4. ábra: A kiszámított nyomatékok végrehajtó szintű irányításának blokkvázlata

A kiszámított nyomatékok dinamikus stratégiai szintű irányítása ugyancsak megköveteli az inverz kinematikai feladat megoldását. A kiszámított nyomatékok irányítási módszere megköveteli: a robot manipulátor paramétereinek pontos ismeretét, ami persze nem mindig lehetséges, mivel mindig léteznek strukturális és nem strukturális határozatlanságok, vagyis nem modellezett robotdinamikai hatások (pl. rugalmasság), valamint a robot manipulátor komplett dinamikájának *on-line* számítását a tervezett (referens) koordináták figyelembevételével. Az ilyen feladat összetett struktúrájú robot manipulátor esetében igen időigényes, az *off-line* számításoknál (a robot manipulátor előre ismert mozgására) szükség van nagy kapacitású adattároló egységre.

3.5. Dinamikus robotirányítás tervezése

A robot manipulátor dinamikus irányításának megoldására a következő két módszert alkalmazzuk:

1. modellreferenciás dinamikus irányítást
2. kiszámított nyomatékok módszerét.

Az irányítást mindkét esetben csuklókoordinátákban tervezzük, végrehajtó szinten, módosított trapéz alakú sebesség-törvényszerűséggel. A 2.3. ábra szerinti két szabadságfokú robotmodellt alkalmazzuk (2.36). Meg kell választani a pozíció - és sebességerősítés mátrix elemeit, hogy elég pontos pályakövetést érjünk el teher szállítás közben.

A pályatervezés, a sebesség és gyorsulástörvény megadása csuklókoordinátákban a 3.5. ábrán látható. Meghatározzuk a referens koordináták, valamint a sebességek és gyorsulások értékeit.

AB periódus

$$q_d = \frac{\ddot{q}_{d\max}}{3T_1} t^3 + q_{d1}$$

$$\dot{q}_d = \frac{\ddot{q}_{r\max}}{T_1} t^2 \quad (3.8)$$

$$\ddot{q}_d = \frac{2\ddot{q}_{d\max}}{T_1} t$$

BC periódus

$$q_d = -\frac{\ddot{q}_{d\max}}{3T_1}t^3 + \dot{q}_{d\max}t^2 - \dot{q}_{d\max}t + \frac{\dot{q}_{d\max}^2}{3\dot{q}_{r\max}} + q_{A1}$$

$$\dot{q}_d = -\frac{\ddot{q}_{d\max}}{T_1}t^2 + 2\ddot{q}_{d\max}t + \dot{q}_{d\max} - \dot{q}_{d\max}T_1 \quad (3.9)$$

$$\ddot{q}_d = -\frac{2\ddot{q}_{d\max}}{T_1}t + 2\ddot{q}_{d\max}$$

CD periódus

$$q_d = \dot{q}_{d\max}t + q_{A1} - \frac{\dot{q}_{d\max}^2}{\ddot{q}_{d\max}}$$

$$\dot{q}_d = \dot{q}_{d\max} \quad (3.10)$$

$$\ddot{q}_d = 0$$

DE periódus

$$q_d = -\frac{\ddot{q}_{d\max}}{3T_1}t^3 + \dot{q}_{d\max}t - \frac{\dot{q}_{d\max}^2}{\ddot{q}_{d\max}} + q_{A1} - \frac{\ddot{q}_{d\max}(T_1 + T_2)^2}{T_1}t +$$

$$+ \frac{\ddot{q}_{d\max}(T_1 + T_2)}{T_1}t^2 + \frac{\ddot{q}_{d\max}(T_1 + T_2)^3}{3T_1}$$

$$\dot{q}_d = -\frac{\ddot{q}_{d\max}}{T_1}t^2 + \frac{2\ddot{q}_{d\max}(T_1 + T_2)^2}{T_1}t + \dot{q}_{d\max} - \frac{\ddot{q}_{d\max}}{T_1}(T_1 + T_2)^2 \quad (3.11)$$

$$\ddot{q}_d = -\frac{2\ddot{q}_{d\max}}{T_1}t^2 + \frac{2\ddot{q}_{d\max}(T_1 + T_2)}{T_1}$$

EF periódus

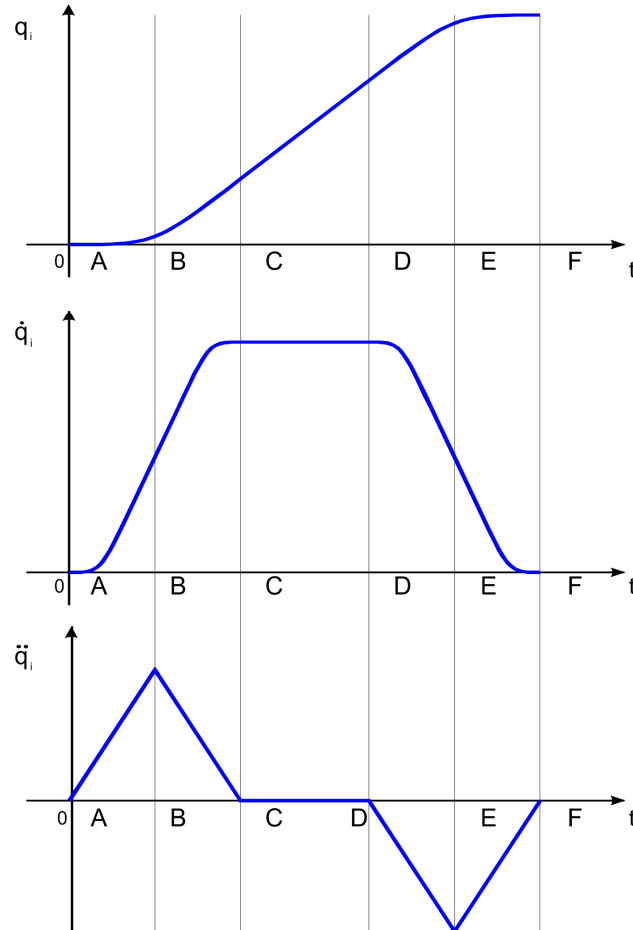
$$q_d = \frac{\ddot{q}_{d\max}}{3T_1}t^3 - \dot{q}_{d\max} \left(\frac{23}{12}T_1^2 + \frac{21}{6}T_1T_2 + 2T_2^2 + \frac{T_2^3}{3T_1} \right) + \frac{\ddot{q}_{d\max}(2T_1 + T_2)^2}{T_1}t$$

$$- \frac{\ddot{q}_{d\max}(2T_1 + T_2)}{T_1}t^2 - \frac{\dot{q}_{d\max}^2}{\ddot{q}_{d\max}} + q_{A1}$$

$$\dot{q}_d = \frac{\ddot{q}_{d\max}}{T_1}t^2 - \frac{2\ddot{q}_{d\max}(2T_1 + T_2)}{T_1}t + \frac{\ddot{q}_{d\max}}{T_1}(2T_1 + T_2)^2 \quad (3.12)$$

$$\ddot{q}_d = \frac{2\ddot{q}_{d\max}}{T_1} t - \frac{2\ddot{q}_{d\max}(2T_1 + T_2)}{T_1}$$

Az egyes időperiódusokra a 3.5. ábra szerint bemutatjuk a csuklókoordináták, sebességek és gyorsulások diagramjait (a relációk érvényesek a világkoordinátákra is).



3.5. ábra: Pálya, sebesség és gyorsulás diagramok

A modellreferenciás dinamikus robotirányítás meghajtó nyomatékai az 1-es és 2-es csuklókra a 3.5 reláció alapján a következőképpen írhatók fel:

$$\begin{aligned} \tau_{1d} = & [J_1 + J_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_{2d})) + m_3 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_{2d})) + m_m l_1^2] \ddot{q}_{1d} + \\ & + [J_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_{2d})) + m_3 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos(q_{2d}))] \ddot{q}_{2d} - [2l_1 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_{2d} \sin(q_{2d})] \dot{q}_{1d} - \\ & - [l_1 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_{2d}^2 \sin(q_{2d})] + m_1 g l_{c1} \cos(q_{1d}) + m_2 g (l_1 \cos(q_{1d}) + l_{c2} \cos(q_{1d} + q_{2d})) + m_m g l_1 \cos(q_{1d}) + \\ & + m_3 g [l_1 \cos(q_{1d}) + l_2 \cos(q_{1d} + q_{2d})] + k_{p11} (q_{d1} - q_1) + k_{v11} (\dot{q}_{d1} - \dot{q}_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{2d} = & [J_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_{2d})) + m_3 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos(q_{2d}))] \ddot{q}_{1d} + [J_2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2] \ddot{q}_{2d} + \\ & + [l_1 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_{1d} \sin(q_{2d})] \dot{q}_{1d} + m_2 g l_{c2} \cos(q_{1d} + q_{2d}) + m_3 g l_2 \cos(q_{1d} + q_{2d}) + \\ & + k_{p22} (q_{d2} - q_2) + k_{v22} (\dot{q}_{d2} - \dot{q}_2) \end{aligned} \quad (3.13)$$

A kiszámított nyomatékok módszere (3.6) szerint az 1-es és 2-es csuklók meghajtó nyomatékai:

$$\begin{aligned} \tau_{1r} = & \left[J_1 + J_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_{2d})) + m_3 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(q_{2d})) + m_m l_1^2 \right] \cdot \\ & \cdot [\ddot{q}_{1d} + k_{p11}(q_{1d} - q_1) + k_{v11}(\dot{q}_{1d} - \dot{q}_1)] + \left[J_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_{2d})) + m_3 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos(q_{2d})) \right] \cdot \\ & \left[\ddot{q}_{2d} + k_{p22}(q_{2d} - q_2) + k_{v22}(\dot{q}_{2d} - \dot{q}_2) \right] - \left[2l_1 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_{2d} \sin(q_{2r}) \right] \dot{q}_{1d} - \\ & \left[l_1 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \dot{q}_{2d}^2 \sin(q_{2d}) \right] + m_1 g l_{c1} \cos(q_{1d}) + m_2 g [l_1 \cos(q_{1d}) + l_{c2} \cos(q_{1d} + q_{2d})] + \\ & m_m g l_1 \cos(q_{1d}) + m_3 g [l_1 \cos(q_{1d}) + l_2 \cos(q_{1d} + q_{2d})] \\ \tau_{2r} = & \left[J_2 + m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_{2r})) + m_3 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos(q_{2r})) \right] [\ddot{q}_{1r} + k_{p1}(q_{1r} - q_1) + k_{v1}(\dot{q}_{1r} + \dot{q}_1)] + \\ & \left[J_2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2 \right] [\ddot{q}_{2r} + k_{p2}(q_{2r} - q_2) + k_{v2}(\dot{q}_{2r} + \dot{q}_2)] + \left[l_1 (m_2 l_{c2} + m_3 l_2) \sin(q_{2r}) \right] \dot{q}_1 + \\ & m_2 g l_{c2} \cos(q_{1r} + q_{2r}) + m_3 g l_2 \cos(q_{1r} + q_{2r}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Irodalomjegyzék

- [1] Asada H. and Slotine J.J., Robot Analysis and Control, John Wiley and sons, 1985.
- [2] M.Vukobratović, D.Stokić, Upravljanje manipulacionim robotima, Serija: Osnovi robotike, Tehnička knjiga, Beograd, 1986.
- [3] Nenad Kircanski at al., Position Control of Robot Manipulators with Elastic Joints Using Force Feedback, Journal of Robotics Systems, Vol. 7, No. 4, pp. 535-554, 1990.
- [4] 58. Zoltán Jeges, Gyula Mester, Branko Žužić: „Robotsteuerung mit Elastischen Gliedern unter Verwendung von Modellen”. Bulletins for Applied Mathematics, BAM 712/91, pp. 123-130, ISSN 0133-3526, Budapest, Hungary, 1991.
- [5] Imre Rudas, Gyula Mester, "Industrial Robot Control in Case of Uncertain Dynamical Parameters" Proceedings of IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems, Vol. 2, p.p. 937-942 IROS '91., 1991. Osaka, Japan.
- [6] Gyula Mester, Zoltán Jeges, Szilveszter Pletl, Gizella Pajor: "Dinamika i upravljanje osnovne konfiguracije industrijskog robota sa elastičnim zglobovima". Proceedings 37, Part 1, 37th International Annual Gathering KoREMA, p.p. 644-647, ISBN 86-81571-11-7, Zagreb, Hrvatska, 1992.
- [7] Gyula Mester at al., Flexible Planetary Gear Drives in Robotics, Proceedings of the 1992 International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation and Automation - Robotics, CIM and Automation, Emerging Technologies, IEEE IECON '92, p.p 646-650, ISBN 0-7803-0582-5, San Diego, California, USA, 1992.
- [8] Fu, K.S. , Gonzalez, R.C., Lee, C.S.G., Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence, McGraw Hill (1987).
- [9] Dorf. R and Bishop R.: Modern Control Systems, Addison-Wesley, 1995.
- [10] Sciavicco L. and Siciliano B.: Modeling and Control of Robot Manipulators, The McGraw-Hill Company, 1996.
- [11] An C., Atkenson C, and Hollerbach J.: Model-Based Control of a Robot Manipulator, The MIT Press, 1998.
- [12] Jorge Angeles, Fundamentals of Robotic Mechanical Systems, Springer-Verlag, New York, Inc., 2003
- [13] Lewin A.R.W.Edwards, Open-Source Robotics and Process Control Cookbook, Elsevier, Inc., 2005
- [14] Thomas R. Kurefess Robotics and Automation Handbook, CRC Press LLC, 2005

4. Robot manipulátorok adaptív irányítása

Robot manipulátorok adaptív irányítása esetében áttekintjük a merev robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítását csuklókoordinátákban és a stabilitásvizsgálatot. A fejezet következő része a rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítását tartalmazza csuklókoordinátákban. Felírjuk a rugalmas csuklójú-merev szegmensű robot manipulátor dinamikai modelljét. Áttekintjük a Slotine&Lee adaptív robotirányító alkalmazását, valamint a rugalmas csuklójú-merev szegmensű SCARA robot manipulátor önhangoló adaptív pozícióirányítását. Bemutatjuk a robot manipulátorok adaptív pozícióirányítását fuzzy felügyelő szabályzóval.

4.1. Alapfogalmak

A robot manipulátorok pályakövetési feladatainál a hagyományos dinamikus irányítástörvények tehát két csoportra oszthatók.

Az első módszer a modellreferenciás dinamikus robotirányítás ([3.3. fejezet](#)) figyelembe veszi a szemlélt rendszer tervezett (desired) csuklókoordinátaival számított komplett dinamikai modelljét és a robot manipulátor decentralizált PD szervóirányítását (feedback control). A referens meghajtó nyomaték τ_d , magába foglalja a robotcsuklók dinamikai csatolását és kompenzálja a szemlélt robot manipulátor dinamikáját de csak a tervezett – referens pálya mentén. A modellreferenciás dinamikus robotirányítás alkalmazásával, a robotcsuklók közötti valós dinamikai csatolás nincs kompenzálva!

A második módszer a kiszámított nyomatékok módszere (*computed torque control*), amely a csuklónyomatékok *on-line* számításán alapszik ([3.4. fejezet](#)). A kiszámított nyomatékok módszerénél, a robotirányítási rendszer az érzékelőkről kapott adatok alapján, amelyek a valós csuklókoordinátákra \mathbf{q} és sebességekre $\dot{\mathbf{q}}$ vonatkoznak, kiszámítja a $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ mátrixot és $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ vektort, valamint a ([3.6](#)) irányítási törvény szerint a meghajtó csuklónyomatékot. A visszacsatolás erősítései a robot manipulátor mozgása közben, közvetlenül változnak a tehetetlenségi mátrix $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ változásával. A tervezett pályák menti késések kompenzálása miatt, az irányítási törvénybe a tervezett - referens csuklógyorsulással $\ddot{\mathbf{q}}^*$, bevittünk egy előkompenzációs jelet. A kiszámított nyomatékok módszere (a merev robot manipulátor esetében) biztosítja a Coriolis-féle, centrifugális és gravitációs nyomatékok kompenzálását.

A modellreferenciás dinamikus robotirányítás és a kiszámított nyomatékok irányítási módszere:

- ❖ csak a merev robotstruktúrára vonatkozik,
- ❖ megköveteli a robot manipulátor matematikai modelljének és a
- ❖ robot manipulátor paramétereinek pontos ismeretét, ami persze nem mindig lehetséges, mivel mindig léteznek strukturális és nem strukturális határozatlanságok, vagyis nem modellezett robotdinamikai hatások (pl. rugalmasság),
- ❖ megköveteli, hogy *on-line* számítsuk a robot manipulátor komplett dinamikáját a tervezett (referens) koordináták figyelembevételével. Az ilyen feladat összetett struktúrájú robot manipulátor esetében igen időigényes, az *off-line* számításoknál pedig (a robot manipulátor előre ismert mozgására) szükség van nagy kapacitású adattároló egységre.

A hagyományos robotirányítások problémái nagy részben kiküszöbölhetők adaptív irányítás-technika bevezetésével amely két fő csoportra osztható [[10](#)]:

1. Modellreferenciás és
2. Önhangoló adaptív irányításra.

Az adaptív irányítási algoritmusok alkalmazásánál nincs szükség a robotparaméterek ismeretére, viszont ismernünk kell a robot manipulátor matematikai modelljét.

Az adaptív koncepció különböző módon alkalmazható a robot manipulátorok irányításánál és ma is attraktív kutatási területet jelent. Az adaptív robotirányítási kutatások 1980-as évek óta időszerűek.

Az adaptív eljárások fejlesztésének figyelemre méltó eredményeit a következő szerzők publikációi prezentálják: Slotine & Li [1], [4], [5], Seraji [7], Spong [3], [6], Niemeyer and Slotine [8], Craig [2], Lantos [11], Fathi Ghorbel [6].

4.2. Merev robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítása csuklókoordinátákban

Írjuk fel tehát a merev robot manipulátor matematikai modelljét:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (4.1)$$

Arimoto szerint (1985), a merev robot matematikai modellje (4.1) felírható a következő módosított alakban:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r) p = \tau \quad (4.2)$$

ahol: $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)$ - a regresszor mátrix amely a merev robotmodell alapján írható fel,
 p - az ismeretlen robotparaméterek (a geometria, tömeg- és tehetetlenségi nyomatékok kiválasztott szorzatösszegei) m dimenziós oszlopvektora,
 \ddot{q}_r - "referens sebesség":

$$\begin{aligned} \dot{q}_r &= \dot{q}_d - \Lambda(q - q_d) \\ \ddot{q}_r &= \ddot{q}_d - \Lambda(\dot{q} - \dot{q}_d) \end{aligned} \quad (4.3)$$

A \dot{q} és \dot{q}_r különbséget jelöljük a következőképpen:

$$s = \dot{q} - \dot{q}_r \quad (4.4)$$

Az adaptív irányítási törvényt a következő módon írjuk fel:

$$\tau = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{g}(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\hat{p} - k_D s \quad (4.5)$$

ahol: k_D - erősítési átlós mátrix.

Írjuk fel a paraméterbecslés on-line működő adaptációs törvényét a következő módon:

$$\dot{\hat{p}} = -\Gamma Y^T(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)(\dot{q} - \dot{q}_r) \quad (4.6)$$

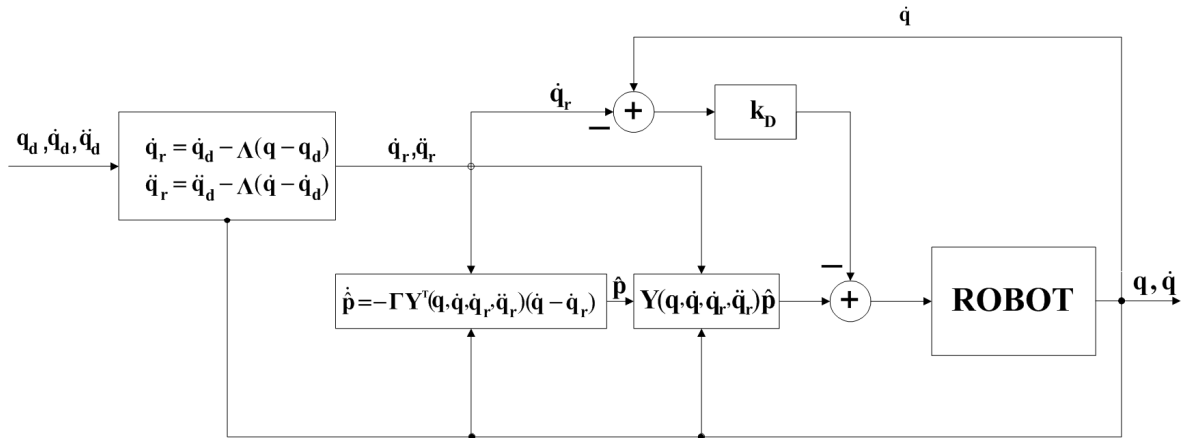
ahol:

$\Gamma = \text{diag}(g_1, g_2, g_3)$ - szimmetrikus, pozitív definit erősítési átlós mátrix,

q_d, \dot{q}_d - tervezett (referens) csuklókoordináták és deriváltjaik,

q, \dot{q} - valós (mért) csuklókoordináták és deriváltjaik,

A (4.6) paraméterbecslés adaptációs törvény segítségével on-line változtatjuk az adaptív irányítástörvényt. A merev robot manipulátor adaptív csuklókoordinátás pozícióirányítási blokkvázlata a 4.1 ábrán látható.



4.1. ábra: Merev robot manipulátor adaptív pozícióirányításának blokkvázlata

A $\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{q})$, $\hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$ mátrixokat és vektorokat a $\mathbf{H}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ és mátrixokból és vektorokból kapjuk, ha az ismeretlen \mathbf{p} paramétervektort a paraméter-becslési adaptációs törvény alapján kiszámított $\hat{\mathbf{p}}$ vektorral helyettesítjük. A regresszor mátrix felírásánál csak a referens gyorsulás vektorát $\ddot{\mathbf{q}}_d$ kell ismernünk, nem pedig a valós gyorsulás vektorát $\ddot{\mathbf{q}}$!

4.3 Stabilitásvizsgálat

Válasszuk a stabilitásvizsgálathoz megfelelő Ljapunov-függvény következő alakját:

$$\mathbf{V}(\mathbf{t}) = \frac{1}{2} [\mathbf{s}^T \mathbf{H} \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{p}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\mathbf{p}}] \quad (4.7)$$

Ahol: Γ – szimmetrikus, pozitív definit erősítési átlós mátrix.

$$\tilde{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p} \quad (4.8)$$

Írjuk fel a Ljapunov-függvény idő szerinti deriváltját:

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{t}) = \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{H}} \mathbf{s} + \frac{1}{2} [\mathbf{s}^T \dot{\mathbf{H}} \mathbf{s}] + \tilde{\mathbf{p}}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}} \quad (4.9)$$

Fejessük ki a $\mathbf{H} \ddot{\mathbf{q}}$ tagot a (4.1) szerint:

$$\mathbf{H} \ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g} \quad (4.10)$$

A (4.4) alapján felírható:

$$\mathbf{H} \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{H}(\ddot{\mathbf{q}} - \ddot{\mathbf{q}}_r) \quad (4.11)$$

a (4.11) kifejezésbe behelyettesítjük a (4.10)-et:

$$\mathbf{H}\dot{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g} - \mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}}_r \quad (4.12)$$

és a (4.12) kifejezést behelyettesítjük a (4.9)-be:

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{s}^T [\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g} - \mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}}_r] + \frac{1}{2} [\mathbf{s}^T \dot{\mathbf{H}}(\mathbf{q})\mathbf{s}] + \tilde{\mathbf{p}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}} \quad (4.13)$$

Helyettesítjük a (4.13) relációban a $\boldsymbol{\tau}$ helyett a (4.5) irányítástörvényt és későbbi átrendezések miatt egészítsük ki a jobb oldalt:

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_r - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_r$$

taggal.

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{s}^T [\hat{\mathbf{H}}\ddot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{g}} - \mathbf{k}_D\mathbf{s} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_r - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_r - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g} - \mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}}_r] + \frac{1}{2} [\mathbf{s}^T \dot{\mathbf{H}}\mathbf{s}] + \tilde{\mathbf{p}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}} \quad (4.14)$$

Rendezzük át a (4.14)-et a következőképpen:

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{s}^T [\hat{\mathbf{H}}\ddot{\mathbf{q}}_r - \mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}}_r - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{g}} - \mathbf{k}_D\mathbf{s} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_r - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}] + \frac{1}{2} [\mathbf{s}^T \dot{\mathbf{H}}\mathbf{s}] + \tilde{\mathbf{p}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}} \quad (4.15)$$

Bevezetve a következő jelöléseket:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}} &= \hat{\mathbf{H}} - \mathbf{H} \\ \tilde{\mathbf{C}} &= \hat{\mathbf{C}} - \mathbf{C} \\ \tilde{\mathbf{g}} &= \hat{\mathbf{g}} - \mathbf{g} \end{aligned} \quad (4.16)$$

a (4.15) felírható:

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{s}^T [\tilde{\mathbf{H}}\ddot{\mathbf{q}}_r + \tilde{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}}_r + \tilde{\mathbf{g}} - \mathbf{k}_D\mathbf{s} + \mathbf{C}\mathbf{s}] + \frac{1}{2} [\mathbf{s}^T \dot{\mathbf{H}}(\mathbf{q})\mathbf{s}] + \tilde{\mathbf{p}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}} \quad (4.17)$$

Figyelembe véve, hogy:

$$\mathbf{Y}\tilde{\mathbf{p}} = \tilde{\mathbf{H}}\ddot{\mathbf{q}}_r + \tilde{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}}_r + \tilde{\mathbf{g}} \quad (4.18)$$

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{s}^T [\mathbf{Y}\tilde{\mathbf{p}} - \mathbf{k}_D\mathbf{s}] - \mathbf{s}^T \mathbf{C}\mathbf{s} + \frac{1}{2} [\mathbf{s}^T \dot{\mathbf{H}}(\mathbf{q})\mathbf{s}] + \tilde{\mathbf{p}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}} \quad (4.19)$$

rendezzük tovább a fenti kifejezést:

$$\dot{\mathbf{V}}(t) = \mathbf{s}^T [\mathbf{Y}\tilde{\mathbf{p}} - \mathbf{k}_D\mathbf{s}] + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T [\dot{\mathbf{H}} - 2\mathbf{C}]\mathbf{s} + \tilde{\mathbf{p}}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}} \quad (4.20)$$

Mivel a:

$$\mathbf{s}^T [\dot{\mathbf{H}} - 2\mathbf{C}]\mathbf{s}$$

kifejezés nulla, a (4.20) reláció egyszerűsödik:

$$\dot{V}(t) = -\mathbf{s}^T \mathbf{k}_D \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \mathbf{Y} \tilde{\mathbf{p}} + \tilde{\mathbf{p}}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}} \quad (4.21)$$

További rendezés után:

$$\dot{V}(t) = -\mathbf{s}^T \mathbf{k}_D \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{p}}^T (\Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \mathbf{Y}^T \mathbf{s}) \quad (4.22)$$

Mivel a valós \mathbf{p} paraméterek az adaptációs folyamat alatt nem változnak, válasszuk az adaptációs törvényt:

$$\dot{\tilde{\mathbf{p}}} = -\Gamma \mathbf{Y}^T (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r) \mathbf{s} \quad (4.23)$$

amiből következik, hogy:

$$\dot{V} = -\mathbf{s}^T \mathbf{k}_D \mathbf{s} \leq 0 \quad (4.24)$$

tehát a rendszer stabil.

A levezetett adaptív irányítási algoritmus pontosabb pályakövetést biztosít, mint a hagyományos irányítási eljárások (3. fejezet). Hátránya az, hogy módosítás nélkül (instabilitás miatt) nem használható rugalmas robot manipulátorok irányítására. A robot manipulátor rugalmassági tulajdonságát vizsgálva elmondható, hogy a rugalmassági hatások ~20% a rugalmas szegmenstől ered, míg ~80% a rugalmas csuklótól. Így a további vizsgálatainkban célszerű figyelembe venni a csuklórugalmasság hatását. Ezért a továbbiakban merev szegmensű és rugalmas csuklójú robot manipulátorokat vizsgálunk.

A következő fejezetekben a rugalmas csuklójú robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányításával foglalkozunk csuklókoordinátákban.

4.4. Rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátorok önhangoló adaptív pozícióirányítása

Robot manipulátorok rugalmassága adódik:

- ❖ a robotcsuklók rugalmasságtól és
- ❖ a robotmechanizmus szegmenseinek a rugalmasságtól.

A robot manipulátorok rugalmassága által létrejövő mechanikai rezgések pontatlan pályakövetést okoznak. A robotkutatói eredmények szerint, ha az irányítási törvény nem kompenzálja a csuklórugalmasságot, akkor az ilyen irányítástörvény alkalmazása (a valós ipari robot manipulátorra) instabil viselkedést okozhat. Tehát, az irányítási algoritmusnak nemcsak az a feladata, hogy a robot manipulátor struktúrájának nemlineáris viselkedését és a teher tömegének és tehetetlenségi nyomatékának az állandó változását kompenzálja, hanem a rugalmas csuklók rezonanciális effektusait is szükséges kompenzálni. E fejezetben két rugalmas csuklójú négy szabadságfokú robot manipulátor adaptív pozícióirányítását tárgyaljuk, Slotine & Li által publikált irányítási algoritmus módosítása alapján [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19].

Az adaptív irányítási törvény három részből áll:

- ❖ az első rész robotmodellen alapuló dinamikus irányítási tag (Feedforward Control),
- ❖ a második rész decentralizált PD szervóirányítás (Feedback Control),
- ❖ a harmadik rész a csuklórugalmasság kompenzálására szolgál.

A továbbiakban felírjuk a rugalmas csuklójú robot manipulátor dinamikai modelljét, majd bemutatjuk az adaptív pozícióirányítást csuklókoordinátákban. Az irányítási törvény hatásosságát kétsuklós SCARA típusú rugalmas robot manipulátor szimulációs eredményei bizonyítják.

4.4.1. Rugalmas csuklójú-merev szegmensű robot manipulátor dinamikai modellje

Vizsgáljunk egy rugalmas csuklójú és merev szegmensű $2n$ szabadságfokú robot manipulátort állandó mágnesű szinkronmotoros meghajtással. A robot manipulátor dinamikai modellje mátrix alakban felírható a következő módon:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{c}(\mathbf{t})(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{q}_m - \mathbf{q}) \quad (4.25)$$

$$\mathbf{J}_m \ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{k}_{am} \dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{N}^{-1}\mathbf{c}(\mathbf{t})(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{q}_m - \mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}_m \quad (4.26)$$

ahol: $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ – csuklókoordináták $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,
 $\mathbf{q}_m \in \mathbb{R}^n$ – szervomotor koordináták $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,
 $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ – szimmetrikus és pozitív definit $n \times n$ dimenziós tehetetlenségi mátrix,
 \mathbf{J}_m – szervomotor rotorjainak $n \times n$ dimenziós tehetetlenségi mátrixa,
 $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}$ – a Coriolis-féle és centrifugális hatások $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,
 \mathbf{V} – viszkózus csillapítás $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,
 $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ – a gravitációs hatások $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,
 \mathbf{k}_{am} – a szervomotor csillapítási tényezőinek $n \times n$ dimenziós átlós mátrixa,
 $\mathbf{c}(\mathbf{t})$ – a hajtómű változó merevségének $n \times n$ dimenziós átlós mátrixa,
 \mathbf{N} – a hajtómű áttételének $n \times n$ dimenziós átlós mátrixa,
 $\boldsymbol{\tau}_m$ – a meghajtó nyomaték $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora.

A (4.25) mátrixegyenletnek a bal oldala leírja a merev robot dinamikáját. Ebben az egyenletben a rugalmas csukló nyomatéka tulajdonképpen a merev robot meghajtó nyomatéka. A (4.26) mátrixegyenlet a szervomotor dinamikáját írja le. Ebben az egyenletben a rugalmas csukló nyomatéka a szervomotor terhelő nyomatékával egyenlő.

A csuklórugalmasság bevezetése miatt be kell iktatni egy-egy érzékelőt a csuklókon, mivel az egyenáramú (DC) szervomotor q_m és \dot{q}_m jeleinek mérése mellett még szükség lesz a q és a \dot{q} csuklókoordináta és csuklósebesség mérésére is.

4.4.2. Rugalmas csuklójú-merev szegmensű robot manipulátor önhangoló adaptív pozícióirányítása csuklókoordinátákban

A rugalmas csuklójú robot manipulátor önhangoló adaptív pozícióirányításánál csuklókoordinátákban ismerni kell a merev robot matematikai modelljét, viszont a robotparaméterek ismeretére nincs szükség. Írjuk fel tehát a merev robot manipulátor matematikai modelljét:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} \quad (4.27)$$

Arimoto szerint (1985.) a merev robot matematikai modellje felírható a következő módosított alakban:

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \mathbf{p} = \boldsymbol{\tau} \quad (4.28)$$

ahol:

$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ - regresszor mátrix amely a merev robotmodell alapján írható fel,
 \mathbf{p} – az ismeretlen robotparaméterek (a geometriai, tömeg- és tehetetlenségi nyomatékok kiválasztott szorzatösszegei) m dimenziós oszlopvektora,

A rugalmas csuklójú robotmanipulátor önhangoló adaptív pozícióirányításánál csuklókoordinátákban írjuk fel az irányítási törvényt a módosított Slotine & Li eljárás szerint a következő alakban:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{\text{FF}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{PD}} + \boldsymbol{\tau}_e \quad (4.29)$$

A (4.29) adaptív irányítási törvény tehát három részből áll:

❖ az első rész adaptív jellegű merev robotmodellre alapuló dinamikus irányítási rész (*feedforward control*):

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{FF}} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\mathbf{p}}$$

❖ a második rész decentralizált PD szervorányítás (*feedback control*):

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{PD}} = -\mathbf{k}_D(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r) = \mathbf{k}_D(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{k}_D\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{q}_d - \mathbf{q})$$

❖ a harmadik rész a szervomotor rotorjának és a csukló szögsebességétől függő lineáris korrekciós rész amely a csuklórugalmasság kompenzálására szolgál [13], [14]:

$$\boldsymbol{\tau}_e = -\mathbf{k}_e(\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{N}^{-1}\dot{\mathbf{q}}_m)$$

Az adaptív irányítási törvény tehát a következő formájú:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\mathbf{p}} - \mathbf{k}_D(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r) - \mathbf{k}_e(\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{N}^{-1}\dot{\mathbf{q}}_m) \quad (4.30)$$

ahol a: $\hat{\mathbf{p}}$ - becsült paraméter vektor,

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$$

$\dot{\mathbf{q}}_r$ - "referens sebesség":

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}_r &= \dot{\mathbf{q}}_d - \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{q} - \mathbf{q}_d) \\ \ddot{\mathbf{q}}_r &= \ddot{\mathbf{q}}_d - \boldsymbol{\Lambda}(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d) \end{aligned} \quad (4.31)$$

Írjuk fel a paraméterbecslés on-line működő adaptációs törvényét a (4.6) szerint a következő módon:

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}} = -\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{Y}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) (\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r) \quad (4.32)$$

ahol a:

$\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(g_1, g_2, g_3)$ – szimmetrikus, pozitív definit erősítési átlós mátrix,

$\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d$ - tervezett (referens) csuklókoordináták és deriváltjaik,

$\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$ - valós (mért) csuklókoordináták és deriváltjaik,

$\mathbf{k}_d, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{k}_e$ – erősítési átlós mátrixok.

Mivel a robotirányítási folyamat kezdetén a paraméterbecslési on-line működő 4.32-es adaptációs törvény még nem ad elfogadható paraméter értékeket, így az adaptív irányítási jel sem lesz képes a robotmanipulátor irányítására. Ebben a fázisban tehát, a robotirányítási feladatot a decentralizált PD szervóirányítás végzi (amely viszont pozíció- és sebességhiba függő). Ahogy múlik az idő, a paraméterbecslés on-line működő adaptációs törvényből mindig pontosabb és pontosabb paraméterbecslési értékeket kapunk, így az adaptív dinamikus irányítási tag átveszi a robotmanipulátor irányítási feladatát, a decentralizált PD szervóirányítás pedig lecseng, mivel a robotirányítás folyamán, csökken a pozíció és a sebességhiba. Tehát a valós idejű adaptív irányítás kezdetén, nagy szükség van a PD szervóirányításra, de az irányítási feladatot az adaptív irányítási rész idővel átveszi a PD szervóirányítótól!

A következő kérdés így fogalmazható meg: a paraméterbecslés on-line működő adaptációs törvény 4.32 milyen pontossággal esztimálja a robotparaméter értékeket. A választ így lehet megfogalmazni:

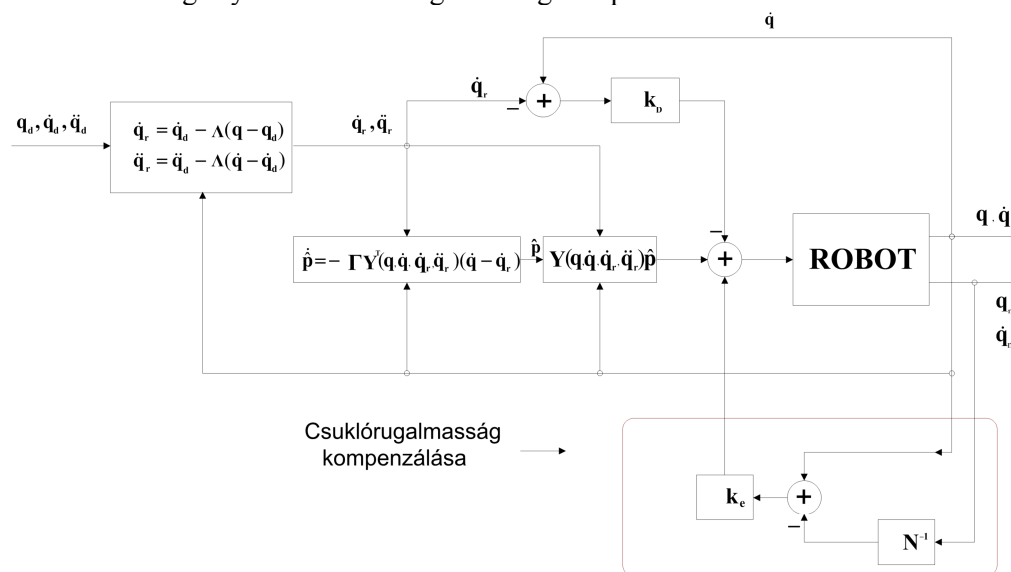
- amennyiben a paraméter hatásosan részt vesz a robot dinamikájában, akkor az on-line működő adaptációs törvény elfogadható pontossággal esztimálja a robotparaméter értékeket,
- amennyiben a paraméter nem vesz részt hatásosan a robot dinamikájában, akkor az on-line működő adaptációs törvény nem esztimálja a robotparaméter értékeket elegendő pontossággal.

$\hat{H}(\mathbf{q})$, $\hat{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$ mátrixokat és vektorokat a $\mathbf{H}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ mátrixokból és vektorokból kapjuk ha az ismeretlen p paramétervektort a paraméterbecslési adaptációs törvény alapján kiszámított $\hat{\mathbf{p}}$ vektorral helyettesítjük. Fontos kiemelni, hogy a regresszor mátrix

$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ felírásánál csak a referens gyorsulás vektorát $\ddot{\mathbf{q}}_d$ kell ismernünk, nem pedig a valós gyorsulás vektorát $\ddot{\mathbf{q}}$!

A (4.30) adaptív irányítási törvény megköveteli a mérési koncepciók változását, mivel a pozíció és sebességérzékelők az ipari robotoknál a szervomotoron helyezkednek el, itt pedig szükséges a csuklókoordináta és csuklósebesség mérése is!

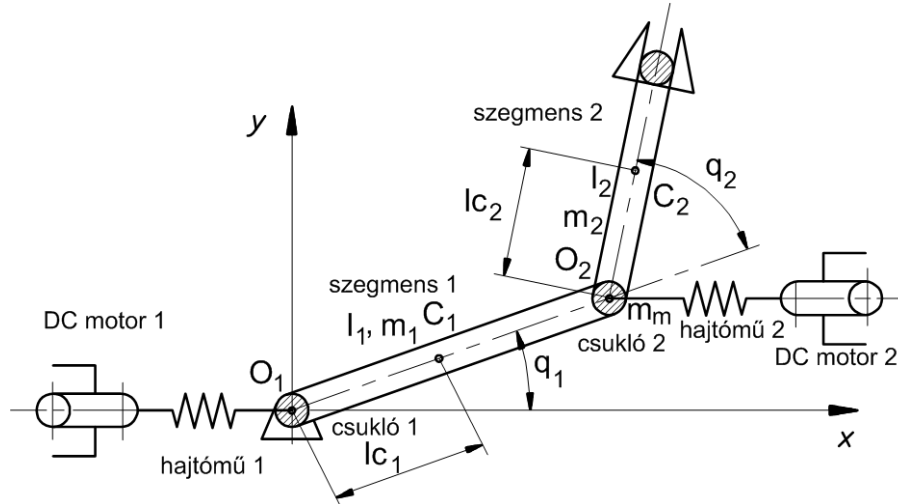
Az adaptív csuklókoordinátás pozícióirányítási algoritmus blokkvázlata a 4.2 ábrán látható, ahol külön ki van hangsúlyozva a csuklórugalmaság kompenzálása.



4.2. ábra: Rugalmas csuklójú robotmanipulátor adaptív pozícióirányításának blokkvázlata

4.4.3. Szimulációs eredmények

Az ajánlott adaptív irányítási törvény hatásosságát, kétcsuklós négy szabadságfokú (4.3. ábra szerinti) SCARA típusú alapstruktúrájú rugalmas robot manipulátor szimulációjával bizonyítjuk.



4.3. ábra: Kétcsuklós négy szabadságfokú SCARA típusú rugalmas robot manipulátor vázlatja

A vizsgált robot manipulátor merev mechanizmusának dinamikai modellje a következő:

$$\begin{bmatrix} m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2 + l_{c2}^2) + I_1 + I_2 & m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2 \\ m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_{c2} \dot{q}_2 \sin q_2 (2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ m_2 l_1 l_{c2} \dot{q}_1^2 \sin q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Válasszuk meg a következő robotparamétereket:

$$\begin{aligned} p_1 &= I_1 + I_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2) \\ p_2 &= 2m_2 l_1 l_{c2} \\ p_3 &= I_2 + m_2 l_{c2}^2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Így a 2x3 dimenziós regresszor mátrixot a (3.47) modell alapján felírhatjuk:

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r) = \begin{bmatrix} \ddot{q}_{r1} & (\ddot{q}_{r1} + 0.5\ddot{q}_{r2}) \cos q_2 - (\dot{q}_{r1} + 0.5\dot{q}_{r2}) \dot{q}_2 \sin q_2 & \ddot{q}_{r2} \\ 0 & 0.5(\ddot{q}_{r1} \cos q_2 + \dot{q}_{r1} \dot{q}_1 \sin q_2) & \ddot{q}_{r1} + \ddot{q}_{r2} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

A fenti mátrix regresszor elemei:

$$\begin{aligned}
Y_{11} &= \ddot{q}_{r1} \\
Y_{12} &= (\ddot{q}_{r1} + 0.5\ddot{q}_{r2}) \cos q_2 - (\dot{q}_{r1} + 0.5\dot{q}_{r2}) \dot{q}_2 \sin q_2 \\
Y_{13} &= \ddot{q}_{r2} \\
Y_{21} &= 0 \\
Y_{22} &= 0.5(\ddot{q}_{r1} \cos q_2 + \dot{q}_{r1} \dot{q}_1 \sin q_2) \\
Y_{23} &= \ddot{q}_{r1} + \ddot{q}_{r2}
\end{aligned} \tag{4.36}$$

A paraméterbecslési $\hat{\mathbf{p}}$ adaptációs törvény:

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}} = -\Gamma \mathbf{Y}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r)(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r) \tag{4.37}$$

Feladatunknál a paraméterbecslési $\hat{\mathbf{p}}$ adaptációs törvény:

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{p}}_1 \\ \dot{\hat{p}}_2 \\ \dot{\hat{p}}_3 \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

A megfelelő szimmetrikus, pozitív definit erősítési átlós mátrix:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{g}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{g}_{33} \end{bmatrix} \tag{4.39}$$

A paraméterbecslés on-line működő adaptációs törvényét (4.38) felírhatjuk tehát a következő módon:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{p}}_1 \\ \dot{\hat{p}}_2 \\ \dot{\hat{p}}_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{g}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{g}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{21} \\ Y_{12} & Y_{22} \\ Y_{13} & Y_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 - \dot{q}_{r1} \\ \dot{q}_2 - \dot{q}_{r2} \end{bmatrix} \tag{4.40}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{p}}_1 &= -\mathbf{g}_{11} \ddot{q}_{r1} (\dot{q}_1 - \dot{q}_{r1}) \\
\dot{\hat{p}}_2 &= -\mathbf{g}_{22} \left\{ [(\ddot{q}_{r1} + 0.5\ddot{q}_{r2}) \cos q_2 - (\dot{q}_{r1} + 0.5\dot{q}_{r2}) \dot{q}_2 \sin q_2] (\dot{q}_1 - \dot{q}_{r1}) + \right. \\
&\quad \left. + 0.5(\ddot{q}_{r1} \cos q_2 + \dot{q}_{r1} \dot{q}_1 \sin q_2) (\dot{q}_2 - \dot{q}_{r2}) \right\} \\
\dot{\hat{p}}_3 &= -\mathbf{g}_{33} [\ddot{q}_{r2} (\dot{q}_1 - \dot{q}_{r1}) + (\ddot{q}_{r1} + \ddot{q}_{r2}) (\dot{q}_1 - \dot{q}_{r1})]
\end{aligned} \tag{4.41}$$

A szimulációs paraméterek a következők: szimulációs idő: 2 s, paraméterbecslési periódus: $T=0.0005$ s, (2000 Hz), erősítések:

$$\mathbf{k}_D \in (10, 10), \Lambda \in (2, 2), \mathbf{k}_e \in (70, 70), \Gamma \in (10, 10, 10).$$

A robotcsukló mozgás szimulációja a modifikált trapéz alakú csukló-szögsebességeknek és a következő robot manipulátor paramétereknek felel meg.

Robot manipulátor adatok: q_1 és q_2 - a robotcsuklók koordinátái.

Robotszegmens adatok:

első szegmens: $l_1=0.6$ m – a szegmens hossza, $l_{c1}=0.3$ m – a szegmens tömegközéppontjának a távolsága az 1-es csukló középpontjától, $m_1=12$ kg – a szegmens tömege, $J_1=0.36$ kgm² – a szegmens tehetetlenségi nyomatéka a szegmens tömegközéppontra számítva,

második szegmens $l_2=0.4$ m – a szegmens hossza, $l_{c2}=0.2$ m – a szegmens tömegközéppontjának a távolsága a 2-es csukló középpontjától, $m_2=6$ kg – a szegmens tömege, $J_2=0.08$ kgm² – a szegmens tehetetlenségi nyomatéka a szegmens tömegközéppontra számítva.

Hajtóműadatok (mindkét csuklón)

$c(t)=2 \cdot 10^8$ N/m – a hajtómű merevsége, $N=7$ – a hajtómű áttétele, hajtóműmerevség időbeni változása: 3%,

Szervomotorok (mindkét csuklón) rotorok tehetetlenségi nyomatéka: $J_{m1}=J_{m2}=0.018$ kgm², csillapítási tényező: $k_{am1}=k_{am2}=0.1$ Nms/rad.

A szimuláció alatt a csuklókoordináták referens kezdő és végértékei a következők:

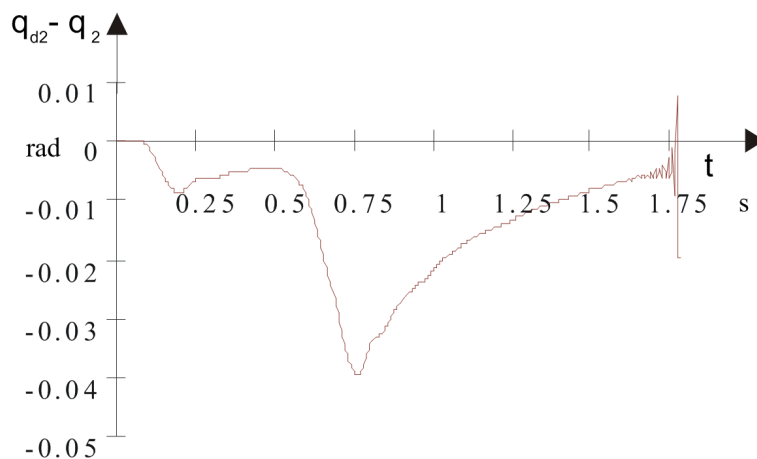
$$q_1=0, \quad q_1=2 \text{ rad}, \quad q_2=-0.5, \quad q_2=1.5 \text{ rad}.$$

A csuklósebességek és csuklógyorsulások maximális értékei:

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = 3 \text{ rad/s}, \quad \ddot{q}_1 = 10 \text{ rad/s}^2, \quad \ddot{q}_2 = 12 \text{ rad/s}^2.$$

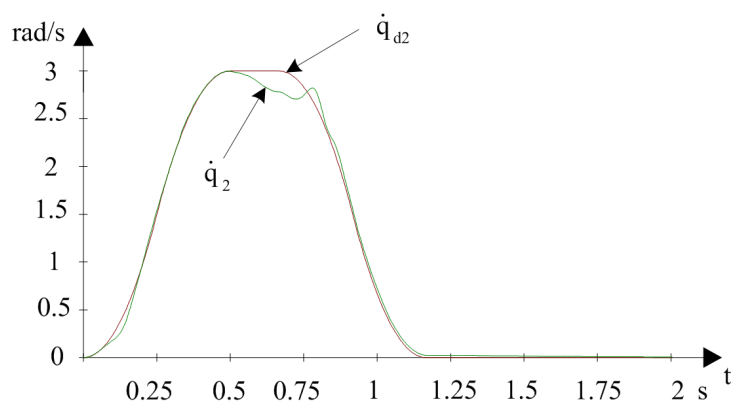
A szimulációs eredmények az 4.4.-4.6. ábrákon láthatók.

A Slotine&Lee adaptív robotirányítás alkalmazása a rugalmas csuklójú és merev szegmensű robot manipulátornál az irányított rendszer instabil viselkedéshez vezet. A mellékelt diagramról leolvasható a 2 csukló pályakövetési hibájának instabilitása (4.4. ábra).

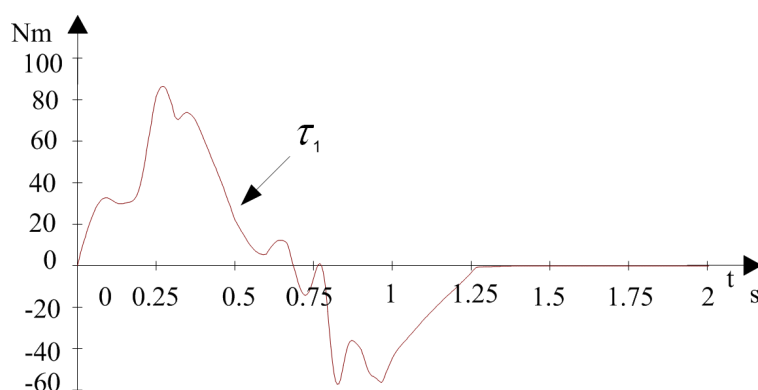


4.4. ábra: A 2 csukló pályakövetési hibája.

Alkalmazzuk a módosított Slotine&Lee adaptív robotirányítót (4.30 és 4.32) a rugalmas csuklójú és merev szegmensű robot manipulátornál. A referens és valós szögsebesség 4.5 ábrán látható. Az 1-es csukló meghajtó nyomatékát a 4.6 ábrán láthatjuk.



4.5. ábra: A 2-es számú csukló referens és valós szögsebessége



4.6. ábra: Az 1-es számú csukló meghajtó nyomatéka

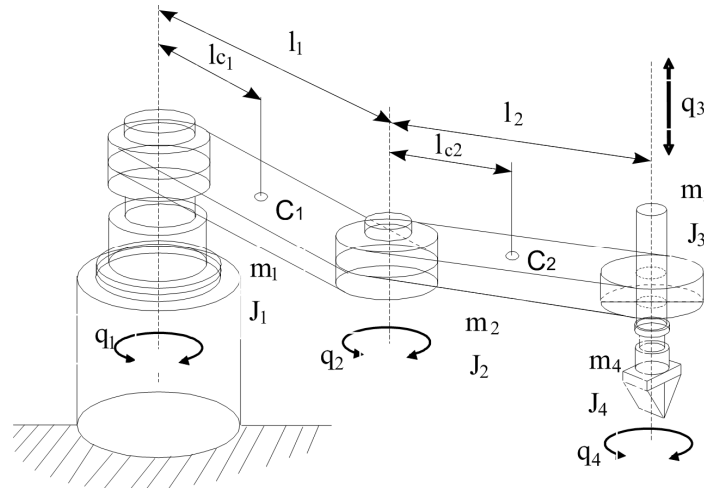
Bemutattuk a két csuklóból álló szabadon mozgó, rugalmas csuklójú, négy szabadságfokú robot manipulátor önhangoló adaptív irányítását csuklókoordinátákban.

Az irányítási törvény kompenzálja a csuklórugalmassági hatásokat.

A szimulációs eredmények igazolják az irányítási algoritmus alkalmazását.

4.5. Rugalmas csuklójú-merev szegmensű SCARA robot manipulátor önhangoló adaptív pozícióirányítása

Az előző fejezetben kétsuklós alapstruktúrájú rugalmas robot manipulátor adaptív pozícióirányításával foglalkoztunk. Célszerű viszont egy komplett ipari robot manipulátor adaptív irányítását is vizsgálni. E fejezet négycsuklós nyolc szabadságfokú rugalmas csuklójú SCARA robot manipulátor csuklókoordinátás pozícióirányítását mutatja be. Az adaptív irányítási algoritmus alkalmazásánál ismernünk kell a robot manipulátor matematikai modelljét, viszont nincs szükség a robotparaméterek ismeretére mivel azokat *on-line* becsüljük [40].



4.7. ábra: SCARA robot manipulátor

Írjuk fel az irányítási törvényt a módosított Slotine & Li eljárás szerint a következő alakban:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{\text{FF}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{PD}} + \boldsymbol{\tau}_e \quad (4.42)$$

A 4.42 adaptív irányítási törvény tehát három részből áll:

- ❖ az első rész adaptív jellegű merev robotmodellel alapuló dinamikus irányítási tag (feedforward control):

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{FF}} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\mathbf{p}}$$

- ❖ a második rész decentralizált PD szervoirányítás (feedback control):

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{PD}} = -\mathbf{k}_D(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r) = \mathbf{k}_D(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{k}_D\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{q}_d - \mathbf{q})$$

- ❖ a harmadik rész a szervomotor rotorjának a szögsebességétől függő lineáris korrekciós rész, amely a csuklórugalmasság kompenzálására szolgál [13]:

$$\boldsymbol{\tau}_e = -\hat{\mathbf{k}}_e \mathbf{N}^{-1} \dot{\mathbf{q}}_m$$

Az adaptív irányítási törvény tehát a következő formájú:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\mathbf{p}} - \mathbf{k}_D(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r) - \hat{\mathbf{k}}_e \mathbf{N}^{-1} \dot{\mathbf{q}}_m \quad (4.43)$$

ahol: $\hat{\mathbf{p}}$ - becült paraméterek vektora,

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{k}}_e \dot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$$

$\dot{\mathbf{q}}_r$ - "referens sebesség":

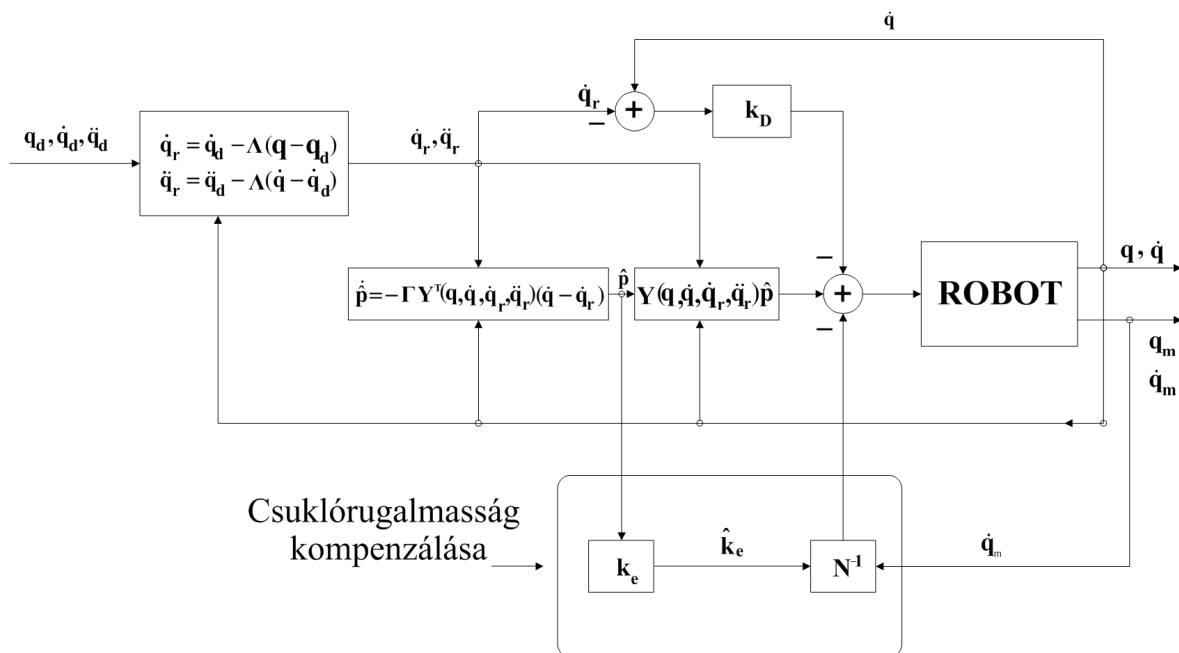
$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}_r &= \dot{\mathbf{q}}_d - \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{q} - \mathbf{q}_d) \\ \ddot{\mathbf{q}}_r &= \ddot{\mathbf{q}}_d - \boldsymbol{\Lambda}(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d) \end{aligned} \quad (4.44)$$

Fontos kiemelni, hogy a regresszor mátrix $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ felírásánál csak a referens gyorsulás vektorát $\ddot{\mathbf{q}}_d$ kell ismernünk, nem pedig a valós gyorsulás vektorát $\ddot{\mathbf{q}}$! Írjuk fel a paraméterbecslés on-line működő adaptációs törvényét a következő módon:

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}} = -\Gamma \mathbf{Y}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r)(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r) \quad (4.45)$$

ahol: Γ – szimmetrikus, pozitív definit erősítési átlós mátrix,
 $\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d$ – tervezett (referens) csuklókoordináták és deriváltjaik,
 $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$ – valós (mért) csuklókoordináták és deriváltjaik,
 $\mathbf{k}_d, \lambda, \mathbf{k}_e$ – erősítési átlós mátrixok

A (4.45) paraméterbecslés adaptációs törvény segítségével on-line változtatjuk az adaptív irányítástörvényt. $\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{q}), \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q})$ és $\hat{\mathbf{k}}_e$ mátrixokat és vektorokat a $\mathbf{H}(\mathbf{q}), \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \mathbf{g}(\mathbf{q})$ és \mathbf{k}_e mátrixokból és vektorokból kapjuk, ha az ismeretlen \mathbf{p} paramétervektort a paraméterbecslési adaptációs törvény alapján kiszámított $\hat{\mathbf{p}}$ vektorral helyettesítjük. Fontos megjegyezni, hogy a (4.43) adaptív irányítási algoritmus is megköveteli a mérési koncepciók változtatását, mivel a pozíció és sebességérzékelők az ipari robotoknál a szervomotoron helyezkednek el, itt pedig szükséges a csuklókoordináta és csuklószögsebesség mérése is! Az adaptív csuklókoordinátás pozícióirányítási algoritmus blokkvázlata a 4.8 ábrán látható, ahol külön ki van hangsúlyozva az a csuklórugalmasság kompenzálása.



4.8. ábra: Rugalmas csuklójú SCARA robot manipulátor adaptív pozícióirányításának blokkvázlata

Az adaptív irányítási törvény hatásosságát, ipari (4.7. ábra szerinti) SCARA típusú rugalmas (nyolc szabadságfokú) robot manipulátor szimulációjával bizonyítjuk. A vizsgált robot manipulátor merev mechanizmusának dinamikai modellje a következő:

$$\begin{bmatrix} I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2 + l_{c2}^2) + (m_3 + m_4)(l_1^2 + 2l_1 l_2 \cos q_2 + l_2^2) \\ I_2 + I_3 + I_4 + m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + (m_3 + m_4)(2l_1 l_2 \cos q_2 + l_2^2) \\ 0 \\ -I_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_2 + I_3 + I_4 + m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + (m_3 + m_4)(l_1 l_2 \cos q_2 + l_2^2) & 0 & -I_4 \\ I_2 + I_3 + I_4 + m_2 l_{c2}^2 + (m_3 + m_4) l_2^2 & 0 & -I_4 \\ 0 & (m_3 + m_4) & 0 \\ -I_4 & 0 & I_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{bmatrix} + \quad (4.46)$$

$$+ \begin{bmatrix} -l_1 \dot{q}_2 \sin q_2 (2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) [m_2 l_{c2} + (m_3 + m_4) l_2] \\ [m_2 l_{c2} + (m_3 + m_4) l_2] l_1 \dot{q}_1^2 \sin q_2 \\ -g(m_3 + m_4) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix}$$

A mátrix alakban felírt dinamikai modell nemlineáris és a p paraméterek megfelelő megválasztása után kifejezhető a következő kompakt alakban:

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \mathbf{p} = \boldsymbol{\tau} \quad (4.47)$$

Válasszuk meg a következő \mathbf{p} robotparamétereket:

$$\mathbf{p} = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_4 \quad p_5 \quad p_6 \quad p_7]^T \quad (4.48)$$

ahol a:

$$p_1 = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2) + (m_3 + m_4)(l_1^2 + l_2^2)$$

$$p_2 = 2[m_2 l_1 l_{c2} + l_1 l_2 (m_3 + m_4)]$$

$$p_3 = J_2 + J_3 + J_4 + m_2 l_{c2}^2 + (m_3 + m_4) l_2^2$$

$$p_4 = m_3 + m_4$$

$$p_5 = J_4 \quad (4.49)$$

$$p_6 = k_{e1}$$

$$p_7 = k_{e2}$$

$$p_8 = k_{e3}$$

$$p_9 = k_{e4}$$

Így a 4×9 dimenziós regresszor mátrixot $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}_r, \dot{\mathbf{q}}_r)$, a 4.46 modell alapján felírhatjuk:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & 0 & Y_{15} & Y_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{22} & Y_{23} & 0 & Y_{25} & 0 & Y_{27} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{34} & 0 & 0 & 0 & Y_{38} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{45} & 0 & 0 & 0 & Y_{49} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

A fenti mátrix regresszor elemei:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \ddot{q}_{r1} \\ Y_{12} &= (\ddot{q}_{r1} + 0.5\ddot{q}_{r2}) \cos q_2 - (\dot{q}_{r1} + 0.5\dot{q}_{r2})\dot{q}_2 \sin q_2 \\ Y_{13} &= \ddot{q}_{r2} \\ Y_{15} &= -\ddot{q}_{r4} \\ Y_{16} &= \dot{q}_1 \\ Y_{22} &= 0.5(\ddot{q}_{r1} \cos q_2 + \dot{q}_{r1}\dot{q}_1 \sin q_2) \\ Y_{23} &= \ddot{q}_{r1} + \ddot{q}_{r2} \\ Y_{25} &= -\ddot{q}_{r4} \\ Y_{27} &= \dot{q}_2 \\ Y_{34} &= \ddot{q}_{r3} - \mathbf{g} \\ Y_{38} &= \dot{q}_3 \\ Y_{45} &= \ddot{q}_{r4} - \ddot{q}_{r1} - \ddot{q}_{r2} \\ Y_{49} &= \dot{q}_4 \end{aligned} \quad (4.51)$$

A megfelelő szimmetrikus, pozitív definit erősítési átlós mátrix:

$$\mathbf{\Gamma} = \text{diag} (\mathbf{g}_{11}, \mathbf{g}_{22}, \mathbf{g}_{33}, \mathbf{g}_{44}, \mathbf{g}_{55}, \mathbf{g}_{66}, \mathbf{g}_{77}, \mathbf{g}_{88}, \mathbf{g}_{99}) \quad (4.52)$$

Legyen a paraméterbecslési $\hat{\mathbf{p}}$ adaptációs törvény:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{p}}_1 &= -\mathbf{g}_{11} Y_{11} (\dot{q}_1 - \dot{q}_{r1}) \\ \dot{\hat{p}}_2 &= -\mathbf{g}_{22} [Y_{12} (\dot{q}_1 - \dot{q}_{r1}) + Y_{22} (\dot{q}_2 - \dot{q}_{r2})] \\ \dot{\hat{p}}_3 &= -\mathbf{g}_{33} [Y_{13} (\dot{q}_1 - \dot{q}_{r1}) + Y_{23} (\dot{q}_2 - \dot{q}_{r2})] \\ \dot{\hat{p}}_4 &= -\mathbf{g}_{44} Y_{34} (\dot{q}_3 - \dot{q}_{r3}) \\ \dot{\hat{p}}_5 &= -\mathbf{g}_{55} [Y_{15} (\dot{q}_1 - \dot{q}_{r1}) + Y_{25} (\dot{q}_2 - \dot{q}_{r2}) + Y_{45} (\dot{q}_4 - \dot{q}_{r4})] \\ \dot{\hat{p}}_6 &= -\mathbf{g}_{66} Y_{16} (\dot{q}_1 - \dot{q}_{r1}) \\ \dot{\hat{p}}_7 &= -\mathbf{g}_{77} Y_{27} (\dot{q}_2 - \dot{q}_{r2}) \\ \dot{\hat{p}}_8 &= -\mathbf{g}_{88} Y_{38} (\dot{q}_3 - \dot{q}_{r3}) \\ \dot{\hat{p}}_9 &= -\mathbf{g}_{99} Y_{49} (\dot{q}_4 - \dot{q}_{r4}) \end{aligned} \quad (4.53)$$

A szimulációs paraméterek a következők:

szimulációs idő: 1.2 s,
paraméterbecslési periódus: $T=0.0005$ s, (2000 Hz).

A következő erősítési értékek adnak jó pályakövetési eredményeket:

$k_D = \text{diag} [50, 20, 4, 20]$,
 $\Lambda = \text{diag} [3, 3, 5, 3]$,
 $\Gamma = \text{diag} [100, 100, 100, 1000, 100, 10, 10, 10, 10]$.

A robotcsukló mozgás szimulációja megfelel a ciklois alakú csuklózögsebességeknek. A szimuláció alatt a referens csuklókoordináták kezdő és végértékei a következők:

$q_1=0$ $q_1=1$ rad,
 $q_2=0.5$ $q_2=1.5$ rad,
 $q_3=-0$ $q_3=0.1$ m,
 $q_4=0.5$ $q_4=1.5$ rad.

A csuklósebességek maximális értékei:

$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_4 = 2$ rad/s, $\dot{q}_3 = 2$ m/s.

Robot manipulátor adatok:

q_1, q_2, q_3 és q_4 a robotcsuklók koordinátái, $m_3=0.25$ kg - a munkadarab tömege.

Robotszegmens adatok:

első szegmens

$l_1=0.6$ m – az szegmens hossza, $l_{c1}=0.3$ m – a szegmens tömegközéppontjának a távolsága az 1-es csukló középpontjától, $m_1=12$ kg – a szegmens tömege, $J_1=0.36$ kgm² – a szegmens tehetetlenségi nyomatéka a szegmens tömegközéppontra számítva,

második szegmens

$l_2=0.4$ m – a szegmens hossza, $l_{c2}=0.2$ m – a szegmens tömegközéppontjának a távolsága a 2-es csukló középpontjától, $m_2=6$ kg – a szegmens tömege, $J_2=0.08$ kgm² – a szegmens tehetetlenségi nyomatéka a szegmens tömegközéppontra számítva,

harmadik szegmens

$m_3=2$ kg – a szegmens tömege, $J_3=0.08$ kgm² – a szegmens tehetetlenségi nyomatéka a szegmens tömegközéppontra számítva, $R_3=0.142$ m,

negyedik szegmens

$m_4=1$ kg – a szegmens tömege, $J_4=0.08$ kgm² – a szegmens tehetetlenségi nyomatéka a szegmens tömegközéppontra számítva,

Hajtómű adatok (első, második és negyedik csuklón)

$c=2 \cdot 10^8$ N/m – a hajtómű változó merevsége,

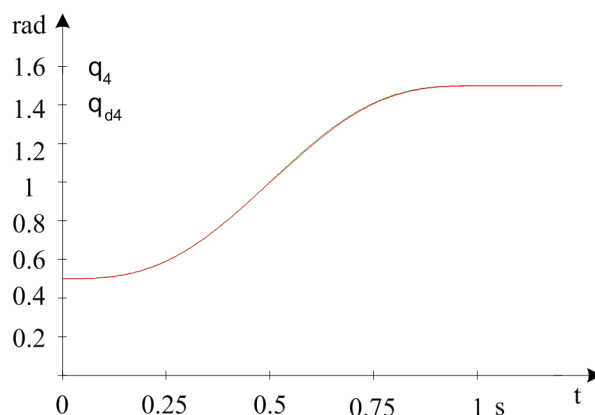
$N=7$ – a hajtómű áttétele,

szervomotorok

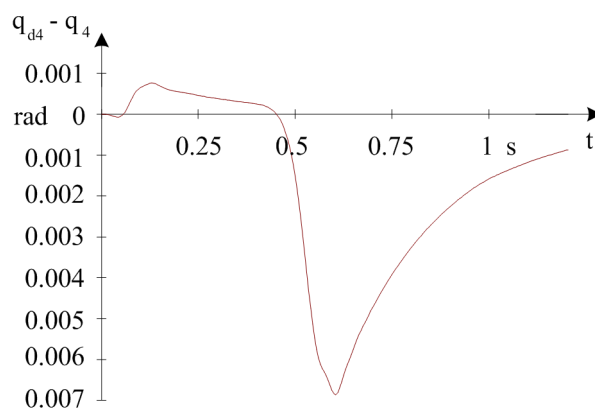
rotorok tehetetlenségi nyomatéka: $J_{m1}=J_{m2}=0.018$ kgm², $J_{m3}=J_{m4}=0.01$ kgm²,

csillapítási tényező: $k_{am1}=k_{am2}=k_{am4}=0.1$ Nms/rad, $k_{am3}=0.1$ Nms/rad.

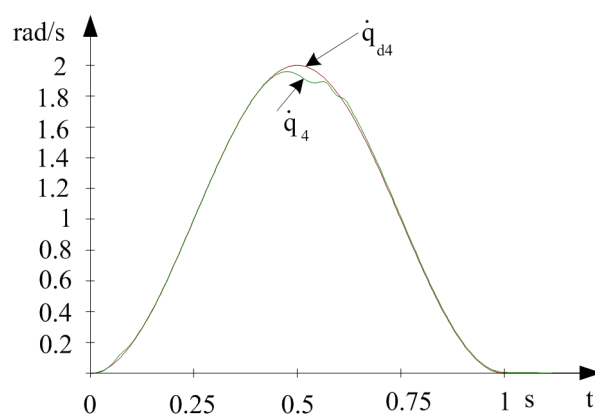
A szimulációs eredmények az 4.9 - 4.11 ábrákon láthatók. A q_4 és q_{d4} csuklókoordinátákat és a 4-es számú csukló koordinátahibáját ($q_4 - q_{d4}$) a 4.9. – 4.10. ábrákon mutatjuk be. A 4.11 ábrán a 4-es számú csukló referens és valós szögsebességét prezentáljuk.



4.9. ábra: A 4-es számú csukló referens és valós koordinátája [rad]



4.10. ábra: A 4-es számú csukló koordinátahibája $q_4 - q_{d4}$ [rad]



4.11. ábra: A 4-es számú csukló referens és valós szögsebessége [rad/s]

Bemutattuk a négy rugalmas csuklóból álló, szabadon mozgó, nyolc szabadságfokú SCARA típusú robot manipulátor önhangoló adaptív irányítását csuklókoordinátákban. Az irányítási törvény kompenzálja a csuklórugalmassági hatásokat és jó pályakövetési eredményeket biztosít. A szimulációs eredmények igazolják az adaptív irányítási algoritmus alkalmazását.

4.6. Robot manipulátorok adaptív pozíció-irányítása fuzzy felügyelő szabályzóval

A fuzzy irányítási rendszerek a 'Soft Computing' eljárásokhoz tartoznak, a publikált tudományos eredmények és az ipari alkalmazások szerint különösen az utóbbi években terjedtek el [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [32], [33], [34], [35], [36], [37], [38], [39], [40]. A fuzzy irányítási rendszereknél nincs szükség az irányított rendszer matematikai modelljének és a rendszer paramétereinek ismeretére, robusztussága és a valós idejű alkalmazása megfelelő. A fuzzy irányítási rendszerek alkalmazását a számítástechnika gyors fejlődése tette lehetővé. A fuzzy irányítás a robot manipulátorok korszerű irányítási algoritmusai közé tartozik mivel a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

- ❖ könnyen megvalósítható,
- ❖ megfelelő az olyan komplex rendszerek irányítására mint a robot manipulátor,
- ❖ robusztus.

A fuzzy irányítást akkor célszerű alkalmazni ha: az irányított rendszer nemlineáris, ha léteznek strukturális és nem strukturális bizonytalanságok, ha az irányított rendszer matematikai modellje ismeretlen, ha a rendszer dinamikusan-időben változó és az irányított rendszer összetett.

A robot manipulátorok fuzzy irányítása két csoportba osztható:

- ❖ PD típusú fuzzy irányító és
- ❖ fuzzy felügyelő szabályzó (Fuzzy Supervisor).

E fejezetben a [30] publikáció alapján robot manipulátor csuklókoordinátás adaptív pozíció-irányítását mutatjuk be fuzzy felügyelő szabályzóval. Az adaptív irányítási algoritmus alkalmazásánál ismernünk kell a robot manipulátor matematikai modelljét, viszont nincs szükség a robotparaméterek ismeretére mivel azokat on-line becsüljük. Írjuk fel az irányítási törvényt a következő alakban:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\mathbf{p}} - \mathbf{k}_D(t)(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r) \quad (4.54)$$

a paraméterbecslés on-line működő adaptációs törvényét pedig a következő módon:

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}} = -\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{Y}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r)(\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_r) \quad (4.55)$$

A (4.54) adaptív irányítási törvény tehát két részből áll:

- ◆ az első rész adaptív jellegű merev robotmodellen alapuló dinamikus irányítási tag (feedforward control),
- ◆ a második rész decentralizált PD szervóirányítás (*feedback control*) ahol az időben változó \mathbf{k}_D erősítési tagot fuzzy felügyelő szabályzó (*fuzzy supervisor*) adja:

$$\mathbf{k}_D(t_n) = \mathbf{k}_D(t_{n-1}) + \Delta \mathbf{k}_D(t_n) \quad (4.56)$$

A fuzzy felügyelő szabályzónak két alaphalmaz bemenete van:

pozícióhiba és sebességhiba
és egy kimenete:

a PD szabályzó \mathbf{k}_D erősítés diagonális mátrixa.

A bemeneti alaphalmazokat a következőképpen választottuk meg:

- nagy negatív (NB),
- kicsi negatív (NS),
- zéró (Z),
- kicsi pozitív (PS) és
- nagy pozitív (PB),

a megfelelő tagsági függvények pedig háromszög alakúak.

Az adaptív és fuzzy irányítási törvény hatásosságát SCARA típusú rugalmas (nyolc szabadságfokú) robot manipulátor szimulációjával bizonyítjuk. azzal, hogy a:

$$k_D = \text{diag} [50, 20, 4, 20]$$

erősítési átlós mátrix a szimuláció kezdetén csak iniciális értékű, a továbbiakban pedig időben változó volt.

A 30-as publikációban bemutattuk a négy csuklóból álló szabadon mozgó, rugalmas csuklójú, nyolc szabadságfokú SCARA típusú robot manipulátor önhangoló adaptív pozícióirányítását csuklókoordinátákban fuzzy felügyelő szabályzóval. Az irányítási törvény kompenzálta a csuklórugalmassági hatásokat, jó pályakövetési eredményeket biztosított és nem volt szükség külön rugalmassági kompenzációs tagra. A szimulációs eredmények igazolták az adaptív és fuzzy irányítási algoritmus együttes alkalmazását.

Irodalomjegyzék

- [1] Slotine J. J. E., Li W, "On the Adaptive Control of Robot Manipulators", The International Journal of Robotics Research, Vol. 6, No. 3, pp. 49-59, 1987.
- [2] J. Craig, P. Hsu and S.S. Sastry, "Adaptive Control of Mechanical Manipulators", The International Journal of Robotics Research, Vol. 6, No. 2, p.p. 16-28, 1987.
- [3] M. W. Spong, „Modeling and control of elastic joint robots”, ASME J. Dynamic Systems Measurements Control, Vol. 109, p.p. 310-319, 1987.
- [4] Slotine J. J. E., Li W, "Adaptive Manipulator Control: a Case of Study", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 33, No. 11, pp. 995-1003, 1988.
- [5] Slotine J. J. E., "Putting Physics in Control - the Example of Robotics", IEEE Control Systems Magazine, pp. 12-18, 1988.
- [6] Fathi Ghorbel, John Y. Hung, and Mark W. Spong, "Adaptive Control of Flexible -Joint Manipulators", IEEE Control Systems Magazine, pp. 9-13, 1989.
- [7] H. Seraji, T. Lee, M. Delpech, "Experimental Study on Direct Adaptive Control of a PUMA 560 Industrial Robot", Journal of Robotic Systems, Vol. 7, No. 1, p.p. 81-105, 1990.
- [8] G. Niemeyer, Slotine J. J. E., "Performance in adaptive manipulator control", The International Journal of Robotics Research, Vol. 10, No. 2, pp. 149-161, 1991.
- [9] R. A. Al-Ashoor, K. Khorasani, R. V. Patel, A. J. Al- Khalili, "Robust adaptive controller design for flexible joint manipulators, Robotics & Computer- Integrated Manufacturing, Vol. 9, No. 2, p.p. 101-112, 1992.
- [10] Kosko B., Neural Networks and Fuzzy Systems, Prentice-Hall International, USA, 1992.
- [11] B. Lantos, „Identification and Adaptive Control of Robots”, Mechatronic, Vol. 3, No. 2, pp. 149-166, 1993.
- [12] Zoltán Jeges, Gyula Mester, Branko Žužić: "Analiza robustnosti algoritma adaptivnog upravljanja sa referentnim modelom". Zbornik radova VII Simpozija o sistemima automatskog upravljanja, JUREMA, pp. 1.20-1.24, ISBN 86-81571-09-5, Zagreb-Tuheljske Toplice, 1991.
- [13] Gyula Mester at al., Adaptivno dinamičko hibridno upravljanje industrijskih robota sa elastičnim zglobovima, Zbornik XX Jugoslovenskog kongresa teorijske i primenjene mehanike, 1, str. 94-97, Kragujevac, 1993.

- [14] Gyula Mester at al., Csuklórugalmasság kihatása a robotmanipulátorok adaptív irányítására. *Bulletins for Applied Mathematics*, BAM 877, pp. 167-172, ISSN 0133-3526, Budapest, Hungary, 1993.
- [15] Gyula Mester at al., Sinteza adaptivnog upravljanja robota sa elastičnim zglobovima, *Proceedings of the XXXVIIth Conference of Electronics, Telecommunications, Automation and Nuclear Engineering, ETAN, Part XII*, pp. 87-92, ISBN 86-80509-06-X, Beograd, Jugoslavija, 1993.
- [16] Gyula Mester at al., Prikaz softverskog paketa ADAPTSIM za simulaciju adaptivnog upravljanja robota sa elastičnim zglobovima, *Zbornik radova IV Simpozijuma o mehaničkim prenosnicima*, 8.1, pp. 1-6, Subotica, Jugoslavija, 1993.
- [17] Gyula Mester at al., Neural Network Applications for Rigid-Link Flexible Joints SCARA Robot Motion Control. *Proceedings of the International Conference ETRAN*, pp. 93-94, ISBN 86-80509-10-8, Niš, Yugoslavia, 1994.
- [18] Gyula Mester at al., : "Adaptive Control of Rigid-Link Flexible-Joint Robots". *Proceedings of 3rd International Workshop of Advanced Motion Control*, pp.593-602, Berkeley, USA, 1994.
- [19] Gyula Mester, Pletl Szilveszter, Gizella Pajor: "Adaptive Motion Control of Rigid-Link Flexible Joints Scara Robots". *Bulletins for Applied Mathematics*, 966/94, pp. 63-72, Budapest, Hungary, 1994.
- [20] Gyula Mester, Pletl Szilveszter, Lehel Szarapka: "Fuzzy Control of RL-FJ Robots with Neural Membership Functions". *Bulletins for Applied Mathematics*, 1063/94, pp. 231-238, Budapest, Hungary, 1994.
- [21] Lantos Béla, *Fuzzy rendszerek*, Budapesti Műszaki Egyetem, Folyamatszabályozási Tanszék, Budapest, 1995.
- [22] Gyula Mester, Szilveszter Pletl, Fuzzy-Neuro Control and its Implementation for a Robot Manipulator, *Proceedings of Teaching Fuzzy Systems Joint Tempus Workshop*, pp. 1-4, Budapest, Hungary, 1995.
- [23] Gyula Mester, Szilveszter Pletl, Fuzzy Control of Robot Manipulators with joint Flexibility. *Zbornik radova XXI Jugoslovenskog kongresa teorijske i primenjene mehanike*, Niš, D, str. 127-132, 1995.
- [24] Gyula Mester, Szilveszter Pletl, Gizella Pajor: "Fuzzy Adaptive Control of Robot manipulators". *Proceedings of the International Conference ETRAN*, pp. 252-255, ISBN 86-80509-16-7, Zlatibor, Yugoslavia, 1995.
- [25] Gyula Mester at al., Neuro-Fuzzy Control of Robot Manipulator with Joint Flexibility, *Proceedings of the International Conference Automation'95*, pp.423-432, Budapest, Hungary, 1995.
- [26] Gyula Mester: "Neuro-Fuzzy-Genetic Trajectory Tracking Control of Flexible Joint robots". *Proceedings of the I International Conference on Advanced Robotics and Intelligent Automation*", pp. 93-98, Athens, Greece, 1995.
- [27] Gyula Mester at al., Fuzzy Adaptive Control of Robot manipulators. *Proceedings of the International Conference ETRAN*, pp. 252-255, ISBN 86-80509-16-7, Zlatibor, Yugoslavia, 1995.
- [28] Gyula Mester, Neuro-Fuzzy-Genetic Trajectory Tracking Control of Flexible Joint robots. *Proceedings of the I International Conference on Advanced Robotics and Intelligent Automation*, pp. 93-98, Athens, Greece, 1995.
- [29] Gyula Mester, Neuro-Fuzzy-Genetic Controller Design for Robot Manipulators. *Proceedings of the IECON'95*, IEEE, Orlando, Vol. 1, pp. 87-92, ISBN 0-7803-3026-9, Florida, USA, 1995.
- [30] Gyula Mester, Szilveszter Pletl, Gizella Pajor, Imre Rudas, "Adaptive Control of Robot Manipulators with Fuzzy Supervisor Using Genetic Algorithms". *Proceedings of the International Conference on Recent Advances in Mechatronics (ICRAM'95)*, Vol. 2, pp 661-666, 14-16 August, Istanbul, Turkey, 1995.
- [31] Gyula Mester, Szilveszter Pletl: „Designing Fuzzy Control Systems in Matlab Environment”. *Proceedings of YUINFO'96*, Simpozijum o računarskoim naukama i informacionim tehnologijama, Brezovica, pp. 209-210, Yugoslavia, 1996.
- [32] Gyula Mester, Szilveszter Pletl: "Structure Optimization of the Adaptive-Neuro-Fuzzy Controller". *Proceedings of the XL International Conference ETRAN*, pp. 283-286, ISBN 86-80509-20-5, Budva, Yugoslavia, 1996.
- [33] Gyula Mester: "Ganfis Control Algorithm of Intelligent Robots". *Proceedings of the Second International Conference on Advanced Robotics and Intelligent Automation*", pp. 155-160, Vienna, Austria, 1996.

- [34] Gyula Mester, Szilveszter Pletl, Designing Fuzzy Control Systems in Matlab Environment. Proceedings of YUINFO'96, Simpozijum o računarskoim naukama i informacionim tehnologijama, Brezovica, pp. 209-210, Yugoslavia, 1996.
- [35] Gyula Mester, Szilveszter Pletl, „Design of the Optimum Number of Membership Functions in Neuro-Fuzzy Control Systems”. ETFA'92, IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, (előadás) Kauai Marriott, Kauai, Hawaii, USA, 1996.
- [36] Szilveszter Pletl, Béla Lantos, Gyula Mester, „A Method that Guaranties the Stability of Soft-computing Based Controller Robot System During Its Adaptation”. Proceedings of the Soft and Intelligent Computing in Control Engineering, SICCE'97, Subotica, 1997.
- [37] Gyula Mester, Szilveszter Pletl: „Application of Intelligent Control Algorithm for Robot Manipulators”. Proceedings of the European Symposium on Intelligent Techniques, pp. 121-125, Bary, Italy, 1997.
- [38] Szilveszter Pletl, Gyula Mester, "A Soft Computing Method for Control of Flexible Joint Robotic Manipulator". Proceedings of the 4 ECPD International Conference on Advanced Robotics and Intelligent Automation", pp. 175-178, Moskva, 1998.
- [39] Kóczy T. László, Tikk Domonkos, Fuzzy rendszerek, Typotex, 2000.
- [40] Szilveszter Pletl, „Korszerű adaptív, fuzzy és neurális elvű robotirányítási algoritmusok”, doktori disszertáció, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Budapest, 2001.

5. Robot manipulátorok hibrid irányítása

A robot manipulátorok hibrid irányítását mutatjuk be. Felírjuk a rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátor korlátozott mozgásának dinamikai modelljét és pozíció-erő irányítását.

5.1. Alapfogalmak

A hibrid robotirányítási architektúra pozíció- és erőirányítást foglal magába. Tehát a pozíció irányítás mellett a feladat korlátozásainak megfelelően az erő-visszacsatolást is bevonjuk a robotirányítási algoritmusba [1], [2], [3]. A hibrid irányítás, a feladattól függően, az effektor mozgásának szabadságfokait két ortogonális halmazra partícionálja, vagyis az effektor egyes szabadságfokai pozíció, egyes szabadságfokai pedig erőirányításúak (az effektor korlátozásainak megfelelően).

A hibrid irányítási feladat kutatása a korszerű robotirányítási feladatok közé tartozik. E fejezetben rugalmas csuklójú - merev szegmensű robot manipulátorok adaptív hibrid irányításával foglalkozunk és a csuklórugalmasságot külön kompenzáljuk [6], [7], [8].

5.2. Rugalmas csuklójú - merev szegmensű robot manipulátor korlátozott mozgású dinamikai modellje

Vizsgáljunk egy rugalmas csuklójú és merev szegmensű $2n$ szabadságfokú robot manipulátort korlátozott mozgása esetén. A korlátozott mozgású robot manipulátor dinamikai modellje mátrix alakban felírható a következő módon:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{F} = \mathbf{c}(\mathbf{t})(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{q}_m - \mathbf{q})$$

$$\mathbf{J}_m\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{k}_{am}\dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{N}^{-1}\mathbf{c}(\mathbf{t})(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{q}_m - \mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}_m \quad (5.1)$$

ahol: $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ - csuklókoordináták $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

$\mathbf{q}_m \in \mathbb{R}^n$ - szervomotor koordináták $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

$\mathbf{H}(\mathbf{q})$ - szimmetrikus és pozitív definit $n \times n$ dimenziós tehetetlenségi mátrix,

\mathbf{J}_m - szervomotor rotorjainak $n \times n$ dimenziós tehetetlenségi átlós mátrixa,

$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ - a Coriolis-féle és centrifugális hatások $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

$\mathbf{g}(\mathbf{q})$ - a gravitációs hatások $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

\mathbf{k}_{am} - a szervomotor csillapítási tényezőinek $n \times n$ dimenziós átlós mátrixa,

$\mathbf{c}(\mathbf{t})$ - a hajtómű változó merevségének $n \times n$ dimenziós átlós mátrixa,

\mathbf{N} - a hajtómű áttételének $n \times n$ dimenziós átlós mátrixa,

$\boldsymbol{\tau}_m$ - a meghajtó nyomaték $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora.

\mathbf{J} - az $n \times n$ dimenziós Jacobi-mátrix,

\mathbf{F} - a külső erők/nyomatékok vektora (az effektor három erő- és három nyomaték összetevője).

Ha a robot manipulátor feladatelvégzés közben kontaktusba kerül a környezetével, akkor rugalmas alakváltozás alakul ki és reakcióerők keletkeznek.

A környezet modellezése igen fontos feladat a robot manipulátor erőirányítási szempontjából. Általános esetben az érintkező pontban ébredő reakcióerő komplex függvénye az effektor végpontja pozíciójának, sebességének és gyorsulásának:

$$\mathbf{F} = \mathbf{f}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}, \ddot{\mathbf{s}}) \quad (5.2)$$

Általában azonban megelégszünk az érintkező pontban ébredő reakcióerő leegyszerűsített modelljével. A robot effektora által megfogott tárgy, amikor érintkezésbe kerül a környezettel, akkor a környezet az eredeti helyéhez képest rugalmas alakváltoztatást szenved el és így a reakcióerő modellt felírhatjuk a következő alakban:

$$\mathbf{F} = \mathbf{k}_{pf} (\mathbf{s} - \mathbf{s}_d) \quad (5.3)$$

ahol: \mathbf{s} -a robot manipulátor világkoordinátáinak $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

\mathbf{s}_d - az érintkezési pont világkoordinátáinak $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

\mathbf{k}_{pf} – az érintkezési felület és az erőérzékelő $n \times n$ dimenziójú merevségi mátrixa.

A robot effektorának valós koordinátái a csuklókoordináták mérése alapján direkt kinematikai számításokkal meghatározhatók: $\mathbf{s} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$.

5.3. Rugalmas csuklójú - merev szegmensű robot manipulátor pozíció-erő irányítása

A rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátor hibrid (pozíció-erő) irányítástörvénye két részből áll:

- ❖ Az első rész merev robotmodellen alapuló adaptív pozícióirányítási tag (feedforward control), decentralizált PD szervóirányítással (feedback control) és a szervomotor rotorjának és a csukló szögsebességétől függő lineáris korrekciós résszel, amely a csuklórugalmasság kompenzálására szolgál,
- ❖ a második rész erőirányítási (nem adaptív) tag.

A rugalmas csuklójú robot manipulátor pozíció-erő irányításánál írjuk fel az irányítási törvényt a következő alakban [8]:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{Y}(\mathbf{S}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\mathbf{p}}(\mathbf{S}) - \mathbf{k}_d \mathbf{e} - \mathbf{k}_e (\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{N}^{-1} \dot{\mathbf{q}}_m) + \mathbf{J}^T(\mathbf{q})(\mathbf{I} - \mathbf{S})[\mathbf{F}_d + \mathbf{k}_f(\mathbf{F}_d - \mathbf{F}) - \mathbf{k}_{fv} \dot{\mathbf{s}}] \quad (5.4)$$

ahol: $\mathbf{Y}(\mathbf{S}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ - regresszor mátrix amely a merev robotmodell alapján írható fel,

$\hat{\mathbf{p}}$ – a becsült (esztimált) robotparaméterek (a geometriai, tömeg- és tehetetlenségi nyomatékok kiválasztott szorzatösszegei) m dimenziós oszlopvektora,

$\mathbf{k}_d, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{k}_e$ – erősítési átlós mátrixok,

$\mathbf{S} = \text{diag}(s_i)$ – átlós szelekciós mátrix, amely a feladattérben az egymásra ortogonális altérbe eső erőirányítási, illetve pozícióirányítási irányokat jelöli ki. Erőirányítás esetében a szelekciós mátrix értéke $S_i = 0$, pozícióirányítás esetében pedig $S_i = 1$. Fontos megjegyezni, hogy egy irányban csak egyfajta irányítás lehetséges!

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}_r &= \mathbf{J}^{-1} \{ \ddot{\mathbf{s}}_d + \boldsymbol{\Lambda}(\dot{\mathbf{s}}_d - \dot{\mathbf{s}}) - \mathbf{J}\mathbf{J}^{-1} [\dot{\mathbf{s}}_d + \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{s}_d - \mathbf{s})] \} \\ \mathbf{e} &= \mathbf{J}^{-1} [\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{s}}_d + \boldsymbol{\Lambda}(\mathbf{s}_d - \mathbf{s})] \end{aligned} \quad (5.5)$$

paraméterbecslés on-line működő adaptációs törvénye a következő:

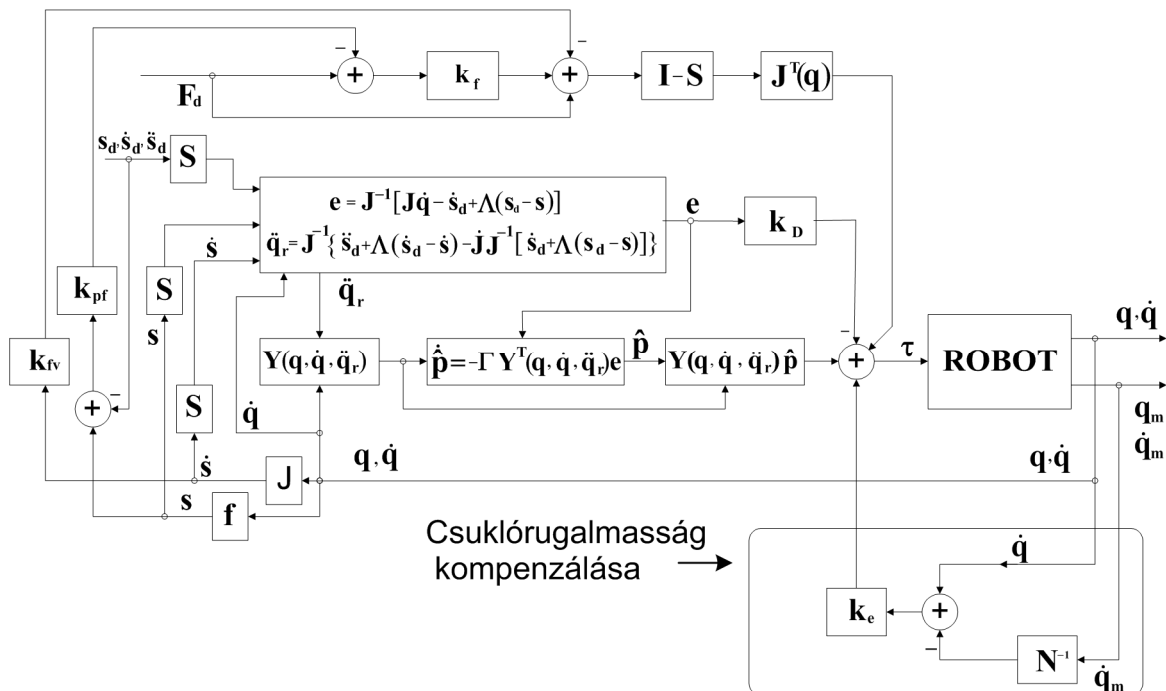
$$\dot{\hat{\mathbf{p}}} = -\Gamma \mathbf{Y}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r) \mathbf{e} \quad (5.6)$$

$\Gamma = \text{diag}(g_1, g_2, g_3)$ – szimmetrikus, pozitív definit erősítési átlós mátrix.

Az adaptív pozícióirányítási tag már a [4. fejezetből](#) ismert. Az erőirányítási tag pedig a következő:

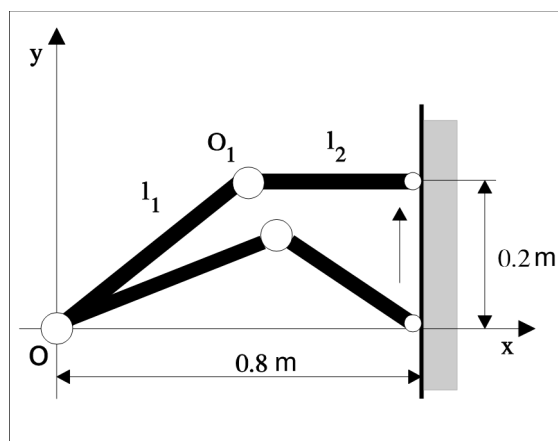
$$\boldsymbol{\tau}_F = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})(\mathbf{I} - \mathbf{S})[\mathbf{F}_d + \mathbf{k}_f(\mathbf{F}_d - \mathbf{F}) - \mathbf{k}_{fv}\dot{\mathbf{s}}] \quad (5.7)$$

Rugalmas csuklójú merev szegmensű robot manipulátor pozíció-erő irányításának blokkvázlata a 5.1 ábrán látható, ahol külön ki van hangsúlyozva a csuklórugalmasság kompenzálása.



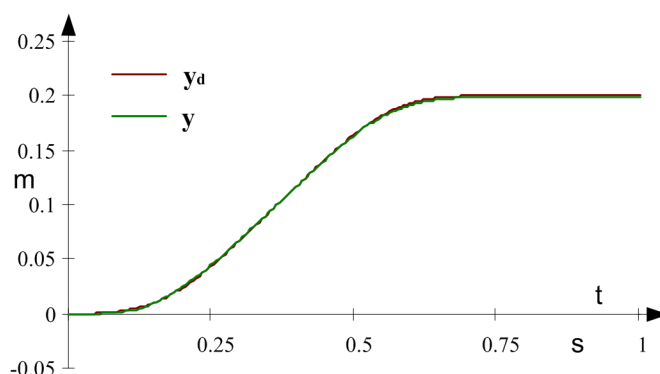
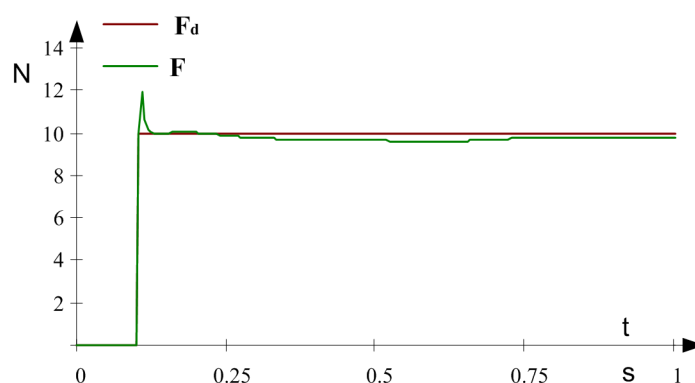
5.1. ábra: Rugalmas csuklójú robot manipulátor pozíció-erő irányításának blokkvázlata.

A pozíció-erő irányítási törvény hatásosságát, kétsuklós négy szabadságfokú (5.2. ábra) SCARA típusú alapstruktúrájú rugalmas robot manipulátor szimulációjával bizonyítjuk. A szemlélt robot manipulátor a vízszintes síkban mozog. A szimulációs feladat y tengely menti pozíció és x tengely menti erő irányítási feladatot old meg (az erő merőleges az árnyékolt felületre, az erő érintő irányú komponensét és a súrlódóerőt elhanyagoltuk!). A vizsgált robot manipulátor merev mechanizmusának dinamikai modellje a (4.33), a robotparamétereket a (4.34) szerint válasszuk meg, a 2x3 dimenziós regresszor mátrix a (4.35) és a paraméterbecslési $\hat{\mathbf{p}}$ adaptációs törvény a (4.41).



5.2. ábra: Rugalmas robot manipulátor pozíció-erő irányítási vázlata

A szimulációs folyamat alatt a világkoordináták a következő értékek között változnak: $y=0$, $y=0.2$ m, $x=0.8=\text{const}$. A sebességek és gyorsulások maximális értékei pedig: $\dot{y}=0.5\text{m/s}$, $\ddot{y}=3\text{m/s}^2$, $\dot{x}=\ddot{x}=0$. A felületre merőleges erő referens értéke $F_d=10$ N. A szimulációs paraméterek a következők: szimulációs idő: 1 s, paraméterbecslési periódus: $T=0.001$ s, (1000 Hz), erősítések: $k_d \in (40,40)$, $\Lambda \in (40,40)$, $k_e \in (1000,1000)$, $\Gamma \in (20,20,20)$, $k_f \in (40,0.1)$, $k_{pf} \in (10000,0)$, $k_{vf} \in (0.5,0)$. A robotcsukló mozgás szimulációja a modifikált trapéz alakú csuklószögsebességeknek és a robot manipulátor paraméterei a [4.4.3. fejezetben](#) tárgyalt adatoknak felel meg. Az 5.3. ábrán leolvasható a referens és valós y_d világkoordináta változása, az 5.4. ábra pedig bemutatja a referens F_d és valós F , x irányú erők változását.

5.3. ábra: A referens y_d és valós y világkoordináta változása5.4. ábra: A referens F_d és valós F , x irányú erők változása.

Bemutattuk a két rugalmas csuklóból álló korlátozott mozgású, négy szabadságfokú robot manipulátor pozíció-erő irányítását. Az irányítási törvény kompenzálja a csuklórugalmassági hatásokat. A szimulációs eredmények (az elfogadható pálya és erőkövetés miatt) igazolják a hibrid irányítási algoritmus alkalmazását.

Irodalomjegyzék

- [1] Asada H. and Slotine J.J.: Robot Analysis and Control, John Wiley and sons, 1985.
- [2] J. J. Slotine E., Li W., "Adaptive Strategies in Constrained Manipulation", IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Raleigh, pp. 595-601, 1987.
- [3] M. W. Spong, Modeling and Control of Elastic Joint Robots", ASME J. Dynamic Systems Measurements Control, Vol. 109, p.p. 310-319, 1987.
- [4] Stokić Dragan, Adaptivno hibridno upravljanje manipulacionim robotima, Zbornik šestog Jugoslovenskog simpozijuma za primenjenu robotiku i flesibilnu automatizaciju, ETAN, Novi Sad, pp.161-170, 1989.
- [5] L.-A. Dessaint, M. Saad, B. Hébert, K. A.-Haddad, An Adaptive Controller for Direct-Drive SCARA Robot", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 39, No. 2, p.p. 105-111, 1992.
- [6] Gyula Mester at al., Adaptivno dinamičko hibridno upravljanje industrijskih robota sa elastičnim zglobovima, Zbornik XX Jugoslovenskog kongresa teorijske i primenjene mehanike, 1, str. 94-97, Kragujevac, 1993.
- [7] Gyula Mester, Adaptive Force and Position Control of Rigid Link Flexible- Joint Scara Robots, Proceedings of the IECON'94, IEEE, Bologna, 3, str. 1639-1644, 1994.
- [8] Gyula Mester, Szilveszter Pletl: „Rugalmas robotok hibrid irányítása”. Gép, LV. évf. pp. 37-38, ISSN 0016-8572, Budapest, Hungary, 2004.

6. Keréken gördülő mobil robotok

A szárazföldi mobil/szerviz robotokat feloszthatjuk:

- ❖ kerekeken gördülő,
- ❖ lánc talpas,
- ❖ többlábú és
- ❖ humanoid

mobil robotokra.

Keréken gördülő mobil robotokkal foglalkozunk. Felírjuk a keréken gördülő két hajtókerekű mobil robot kinematikai és dinamikai modelljét. Vizsgáljuk a két hajtókerekű mobil robot ütközésmentes fuzzy mozgásirányítását ismeretlen környezetben, az automatikus akadálykikerülést.

A kerekeken gördülő mobil robot esetében feltételezzük, hogy a robotkerekek a talajon csúszásmentesen gördülnek. A kerekeken gördülő mobil robot képes autonóm mozgást megvalósítani. Az autonóm mobil robotok fejlesztése aktuális kutatási téma akár elméleti akár alkalmazási szempontból [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10]. A továbbiakban egyszerű szerkezetű kéthajtókerekű mobil robottal foglalkozunk. Áttekintjük a mobil robot kinematikai és dinamikai modellezését. Foglalkozunk továbbá a mobil robot ütközésmentes fuzzy irányításával.

6.1. Két hajtókereken gördülő mobil robot kinematikája

6.1.1. Kinematikai kényszerek

A kerekeken gördülő mobil robotok mozgása kinematikai kényszerekkel határolt. Vizsgáljunk tehát egy n általános koordinátából álló mechanikai rendszert m kinematikai kényszerekkel:

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (6.1)$$

ahol az \mathbf{A} mátrix: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$. A szakirodalom szerint ezek a kinematikai kényszerek feloszthatók: holonóm vagy nemholonóm kényszerekre. Kéthajtókerekű mobil robotok mozgását a nemholonóm kényszerek rendszerébe soroljuk.

6.1.2. Két hajtókerekű mobil robot kinematikai modellje

Kerekeken gördülő két hajtókerekű mobil robot kinematikai modelljét vizsgáljuk. Feltételezzük, hogy a mobil robot síkmozgást végez (6.1. ábra). Szemléljük a robot mozgását az Oxyz nyugvó alap koordinátarendszerben, amelyet vonatkozási koordinátarendszernek nevezünk. A mobil robot tömegközéppontja a P pont, melynek koordinátái: $P(x,y)$

További jelölések:

θ - a robot haladási irányát jellemző szög,

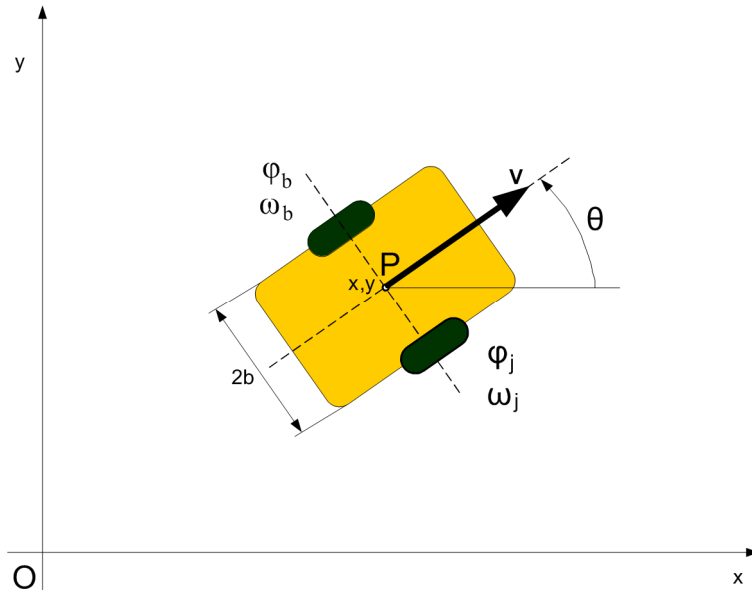
V - a robot tömegközéppontjának haladási sebessége,

$d\theta/dt$ - a robot szögsebessége az Oxz síkban,

φ_j és φ_b - a hajtott kerekek forgásszögei,

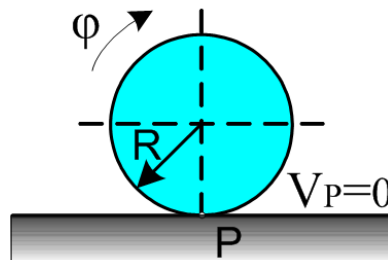
$\omega_j = d\varphi_j/dt$ és $\omega_b = d\varphi_b/dt$ - a hajtott kerekek szögsebességei,

$2b$ - a hajtott kerekek távolsága.



6.1. ábra: Két hajtókerekű mobil robot síkmozgása

Feltételezzük, hogy a mobil robot és a robotkerekek merev szerkezetűek. A mobil robot a vízszintes síkban mozog. A robot mozgása alatt a robotkerék és a vízszintes sík egy pontban érintkezik (6.2 ábra). A robotkerekek forgása a függőleges síkban történik. A rögzített robotkerekek tengelyei vízszintesek. A mobil robot kerekei csúszásmentesen gördülnek. Tehát a robotkerék és a sík érintkező pontjában a sebesség zérus.



6.2. ábra: Robotkerék csúszásmentes gördülése

A kerekek sugara R . Így a kerekek helyzetét két állandó értékkel határozzuk meg: b és R , valamint két szöggel az idő függvényében: $\varphi_j(t)$ a jobb kerék forgásszöge és $\varphi_b(t)$ a bal kerék forgásszöge. A mobil robot helyzetét a következő 5 koordinátával határozzuk meg:

$$q = [x, y, \theta, \varphi_j, \varphi_b]^T \quad (6.2)$$

A mobil robot haladási sebessége V felírható a következő módon:

$$v = R(\omega_j + \omega_b)/2 \quad (6.3)$$

ahol az:

$$\omega_j = \frac{d\varphi_j}{dt} \text{ – a jobb kerék szögsebessége,}$$

$$\omega_b = \frac{d\varphi_b}{dt} - \text{a bal kerék szögsebessége,}$$

A mobil robot sebességvetületei és szögsebessége a következő differenciálegyenletekkel (6.4-6.6) írható le:

$$\dot{x} = (R \cos\theta (\omega_j + \omega_b))/2 \quad (6.4)$$

$$\dot{y} = (R \sin\theta (\omega_j + \omega_b))/2 \quad (6.5)$$

$$\dot{\theta} = R (\omega_j - \omega_b)/2b \quad (6.6)$$

a 6.1 ábráról a V sebességvetületei felírhatók a következőképpen:

$$\dot{x} = v \cos\theta \quad (6.7)$$

$$\dot{y} = v \sin\theta \quad (6.8)$$

vagyis a következő mátrix formában:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

A mobil robot végleges kinematikai modellje mátrix alakban tehát a következő:

$$\begin{bmatrix} v \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R/2 & R/2 \\ R/2b & -R/2b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_j \\ \omega_b \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Ha a mobil robot mozgását a nemholonóm kényszerek rendszerébe soroljuk, akkor a kinematikai kényszerek a következőképpen írhatók fel:

$$\begin{aligned} \dot{x} \sin\theta - \dot{y} \cos\theta &= 0 \\ \dot{x} \cos\theta + \dot{y} \sin\theta &= R\omega_r - b\dot{\theta} \\ \dot{x} \cos\theta + \dot{y} \sin\theta &= R\omega_l + b\dot{\theta} \end{aligned} \quad (6.11)$$

A kényszerek tehát felírhatók a (6.1) reláció szerint, ahol az $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ($m=3$, $n=5$) mátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta & 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta & \sin\theta & b & -R & 0 \\ \cos\theta & \sin\theta & -b & 0 & -R \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

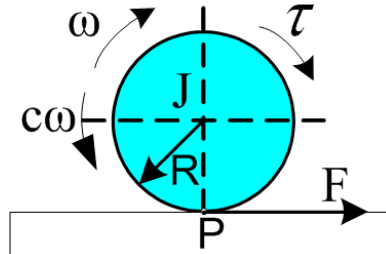
A kéthajtókerekű mobil robot esetében a két hajtókerék szögsebessége külön-külön irányítható.

6.2. Két hajtókeréken gördülő mobil robot dinamikája

Két hajtókerekű mobil robot dinamikai modelljének a vizsgálata felosztható a kerék, a szervomotor és a kocsi dinamikai vizsgálatára [8].

Kerék dinamika

A robotkerekek függőleges síkban forognak és a vízszintes talajon csúszásmentesen gördülnek. A kerékre hat a τ meghajtó nyomaték, a $c\omega$ csillapítási nyomaték és az F surlódóerő. A síkmozgást végző robotkerék dinamikai hatásai a 6.3. ábrán láthatók:



6.3. ábra: Síkmozgást végző robotkerék dinamikája

Írjuk fel a síkmozgást végző robotkerék differenciálegyenletét a jobboldali robotkerékre vonatkozóan:

$$J_j \frac{d\omega_j}{dt} = \tau_j - c_j \omega_j - F_j R \quad (6.13)$$

A jobboldali robotkereket meghajtó nyomaték tehát:

$$\tau_j = J_j \frac{d\omega_j}{dt} + c_j \omega_j + F_j R \quad (6.14)$$

Írjuk fel a síkmozgást végző robotkerék differenciálegyenletét a baloldali robotkerékre vonatkozóan:

$$J_b \frac{d\omega_b}{dt} = \tau_b - c_b \omega_b - F_b R \quad (6.15)$$

A baloldali robotkereket meghajtó nyomaték tehát:

$$\tau_b = J_b \frac{d\omega_b}{dt} + c_b \omega_b + F_b R \quad (6.16)$$

ahol: J_j – a jobboldali robotkerék tehetetlenségi nyomatéka [kgm^2],
 J_b – a baloldali robotkerék tehetetlenségi nyomatéka [kgm^2]
 F_j – a jobb kerékre ható kerületi erő
 F_b – a bal kerékre ható kerületi erő
 ω_j – a jobb robotkerék szögsebessége
 ω_b – a bal robotkerék szögsebessége
 c_j – a jobb robotkerék csillapítási tényezője,
 c_b – a bal robotkerék csillapítási tényezője.

Szervomotor dinamika

Írjuk fel a szervomotor dinamikai egyensúlyát kifejező differenciálegyenletét a mobil robot jobboldali meghajtókerékre vonatkozóan a következő alakban:

$$J_{mj} \frac{d\omega_{mj}}{dt} = \tau_{mj} - \frac{\tau_j}{N} \quad (6.17)$$

Figyelembe véve a (6.14) kifejezést következnek:

$$\tau_{mj} = J_{mj} \frac{d\omega_{mj}}{dt} + \frac{1}{N} \left[J_j \frac{d\omega_j}{dt} + c_j \omega_j + F_j R \right] \quad (6.18)$$

Írjuk fel a szervomotor dinamikai egyensúlyát kifejező differenciálegyenletét a mobil robot baloldali meghajtókerekére vonatkozóan a következő alakban:

$$J_{mb} \frac{d\omega_{mb}}{dt} = \tau_{mb} - \frac{\tau_b}{N} \quad (6.19)$$

Figyelembe véve a (6.16) kifejezést következnek:

$$\tau_{mb} = J_{mb} \frac{d\omega_{mb}}{dt} + \frac{1}{N} \left[J_b \frac{d\omega_b}{dt} + c_b \omega_b + F_b R \right] \quad (6.20)$$

ahol a:

J_{mj} – a jobboldali rotor tehetetlenségi nyomatéka [kgm^2],

J_{mb} – a baloldali rotor tehetetlenségi nyomatéka [kgm^2]

ω_{mj} – a jobboldali rotor szögsebessége

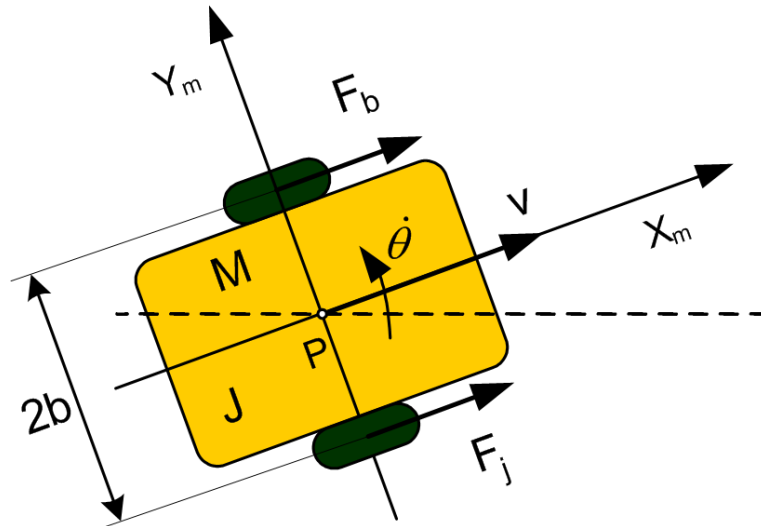
ω_{mb} – a baloldali rotor szögsebessége

τ_{mj} – a jobb szervomotor meghajtó nyomatéka,

τ_{mb} – a bal szervomotor meghajtó nyomatéka.

Kocsi dinamika

Vizsgáljuk a mobil robot-kocsi síkmozgását a 6.4. ábra szerint:



6.4. ábra: Mobil robot kocsi dinamikai vázlat

A 6.4. ábra szerinti mobil robot mozgásegyenletei:

$$M \frac{dv}{dt} = F_j + F_b \quad (6.21)$$

$$J \frac{d\dot{\theta}}{dt} = b(F_j - F_b) \quad (6.22)$$

A dinamikai paraméterek jelentése:

F_j – a jobb oldali hajtott kerékre ható kerületi erő,

F_b – a bal oldali hajtott kerékre ható kerületi erő,

M – a mobil robot tömege,

J – a mobil robot tehetetlenségi nyomatéka.

6.3. Két hajtókeréken gördülő mobil robot ütközésmentes fuzzy irányítása ismeretlen környezetben

6.3.1. Bevezetés

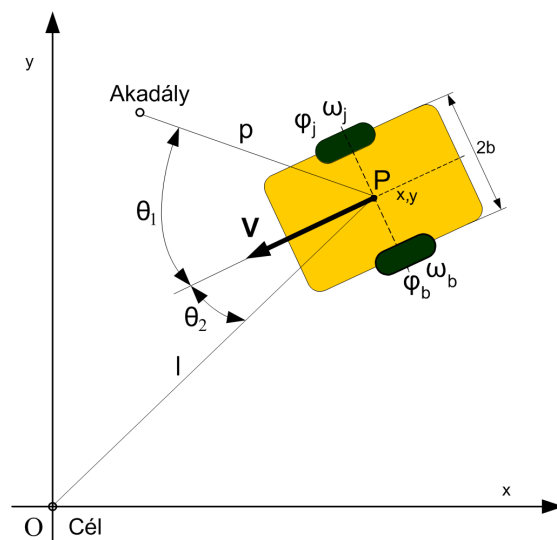
Két hajtókerékű mobil robot ütközésmentes, automatikus akadálykerülési feladatával foglalkozunk ismeretlen és változó környezetben. A mobil robot ütközésmentes mozgás szimulációjának a megvalósítására a Matlab programcsomag szimulációs eszközeit a:

Simulink és
Fuzzy Logic Toolbox
szolgáltatásait használjuk.

Először a [6.1.2. fejezetben](#) levezetett kéthajtókerékű mobil robot kinematikai egyenletei alapján Simulink alkalmazásával (Simulink szerkesztő ablaka és eszköztára) létrehozunk a mobil robot kinematikai modelljét, vagyis a kinematikai modell Simulink blokkvázlatát (nincs mellékelve). A következő lépés a robotirányító megtervezése [\[12\]](#), [\[13\]](#), [\[14\]](#), [\[15\]](#), [\[16\]](#), [\[17\]](#), [\[18\]](#), [\[19\]](#), [\[20\]](#), [\[21\]](#), [\[22\]](#), [\[23\]](#), [\[24\]](#).

A mobil robot ütközésmentes mozgásirányítására fuzzy technikát alkalmazzunk. A fuzzy irányítás célja a mobil robot síkbeli akadálykikerülő feladatának a megvalósítása. A feladat a mobil robot célba juttatása automatikus akadálykerüléssel. Feltételezzük, hogy a két meghajtókerék szögsebessége egymástól függetlenül irányítható. A mobil robot ultrahangú érzékelői érzékelik az akadályokat a mobil robot előtt, baloldaltól és jobboldaltól. A mobil robot fuzzy irányítója az érzékelőktől kapott információk alapján dönt a robot mozgásáról: a haladási sebességéről és a mozgásirányról. Ez esetben tehát a környezet modellezése szükségtelen. Amikor a mobil robot halad a cél felé és az érzékelők akadályt érzékelnek a pálya mentén, ez esetben szükséges rendelkezni akadálykikerülési stratégiával. A mobil robot síkbeli mozgása tehát tulajdonképpen kompromisszum a cél felé haladás és az automatikus akadálykikerülése között.

A 6.5. ábra szerint a mobil robot tömegközéppontja P és az akadály közötti távolság p , a mobil robot haladási iránya és az akadály iránya közötti bezárt szög θ_1 . A mobil robot tömegközéppontja és a cél közötti távolság l , a mobil robot haladási iránya és az cél iránya közötti bezárt szög θ_2 .



6.5. ábra: Az akadály szöge θ_1 , a cél szöge θ_2 , az akadály távolsága l és a cél távolsága p

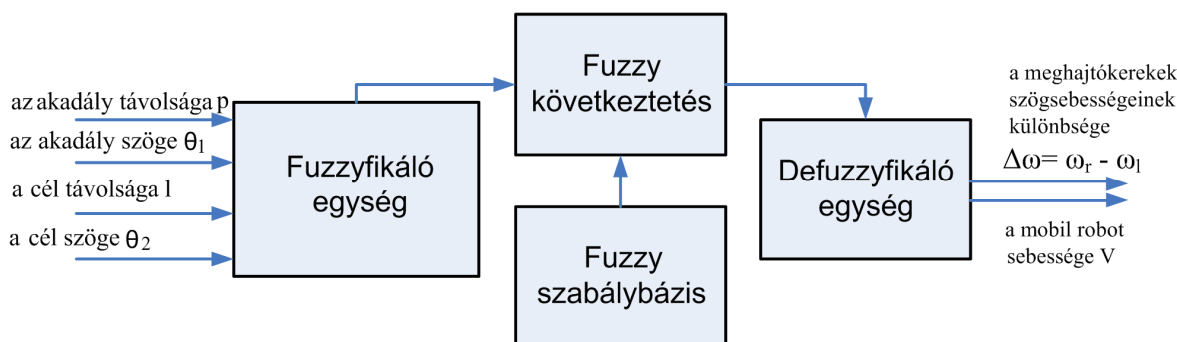
Amikor a mobil robot halad a cél felé és a mozgáspálya közelében akadályt észlel, a robot megváltoztatja a haladási sebességét és a haladási irányát. Amikor a robot közel kerül az akadályhoz, a robot lassít és gyorsan változtatja a haladási irányát. A navigációs stratégia ütközésmentesen célba jutja a robotot. Az intelligens mobil robot viselkedése a fuzzy szabályokon alapszik [25], [26], [27].

6.3.2. Mobil robot ütközésmentes mozgásának fuzzy irányítója

A mobil robot akadálymentes síkbeli mozgásának a biztosítására fuzzy irányítót alkalmazunk. Először a bemeneti és kimeneti alaphalmazokat és az alaphalmazok tartományait kell meghatározunk. A fuzzy irányító bemeneti négy alaphalmaz a következő:

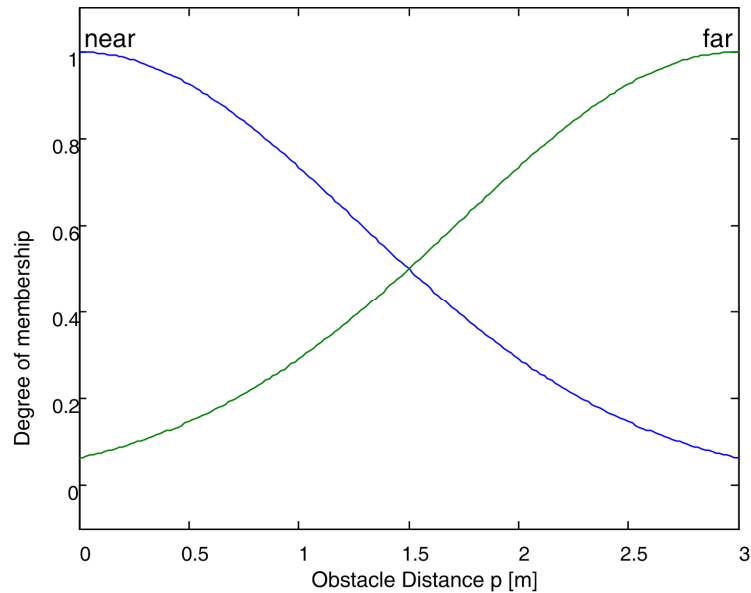
- Az akadály távolsága p (a mobil robot súlypontja és az akadály közötti távolság), tartománya: $[0, 3 \text{ m}]$,
- Az akadály szöge θ_1 (a mobil robot haladási iránya és az akadály iránya közötti bezárt szög), tartománya: $[-3.14, 3.14 \text{ rad}]$.
- A cél távolsága l (A mobil robot súlypontja és a cél közötti távolság), tartománya: $[0, 3 \text{ m}]$,
- A cél szöge θ_2 (a mobil robot haladási iránya és az cél iránya közötti bezárt szög), tartománya: $[-3.14, 3.14 \text{ rad}]$.

A fuzzy irányító kimenete a meghajtókerekek szögsebességeinek különbsége: $\Delta\omega = \omega_r - \omega_l$ és a mobil robot sebessége V . A fuzzy irányító blokk sémáját a következő ábrán mutatjuk be:



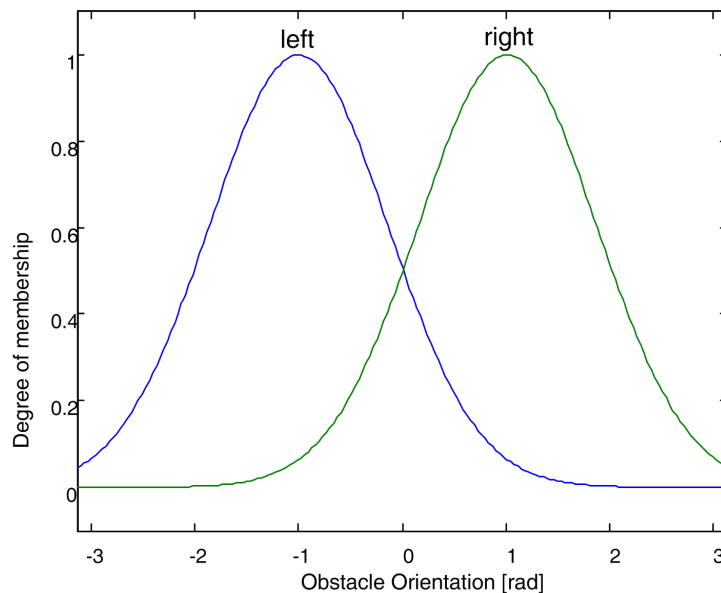
6.6. ábra: A fuzzy irányító blokk sémája

Az akadály szögét θ_1 és a cél szögét θ_2 a mobil robot és az akadály helyzetétől függően a világkoordinátákban határozzuk meg. A két szög akkor pozitív ha az akadály vagy a cél a mobil robot haladási irányától jobbra esik, ellenkező esetben negatív előjelű. A fuzzy irányító bemeneti alaphalmaz az akadály távolsága szempontjából $p \in [0, 3 \text{ m}]$ tartományban változhat. A p bemeneti alaphalmazt két nyelvi kifejezésre osztjuk fel: *near* (közeli) és *far* (távoli). A Gauss típusú tagsági függvények az 6.7. ábrán láthatók.



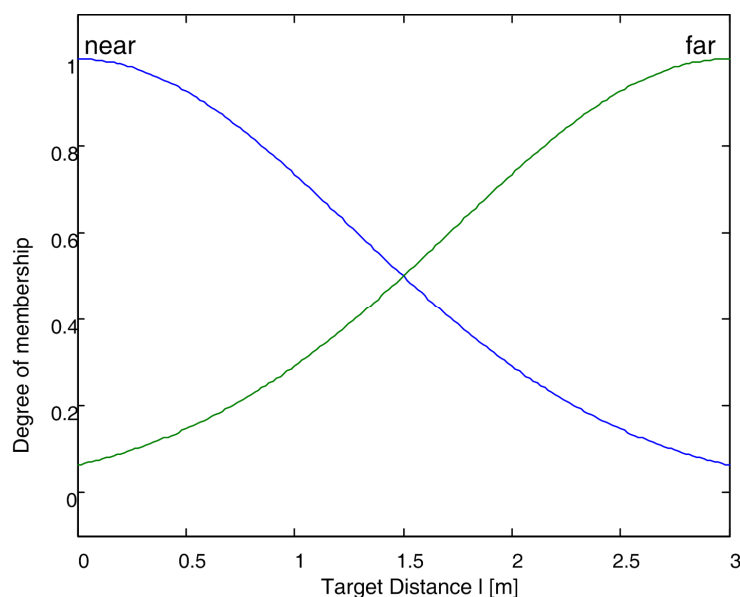
6.7. ábra: Az akadály távolságának p tagsági függvényei

A fuzzy irányító bemeneti alaphalmaz az akadály szöge szempontjából $\theta_1 \in [-3.14, 3.14 \text{ rad}]$ tartományban változhat. A θ_1 bemeneti alaphalmazt két nyelvi kifejezésre osztjuk fel: *left* (baloldali) és *right* (jobboldali). A Gauss típusú tagsági függvények az 6.8. ábrán láthatók.

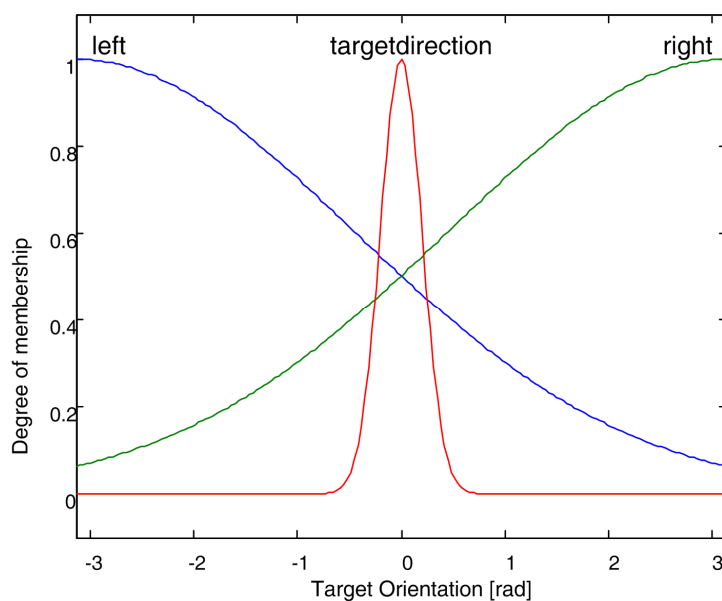


6.8. ábra: Az akadály szögének θ_1 tagsági függvényei

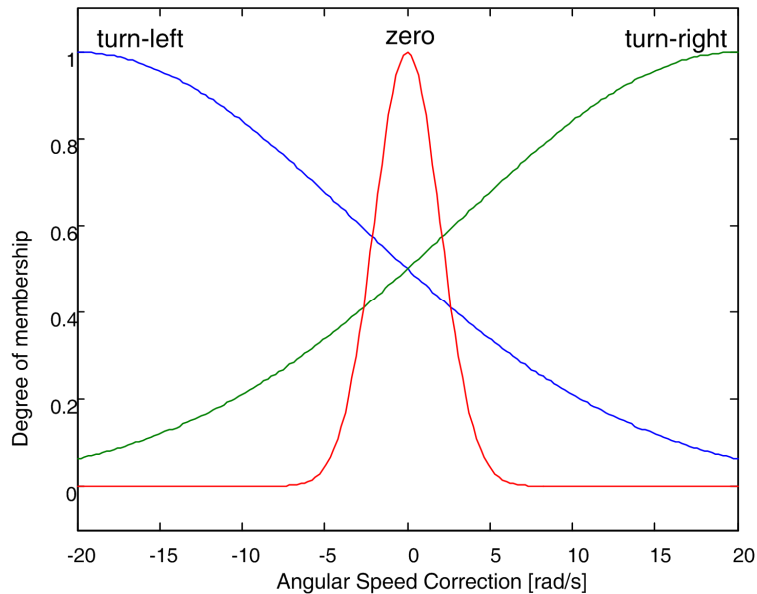
A fuzzy irányító bemeneti alaphalmaz az cél távolsága szempontjából $l \in [0, 3 \text{ m}]$ tartományban változhat. Az l bemeneti alaphalmazt két nyelvi kifejezésre osztjuk fel: *near-közeli* és *far-távoli*. A Gauss típusú tagsági függvények az 6.9. ábrán láthatók

6.9. ábra: A cél távolságának l tagsági függvénye

A fuzzy irányító bemeneti alaphalmaz a cél szöge szempontjából $\theta_2 \in [-3.14, 3.14 \text{ rad}]$ tartományban változhat. A θ_2 bemeneti alaphalmazt két nyelvi kifejezésre osztjuk fel: *left-baloldali* és *right-jobboldali*. A Gauss típusú tagsági függvények az 6.10. ábrán láthatók.

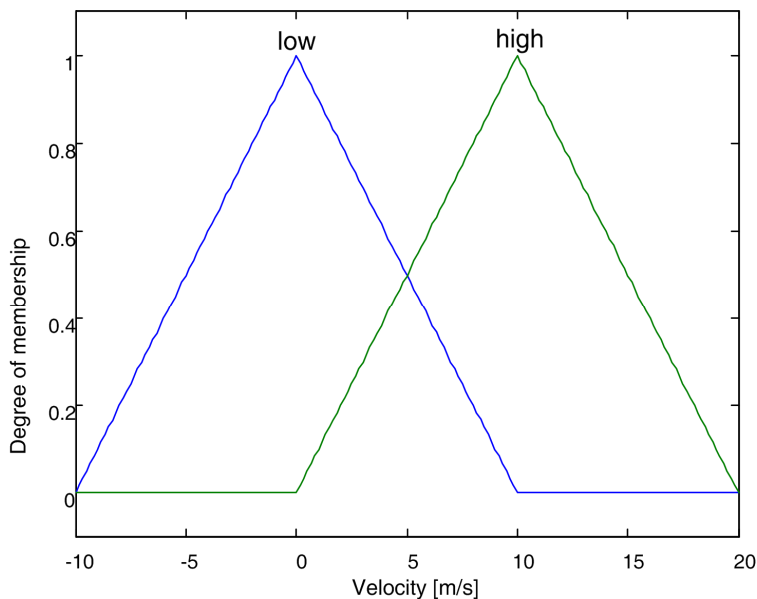
6.10. ábra: A cél szögének θ_2 tagsági függvényei

A fuzzy irányító kimeneti alaphalmaz a meghajtókerekek szögsebességeinek különbsége: $\Delta\omega = \omega_r - \omega_l$ tartománya: $[-20, 20 \text{ rad/s}]$. A $\Delta\omega = \omega_r - \omega_l$ kimeneti alaphalmazt három nyelvi kifejezésre osztjuk fel: (*turn-right, zero and turn-left*). A Gauss típusú tagsági függvények a 6.11. ábrán láthatók.



6.11. ábra: A meghajtókerekek szögsebesség különbségének $\Delta\omega = \omega_r - \omega_l$ tagsági függvényei

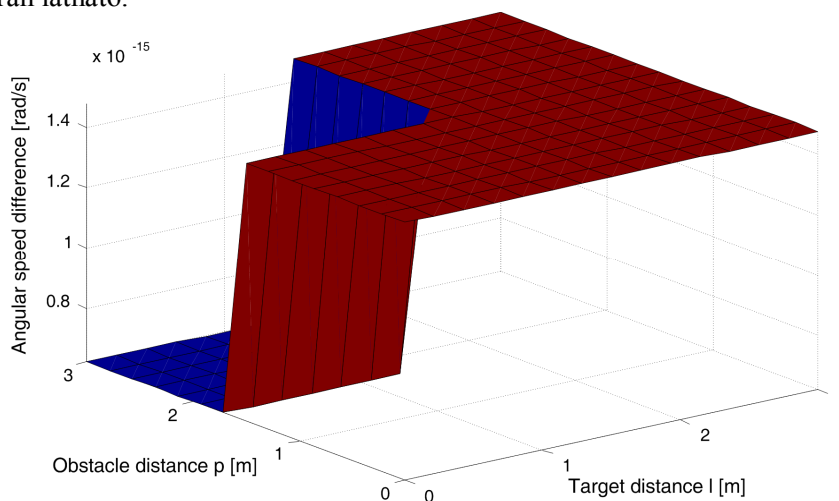
A fuzzy irányító kimeneti alaphalmaza a mobil robot sebessége V , tartománya: $[-10, 20 \text{ m/s}]$. A V kimeneti alaphalmazt két nyelvi kifejezésre osztjuk fel: (*low* and *high*). A háromszög típusú tagsági függvények a 6.12. ábrán láthatók.



6.12. ábra: A mobil robot sebességének V tagsági függvényei

A fuzzy szabályok a következők: R_1 : If θ_2 is right then $\Delta\omega$ is turn-right, R_2 : If θ_2 is left then $\Delta\omega$ is turn-left, R_3 : If p is near and l is far and θ_1 is left then $\Delta\omega$ is turn-right, R_4 : If p is near and l is far and θ_1 is right then $\Delta\omega$ is turn-left, R_5 : If θ_2 is targetdirection then $\Delta\omega$ is zero, R_6 : If p is far and θ_2 is targetdirection then $\Delta\omega$ is zero, R_7 : If p is near and l is far then velocity is low, R_8 : If p is far and l is far then velocity is high, R_9 : If p is far and l is near then velocity is low.

A defuzzifikációs eljárásnál a geometriai középpont módszert alkalmaztuk. A szabályozási felület (Control Surface) bemenetek függvényében (a cél távolsága l és az akadály távolsága p) a következő ábrán látható:



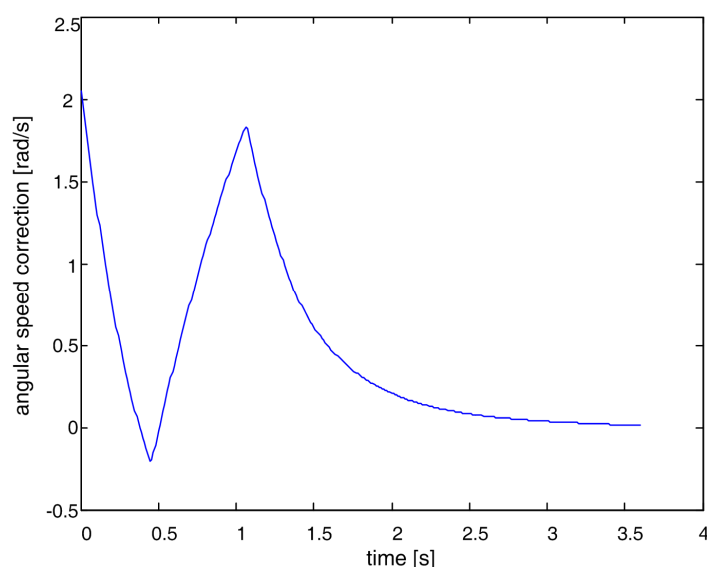
6.13. ábra: A fuzzy irányító szabályozási felülete

A megszerkesztett és elmentett Simulink modell (pl.: modellnev.mdl) és a fuzzy irányító megtervezése (pl.: szabalyzo.fis) után, a fuzzy irányító és a Simulink modell kapcsolatát kell megvalósítani. E célból a két állományt közös könyvtárban helyezük el (Matlab/Work/...). Dupla kattintással a modelnev.mdl fájlra indítjuk a Matlabot. A Matlab Command Window-ba beírjuk: fuzzy. A megjelenő FIS Editor ablak lehulló menüjében kikeressük: File>Inport from File (Disk).

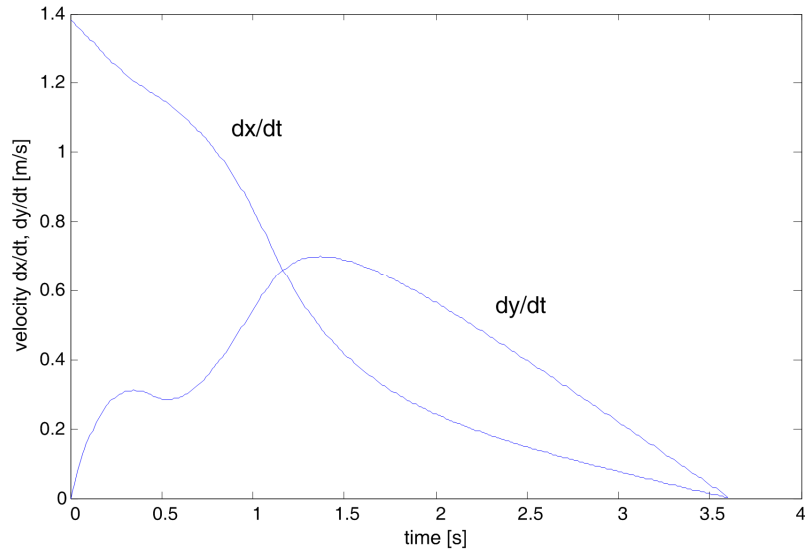
Kikeressük és megnyitjuk a „szabalyzo.fis” állományt. A FIS Editor ablak lehulló menüjében kiválasztani: File>Export to Workspace (bezárjuk az üres FIS Editort). Ezután már a Simulink modell blokk vázlatában indítható a mobil robot mozgás szimulációja

6.3.3. Szimulációs eredmények

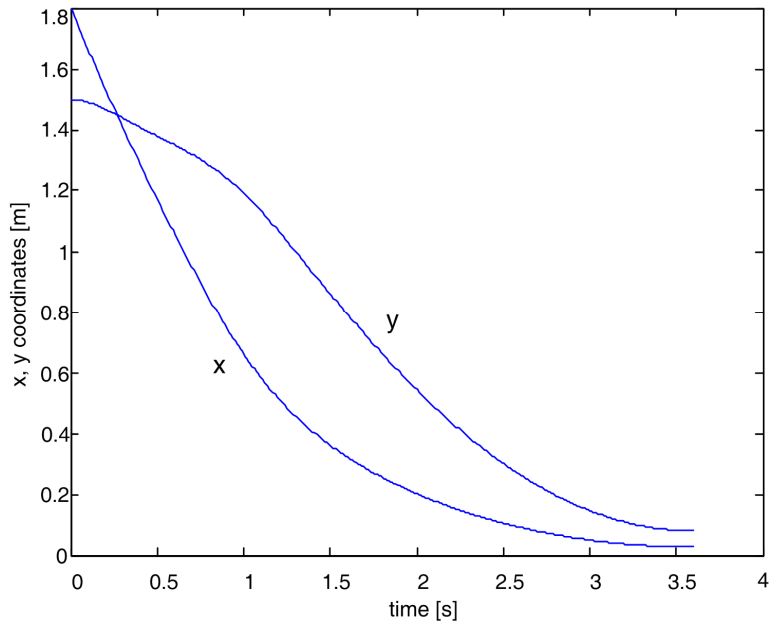
Alkalmazzuk a fuzzy irányítót a mobil robot ütközésmentes mozgásirányítására. A szimulációs eredményeket a 6.14–16. ábrákon mutatjuk be. Mellékeljük a mobil robot mozgásanimációját.



6.14. ábra: A hajtókerekek szögsebességeinek különbsége

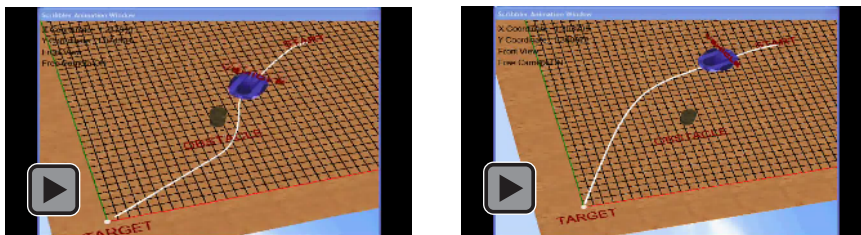


6.15. ábra: A mobil robot súlypontjának sebességvetületei



6.16. ábra: Az x és y koordináták

A következő animáció szemléltetesen bemutatja a mobil robot ütközésmentes mozgásirányítását. A mobil robot kiindul a start pozíciójából, jobboldalról kikerüli az akadályt és a célba ér:



6.1. animáció: Mobil-robot animáció

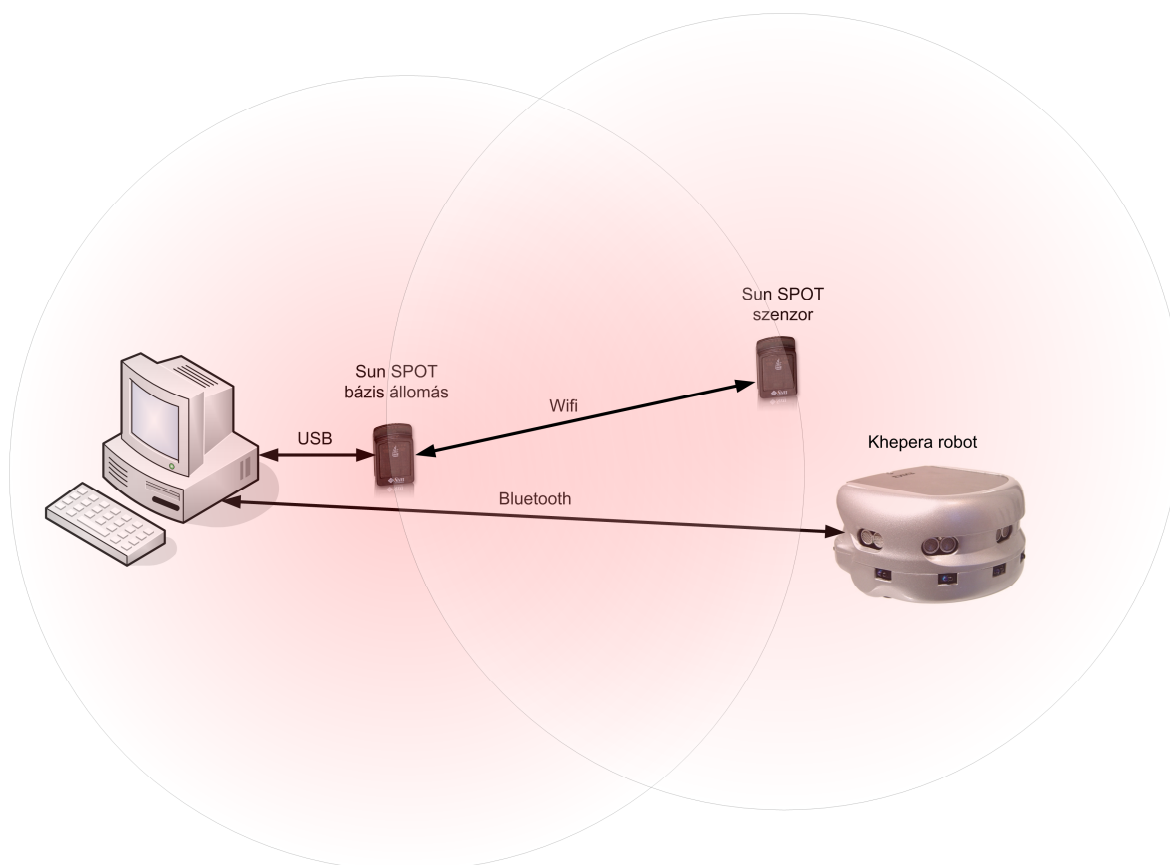
A mellékelt szimulációs eredmények a fuzzy irányító hatékonyságát bizonyítják.

6.4. Mobil robot vezetékek nélküli irányítása

A K-Team Khepera III kerekeken gördülő mobil robot vezetékek nélküli irányítására a SUN Microsystem által kifejlesztett SunSPOT fejlesztőrendszert alkalmaztuk [29], [30], [31]. A fejlesztőrendszer tartalmaz egy mobil- és egy bázis SunSPOT szenzor egységet, valamint JAVA nyelven írt programcsomagot.

A Khepera mobil robot és az irányító SunSPOT szenzor közti kommunikációt egy asztali számítógép tölti be, melyhez egy Bluetooth adapter és egy SunSPOT bázisállomás csatlakozik, így biztosítva mind a Khepera mobil robot, mind pedig az irányító felé a kommunikációt.

A mobil robot irányítását a PC-n futó MATLAB program végzi. Az adatút az irányító szenzorról indul, amely Wifi kapcsolatban áll a bázisállomással, amely USB-n keresztül kommunikál a PC-vel. A szenzoron futó program feladata a kiszámított adatok továbbítása a PC-re. A feldolgozott adatokat a PC Bluetooth-on keresztül küldi el a Khepera mobil robotnak, amely végrehajtja kapott utasítást [32]. Mobil robot vezetékek nélküli irányítási rendszerét [29] a következő ábrán mutatjuk be :



6.17. ábra: Mobil robot vezetékek nélküli irányítási rendszere

A központi lapon található az ARM 920T CPU (180MHz-es 32 bites). A programok futtatására 4MB Flash memória és 512KB rendszermemória tárolási kapacitás áll rendelkezésünkre. A kommunikációt a 2,4GHz-s IEEE 802.15.4 (Wifi) szabványú hálózati csatlakozó biztosítja a külvilággal [33].

A Khepera III mobil robot ütközésmentes vezetékek nélküli kísérleti irányítását a 6.18 ábrán mutatjuk be [34].



6.18. ábra: Mobil robot vezeték nélküli irányítási

A Khepera III mobil robotba integrált mikroszámítógép számítási képességét egy DsPIC 30F5011 típusú 60MHz-es processzor szolgáltatja, a rajta futó programoknak 4KB rendszer-memória és további 66 KB tárhely áll rendelkezésre.

A kommunikációt szabványos, 115200 bps átviteli sebességű soros port, továbbá egy Bluetooth adapter biztosítja. Távoli akadályok érzékelését 5 ultrahang szenzor segítségével képes végezni, melyek hatótávolsága 20 cm-től 4 méterig terjed.

A roboton található 9 infravörös távolság illetve fényerősségmérő, amelyek hatótávolsága 25 cm, valamint további 2 szenzor a talaj felé fordítva amelyekkel vonalkövetési feladatot lehet végezni.

A Khepera III mobil robot magassága 70 mm, átmérője 1300 mm, tömege 690 g, mozgását két szénkefés léptetőmotor biztosítja. Áramforrásnak egy tölthető, 1400 mAh-s Lítium Polimer akkumulátor szolgál, mely 8 órás folyamatos üzemidőt biztosít [32].



6.19. ábra: Khepera III kerekeken gördülő mobil robot

Irodalomjegyzék

- [1] W.L. Xu, S.K. Tso, Y.H. Fung, „Fuzzy reactive control of a mobile robot incorporating a real/virtual target switching strategy”, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 23, pp. 171-186, 1998.
- [2] Ranajit Chatterjee, Fumitoshi Matsuno, „Use of single side reflex for autonomous navigation of mobile robots in unknown environments”, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 35, pp. 77-96, 2001.
- [3] Homayoun Seraji, Ayanna Howard, Edward Tunstel, „Terrain-Based Navigation of Planetary Rovers: A Fuzzy Logic Approach”, *Proceedings of the 6th International Symposium on Artificial Intelligence and Robotics & Automation in Space: i-SAIRAS 2001*, pp. 1-6, Quebec, Canada, 2001.
- [4] H. Maaref, C. Barret, „Sensor Based Navigation of a Mobile Robot in an Indoor Environment”, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 38, pp. 1-18, 2002.
- [5] John M. Holland, *Designing Autonomous Mobile Robots*, Elsevier, Inc., 2004
- [6] Jian Wanga, Xiangyang Zhub, Masahiro Oyac, Chun-Yi Sud, „Robust motion tracking control of partially nonholonomic mechanical systems”, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 35, pp. 332-341, 2006.
- [7] Peter Kucsera, „Introduction to Mobile Robotics” *Proceedings of the XXIIIth Kandó Conference 2006* ISBN 963-7154-42-6, Budapest, Hungary, 2006.
- [8] Federico Cuesta, Anibal Ollero, „Intelligent Mobile Robot Navigation”, ISBN 3-540-23956-1, Springer, 2006.
- [9] Dragan Saletic, Uros Popovic, „Fuzzy expert system for automatic movement control of a platform on a ground with obstacles”, *Proceedings of the YuINFO 2006*, pp. 1-6, Kopaonik, Serbia and Montenegro, 2006.
- [10] Gyula Mester, „Modeling of the Control Strategies of Wheeled Mobile Robots”, *Proceedings of The Kandó Konfernce*, pp. 1-4, Budapest, 2006.
- [11] Gyula Mester, „Introduction to Control of Mobile Robots”, *Proceedings of the YUINFO'2006*, pp. 1-4, Kopaonik, Serbia & Montenegro, 2006.
- [12] Gyula Mester, „Applications of Mobile Robots”, *Proceedings of the 7th International Conference of Food Science*, Szeged, pp. 1-5, Hungary, 2006.
- [13] Gyula Mester, „Distance Learning in Robotics”, *Proceedings of The Third International Conference on Informatics, Serbia & Montenegro, 2006. Educational Technology and New Media in Education*, pp. 249-245, Sombor, Serbia & Montenegro, 2006.
- [14] Gyula Mester: „Intelligent Mobile Robot Controller Design”, *Proceedings of the Intelligent Engineering Systems”, INES 2006*, pp. 282-286, London, United Kingdom, 2006.
- [15] Gyula Mester: „Motion Control of Wheeled Mobile Robots”. *Proceedings of the IEEE SISY 2006*, pp. 119-130, Subotica, Serbia, 2006.
- [16] Gyula Mester, „Improving the Mobile Robot Control in Unknown Environments”, *Proceedings of the YUINFO'2007*, pp. 1-5, Kopaonik, Serbia, 2007.
- [17] Gyula Mester: „Obstacle Avoidance of Mobile Robots in Unknown Environments”. *Proceedings of the IEEE SISY 2007*, pp. 123-128, DOI: 10.1109/SISY.2007.4342637, Subotica, Serbia, 2007.
- [18] Gyula Mester: „Obstacle and Slope Avoidance of Mobile Robots in Unknown Environments”. *Proceedings of the XXV. Science in Practice*, pp. 27-33, Schweinfurt, 2007, Germany.
- [19] Pozna, C., *Modular Robots Design Concepts and Research Directions*, *Proceedings of the 5th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, SISY 2007*, pp. 113-118, ISBN: 978-1-4244-1442-0, Subotica, Serbia, 2007.
- [20] Sun™ Small Programmable Object Technology (Sun SPOT) Owner's Manual Release 3.0, Sun Microsystems, Inc. 2007.
- [21] Peter Kucsera, „Industrial Component-based Sample Mobile Robot System”, *Acta Polytechnica Hungarica*, Volume 4, No. 4, ISSN 1785-8860, 2007.
- [22] B. Siciliano and O. Khatib, Eds., *Handbook of Robotics*, Springer, ISBN: 978-3-540-23957-4, pp. 943-955, 2008.
- [23] Gyula Mester, „Obstacle Avoidance and Velocity Control of Mobile Robots”, *6th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, Proceedings of the IEEE SISY 2008*, pp. 1-5, IEEE

- Catalog Number: CFP0884C-CDR, ISBN: 978-1-4244-2407-8 Library of Congress: 2008903275, Subotica, Serbia, 2008.
- [24] Gyula Mester, „Designing of the Intelligent Mobile Robot Control in the Matlab Environment”, Proceedings of the YUINFO'2008, pp. 1-5, ISBN: 978-86-85525-03-2, Kopaonik, Serbia, 2008.
- [25] Gyula Mester, Robotizált intelligens otthonok, VMTT Konferencia, Konferenciakiadvány, pp. 390-399, ISBN 978-86-83581-40-7, Újvidék, Szerbia, 2008.
- [26] Krzysztof Kozłowski, Wojciech Kowalczyk, „Motion Control for Formation of Mobile Robots in Environment with Obstacles”, Studies in Computational Intelligence, Towards Intelligent Engineering and Information Technology, Volume 243/2009, pp. 203-219, ISBN 978-1-642-03736-8, Library of Congress: 2009933683, DOI: 10.1007/978-3-642-03737-5_15, Springer, 2009.
- [27] Bojan Kuljić, János Simon, Tibor Szakáll, "PathfindiBased on Edge Detection and Infrared Distance Measuring Sensor", Acta Polytechnica Hungarica, Journal of Applied Sciences, Vol. 6, No. 1, pp 103-116, ISSN 1785-8860, 2009.
- [28] Gyula Mester, „Web Based Remote Control of Mobile Robots Motion”, Proceedings of the YUINFO'2009, pp. 1-3, ISBN: 978-86-85525-04-9, Kopaonik, Serbia, 2009.
- [29] Gyula Mester, „Intelligent Mobil Robot Control in Unknown Environments”, Intelligent Engineering Systems and Computational Cybernetics, Part I Intelligent Robotics, pp. 15-26, ISBN 978-1-4020-8677-9, Library of Congress: 2008934137, DOI 10.1007/978-1-4020-8678-6_2, Springer, 2009.
- [30] Gyula Mester, Aleksandar Rodic, "Autonomous Locomotion of Humanoid Robots in Presence of Mobile and Immobile Obstacles", Studies in Computational Intelligence, Towards Intelligent Engineering and Information Technology, Volume 243/2009, pp. 279-293, ISBN 978-1-642-03736-8, Library of Congress: 2009933683, DOI 10.1007/978-3-642-03737-5_20, Springer, 2009.
- [31] Gyula Mester, "Wireless Sensor-based Control of Mobile Robots Motion", Proceedings of the IEEE SISY 2009, pp. 81-84, IEEE Catalog Number: CFP0984C-CDR, ISBN: 978-1-4244-5349-8 Library of Congress: 2009909575, DOI 10.1109/SISY.2009.52911190, Subotica, Serbia, 2009.
- [32] Gyula Mester, Obstacle - Slope Avoidance and Velocity Control of Wheeled Mobile Robots using Fuzzy Reasoning, Proceedings of the IEEE 13th International Conference on Intelligent Engineering Systems, INES 2009, Barbados, pp. 245-249, ISBN: 978-1-4244-4113-6, Library of Congress: 2009901330, DOI: 10.1109/INES.2009.4924770, April 16-18, 2009.
- [33] Matijevics István, Simon János, „Comparison of various wireless sensor networks and their implementation”, Proceedings of the Conference SIP 2009, pp 17-19, Pécs, Hungary, 2009.
- [34] Peter Kucsera, „Autonomous Advertising Mobile Robot for Exhibitions, Developed at BMF”, Studies in Computational Intelligence, Towards Intelligent Engineering and Information Technology, Volume 243/2009, pp. 295-303, ISBN 978-1-642-03736-8, Library of Congress: 2009933683, DOI: 10.1007/978-3-642-03737-5_21, Springer, 2009.
- [35] Sárosi J., Gyeveki J., Véha A., Toman P., „Accurate Position Control of PAM Actuator in LabVIEW Environment”, Proceedings of the IEEE SISY 2009, 7th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, ISBN 978-1-4244-5349-8, pp. 301-305, Subotica, Serbia, 25-26 September, 2009.
- [36] Gyula Mester, „Sensor Based Wheeled Mobile Robot Navigation”, Proceedings from PROSENSE Seminar Presentations, pp. 32-33, Ljubljana, Slovenia, 2010.
- [37] Gyula Mester, „Intelligent Wheeled Mobile Robot Navigation”, Jelenkori társadalmi és gazdasági folyamatok, V. Évfolyam 1-2 szám, ISSN: 1788-7593, pp. 258-264, SZTE, Szeged, Hungary, 2010.
- [38] Gyula Mester, Istvan Matijevics, Tamas Szepe, Janos Simon, Wireless Sensor Based Robot Control, Chapter 16, pp. 294-295, Springer, 2010.
- [39] Gyula Mester, „Sensor Based Control of Autonomous Wheeled Mobile Robots”, Ipsi Journal, TIR, Volume 6, Number 2, pp. 29-34, ISSN 1820-4503, 2010.
- [40] Aleksandar Rodic, Gyula Mester, „Virtual WRSN – Modeling and Simulation of Wireless Robot-Sensor Networked Systems”. Proceedings of the 8th IEEE International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, SISY 2010, pp. 115-120, ISBN: 978-1-4244-7395-3, Subotica, Serbia, 2010.
- [41] Gyula Mester, Istvan Matijevics, Tamas Szepe, Janos Simon, Computer Communications and Networks, Application and Multidisciplinary Aspects of Wireless Sensor Networks Concepts, Integration, and

- Case Studies, Book Chapter 16: Wireless Sensor-Based Robot Control, Part 4, Pages 275-277, DOI: 10.1007/978-1-84996-510-1_16, 2011. ISBN: 978-1-84996-509-5, © Springer_Verlag, London, 2011.
- [42] Tamás Szépe, Robotirányítás támogatása távoli érzékelőrendszerrel, VMTT Konferencia, Konferenciakiadvány, pp. 527-532. Újvidék, Szerbia, 2010.
- [43] Tamás Szépe, Sensor Based Control of an Autonomous Wheeled Mobile Robot, Proceedings from PROSENSE 3rd Seminar Presentations, pp. 34-37, Institut Jožef Stefan, Ljubljana, Slovenia, January, 2010.
- [44] <http://www.inf.u-szeged.hu/robotics/>
- [45] Ballagi, A., Koczy, L., Pozna, C., „Context Recognition in Mobile Robots Cooperation Using Fuzzy Signature”. Proceedings of the 2010 International Conference on Theoretical and Mathematical Foundations of Computer Science (TMFCS 10) 12-14 July 2010, pp 110-116, Orlando, FL, USA, 2010.
- [46] Pozna, C., Precup, R-E., Minculete, N., Antonia, C., Properties of Classes, Subclasses and Objects in an Abstraction Model. Proceedings of 19th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region RAAD 23-25 June, 2010 pp. 291-296, Budapest Hungary, 2010.
- [47] Dragos C-A. , Preitl, S., Precup, R-E., Bulzan, R-G., Pozna, C., Tar, J., „Takagi-Sugeno Fuzzy Controller for a Magnetic Levitation System Laboratory Equipment”, Proceedings of IEEE International Joint Conferences on Computational Cybernetics and Technical Informatics ICC-CONTI 2010 27-29 May, pp. 55-60, Timisoara Romania, 2010.
- [48] Gyula Mester, Introduction of Intelligent Vehicles and Smart Traffic Monitoring, Proceedings of the SIP 2010, 28th International Conference Science in Practice, pp. 89-92, ISBN 978-86-85409-53-0, Subotica, Serbia, 2010.
- [49] Simon János, Goran Martinović, Matijevics István, "WSN Implementation in the Greenhouse Environment Using Mobile Measuring Station" International Journal of Electrical and Computer Engineering Systems pp. 37-44, Osijek, Croatia, 2010.
- [50] Simon János, Matijevics István, "Implementation of Potential Field Method for Mobile Robot Navigation in Greenhouse Environment with WSN Support", Proceedings of the Conference IEEE 8th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, SISY 2010, pp. 319-323, Subotica, Serbia, 2010.

7. Humanoid robotok

7.1. Alapfogalmak

A humanoid robotok kétlábú lépegető mozgásvizsgálata igen összetett feladat. Az utóbbi évek egyik legfontosabb témája a robotikai kutatásoknak. A fejezet kétlábbon járó robot modelljével foglalkozik. A humanoid robot mechanizmusa merev szegmensekből áll, amelyek térbeli vagy hengeres csuklókkal vannak összekötve. A robotmozgás alatt a nyitott kinematikai láncok, a környezettel történő érintkezés miatt zárt kinematikai láncokká válnak [1].

7.2. Kétlábbon járó robot modellje

A kétlábbon járó robotok mozgása periodikusan változó fázisokból áll, a robot hol az egyik lábára támaszkodik hol pedig két lábra. Feltételezzük, hogy a mozgás dinamikáját külön vizsgálhatjuk a frontális és oldalsó síkokban. A mozgást végző robotmechanizmus dinamikai modellje mátrix alakban a következőképpen írható fel:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{F} \quad (7.1)$$

ahol :

- $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ – a robotmechanizmus tehetetlenségi mátrixa,
- $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ – a centrifugális és Coriolis hatások vektora,
- $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ – a rendszer Jacobi féle mátrixa
- \mathbf{q} – a csuklókoordináták vektora,
- \mathbf{F} – a külső erő és nyomatékhatások vektora,
- $\boldsymbol{\tau}$ – a robotcsuklók meghajtó nyomatéka.

A mozgást végző robotmechanizmus dinamikája felírható a Lagrange féle másodfajú egyenletek alkalmazásával. A lépegető robot pályatervezése szempontjából a legegyszerűbb eljárás a fordított inga elvének az alkalmazása [2].

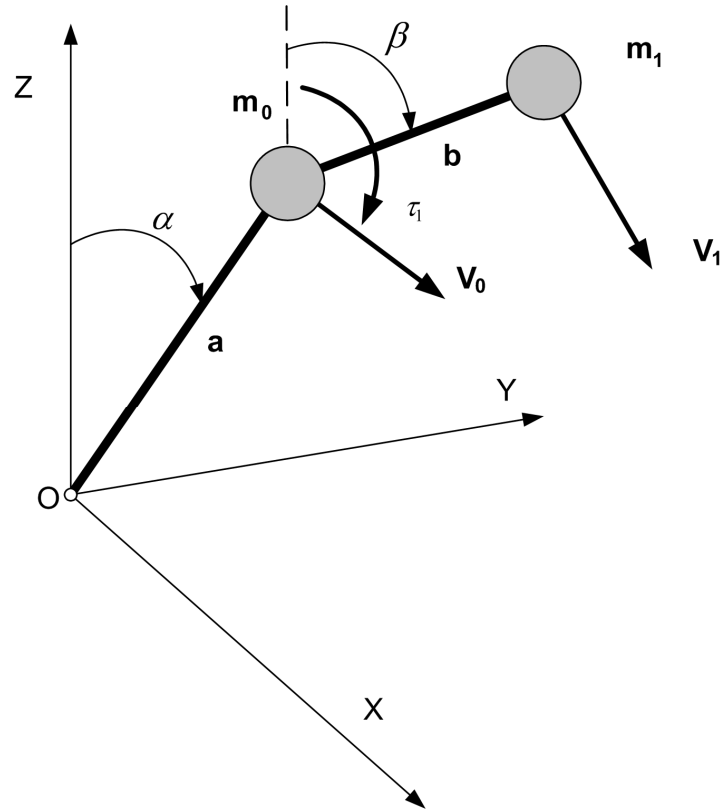
7.2.1. Kétszabadságfokú robotmodell

Kétlábbon járó robot egyszerűbb modellezése szempontjából célszerű a következő ábrán látható 2 szabadságfokú robotmodell vizsgálata [3]. Feltételezzük, hogy a robot a függőleges Oxz síkban mozog. Látható, hogy a robotra csak egy meghajtó nyomaték hat τ_1 , a robot m_0 és m_1 tömegei az \mathbf{a} és \mathbf{b} hosszúságú merev szegmensek végén helyezkednek el.

Robot adatok:

- a - az első szegmens hossza,
- m_0 – az első szegmens tömege,
- b - a második szegmens hossza,
- m_1 – a második szegmens tömege.

Az ábrán látható két szabadságfokú robot dinamikája felírható a Lagrange féle másodfajú egyenletek alkalmazásával.



7.1. ábra: 2 szabadságfokú lépegető robotmodell

Írjuk fel a rendszer kinetikus energiáját:

$$T = \frac{1}{2} m_0 V_0^2 + \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \quad (7.2)$$

Az m_0 tömegközéppont sebessége és az m_1 tömegközéppontjának a sebességnégyzete kifejezhető a következőképpen:

$$V_0 = a\dot{\alpha} \quad (7.3)$$

$$V_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = (a\dot{\alpha} \cos \alpha + b\dot{\beta} \cos \beta)^2 + (-a\dot{\alpha} \sin \alpha - b\dot{\beta} \sin \beta)^2 \quad (7.4)$$

Így a rendszer kinetikus energiája:

$$T = \frac{1}{2} m_0 a^2 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_1 (a^2 \dot{\alpha}^2 + b^2 \dot{\beta}^2 + 2ab \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos(\alpha - \beta)) \quad (7.5)$$

Az m_0 tömeg potenciális energiája:

$$\Pi_0 = -(1 - \cos \alpha) a m_0 g \quad (7.6)$$

Az m_1 tömeg potenciális energiája pedig:

$$\Pi_1 = -(1 - \cos \alpha) a m_1 g - (1 - \cos \beta) b m_1 g \quad (7.7)$$

Így a szemlélt rendszer potenciális energiája:

$$\Pi = -[(1 - \cos \alpha)am_0g + (1 - \cos \alpha)am_1g + (1 - \cos \beta)bm_1g] \quad (7.8)$$

Behelyettesítve a T és Π kifejezéseket a Lagrange féle másodfajú egyenletekbe:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, \dots, n \quad (7.9)$$

Felírhatjuk a szemlélt robot mozgásegyenleteit:

$$\ddot{\alpha}a^2(m_0 + m_1) + m_1ab\ddot{\beta}\cos(\alpha - \beta) + m_1ab\dot{\beta}^2\sin(\alpha - \beta) - ag\sin\alpha(m_0 + m_1) = -\tau_1 \quad (7.10)$$

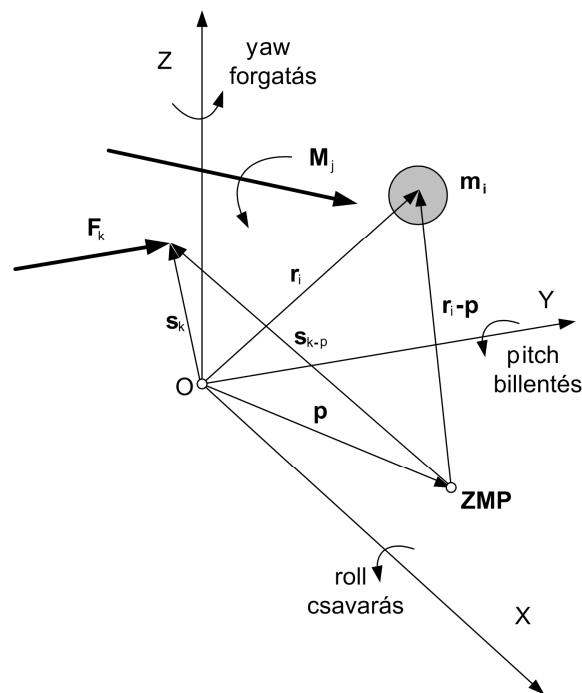
$$\ddot{\alpha}abm_1\cos(\alpha - \beta) + m_1b^2\ddot{\beta} - \dot{\alpha}^2abm_1\sin(\alpha - \beta) - bgm_1\sin\beta = \tau_1 \quad (7.11)$$

A 2 szabadságfokú lépegető robot mátrix alakú mozgásegyenlete a következőképpen írható fel:

$$\begin{bmatrix} a^2(m_0 + m_1) & m_1ab\cos(\alpha - \beta) \\ m_1ab\cos(\alpha - \beta) & m_1b^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1ab\dot{\beta}^2\sin(\alpha - \beta) - ag\sin\alpha(m_0 + m_1) \\ -\dot{\alpha}^2abm_1\sin(\alpha - \beta) - bgm_1\sin\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau_1 \\ \tau_1 \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

7.2.2. Nyomaték nulla pontja – ZMP

A legnépszerűbb és leghatékonyabb eljárás a lépegető robot mozgástervezése szempontjából az úgynevezett „nyomaték nulla pontja” Zero-Moment-Point (ZMP) [1]. A nyomaték nulla pontja nevű eljárást először Miomir Vukobratović publikálta és nagy jelentősége van a kétlábon járó robotok vizsgálatánál.



7.2. ábra: A lépegető robot koordinátarendszere és a nyomaték nulla pont (ZMP) bemutatása

A nyomaték nulla pontja (ZMP) a talp nyomásának középpontja a talajon, így a nyomatékok összessége a ZMP pontra számítva zérus.

Feltételezzük, hogy a lépegető robot számos tömegeből áll a 7.2. ábra szerint. A 7.2. ábrán látható a lépegető robot koordinátarendszere.

A lépegető robot dinamikája külső erő- és nyomatékhatások alatt felírható a következő mátrix alakban:

$$\sum_i m_i (\mathbf{r}_i - \mathbf{p}) \times (-\ddot{\mathbf{r}}_i + \mathbf{g}) + \sum_j \mathbf{M}_j + \sum_k (\mathbf{s}_k - \mathbf{p}) \times \mathbf{F}_k = 0 \quad (7.13)$$

ahol: \mathbf{F}_k - a külső erő vektora,
 \mathbf{s}_k - a külső erő támadáspontjának a helyzetvektora,
 \mathbf{M}_j - a külső nyomatékok vektora,
 \mathbf{p} - a ZMP pont helyzetvektora,
 m_i - az i -edik szegmens tömege,
 \mathbf{r}_i - az i -edik szegmens tömegközéppontjának a helyzetvektora.

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} x_{zmp} \\ y_{zmp} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} F_{x,k} \\ F_{y,k} \\ F_{z,k} \end{bmatrix} \quad \mathbf{s}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_j = \begin{bmatrix} M_{xj} \\ M_{yj} \\ M_{zj} \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

Szemléljük a robot lépegető mozgását az oldalsó síkban külső nyomatékok hatása nélkül: $M_j=0$, ekkor a (7.13) mátrix egyenletet a következő alakban írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} & \sum_i m_i \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_i - x_{zmp} & 0 & z_i - 0 \\ -\ddot{x}_i + g_x & 0 & -\ddot{z}_i + g_z \end{vmatrix} + \sum_k \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_k - x_{zmp} & 0 & z_k - 0 \\ F_{x,k} & 0 & F_{z,k} \end{vmatrix} = \\ & = \sum_i m_i \{ -j[(x_i - x_{zmp})(-\ddot{z}_i + g_z) - (z_i - 0)(-\ddot{x}_i + g_x)] \} + \sum_k -j[(x_k - x_{zmp})F_{z,k} - (z_k - 0)F_{x,k}] = \\ & = -j \sum_i m_i [x_i(-\ddot{z}_i + g_z) - x_{zmp}(-\ddot{z}_i + g_z) - z_i(-\ddot{x}_i + g_x)] - j \sum_k [x_k F_{z,k} - x_{zmp} F_{z,k} - z_k F_{x,k}] = 0 \end{aligned} \quad (7.15)$$

Feltételezzük, hogy a robot kétlábú járása közben vízszintes talajon mozog, ekkor felírható: $g_x=g_y=0$ $g_z=-g=9.81 \text{ m/s}^2$. Így a ZMP pont x koordinátája a (7.15) reláció szerint felírható a következőképpen:

$$x_{zmp} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + g)x_i - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_i z_i + \sum_k (z_k F_{x,k} - x_k F_{z,k})}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + g) - \sum_k F_{z,k}} \quad (7.16)$$

ahol: $i=1, 2, 3, \dots, n$, n - a lépegető robot tömegeinek száma.

Szemléljük a robot lépegető mozgását a frontális síkban külső nyomatékok hatása nélkül: $M_j=0$, ekkor az (7.13) mátrix egyenletet a következő alakban írhatjuk fel:

$$\begin{aligned}
& \sum_i m_i \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & y_i - y_{zmp} & z_i - o \\ 0 & -\ddot{y}_i + g_y & -\ddot{z}_i + g_z \end{vmatrix} + \sum_k \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & y_k - y_{zmp} & z_k - o \\ 0 & F_{y,k} & F_{z,k} \end{vmatrix} = \\
& = i \sum_i m_i [(y_i - y_{zmp})(-\ddot{z}_i + g_z) - (z_i - 0)(-\ddot{y}_i + g_y)] + i \sum_k (y_k - y_{zmp})F_{z,k} - F_{y,k}(z_k - 0) = \\
& = i \sum_i m_i [z_i(\ddot{y}_i - g_y) + y_{zmp}(\ddot{z}_i - g_z) - y_i \ddot{z}_i + g_z y_i] + i \sum_k [y_k F_{z,k} - y_{zmp} F_{z,k} - z_k F_{y,k}] = 0
\end{aligned} \tag{7.17}$$

Így a ZMP pont y koordinátája a (7.17) reláció szerint felírható a következőképpen:

$$y_{zmp} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i^2 + g) y_i - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{y}_i^2 z_i + \sum_k (z_k F_{y,k} - y_k F_{z,k})}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + g) - \sum_k F_{z,k}} \tag{7.18}$$

7.2.3. Húsz szabadságfokú robotmodell

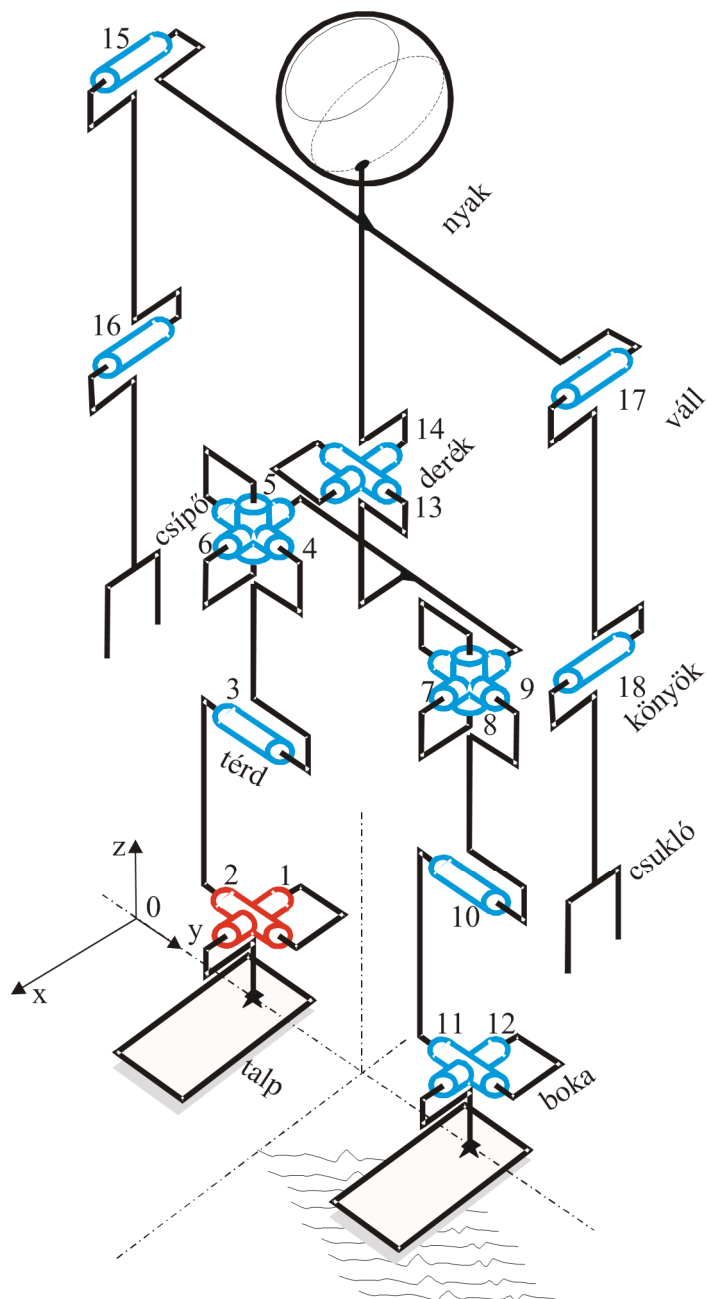
A fejezet további részében feltételezzük, hogy a lépegető robotmechanizmus 20 szabadságfokú (20 DOF), amelyből:

- 18 meghajtott és
- 2 meghajtás nélküli ([7.3. ábra](#)).

A robotirányítási feladatot a kiszámított nyomatékok módszerével oldottuk meg.

A [7.3. ábra](#) szerinti robotmodell struktúrája lépegetés közben 3 nyitott kinematikai láncból áll: 1. jobb láb- csípő – bal láb, 2. jobb láb- csípő – jobb kar, 3. jobb láb- csípő – bal kar. A humanoid robot mindkét bokája 2 hengeres csuklóval rendelkezik. Egy hengeres csuklója van a bal és jobb térdnek. A csípő 2 térbeli csuklóval, a derék pedig 2 hengeres csuklóval rendelkezik. A bal és jobb könyök és váll egy- egy hengeres csuklókkal rendelkeznek.

Az így meghatározott robotmodell esetében szükséges megadni a robot kinematikai és dinamikai paramétereit.



7.3. ábra: 20 szabadságfokú lépegető robotmodell

A robotmodell kinematikai paramétereit a Denavit–Hartenberg eljárás szerint a következő táblázatokban adjuk meg [1]:

7.1. táblázat: A humanoid robotmodell Denavit Hartenberg féle kinematikai paramétereit

1. Kinematikai lánc: jobb láb- csípő – bal láb

Szegmens	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
α_i [rad]	$\pi/2$	$-\pi/2$	$\pi/2$	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	0	$\pi/2$	0
a_i [m]	0.0002	0.10	0.0002	0.42	0.44	0.0001	0.0001	0.27	0.0001	0.0001	0.44	0.42	0.0001	0.07
d_i [m]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
q_i [rad]	0	0	0	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	π	$\pi/2$	$-\pi/2$	0	π	π

2. Kinematikai lánc: jobb láb- csípő – jobb kar

Szegmens	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
α_i [rad]	$\pi/2$	$-\pi/2$	$\pi/2$	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	0	$\pi/2$	$-\pi/2$	0	0	0
a_i [m]	0.0002	0.10	0.0002	0.42	0.44	0.0001	0.0001	0.135	0.15	0.0002	0.40	0.20	0.308	0.132
d_i [m]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
q_i [rad]	0	0	0	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	0	0	$\pi/2$	0	0	0

3. Kinematikai lánc: jobb láb- csípő – bal kar

Szegmens	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
α_i [rad]	$\pi/2$	$-\pi/2$	$\pi/2$	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	0	$\pi/2$	$-\pi/2$	0	0	0
a_i [m]	0.0002	0.10	0.0002	0.42	0.44	0.0001	0.0001	0.135	0.15	0.0002	0.40	0.20	0.308	0.132
d_i [m]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
q_i [rad]	0	0	0	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	0	0	$\pi/2$	0	0	0

A humanoid robotmodell dinamikai paramétereit pedig a következők [1]:

7.2. táblázat: A humanoid robotmodell dinamikai paramétereit

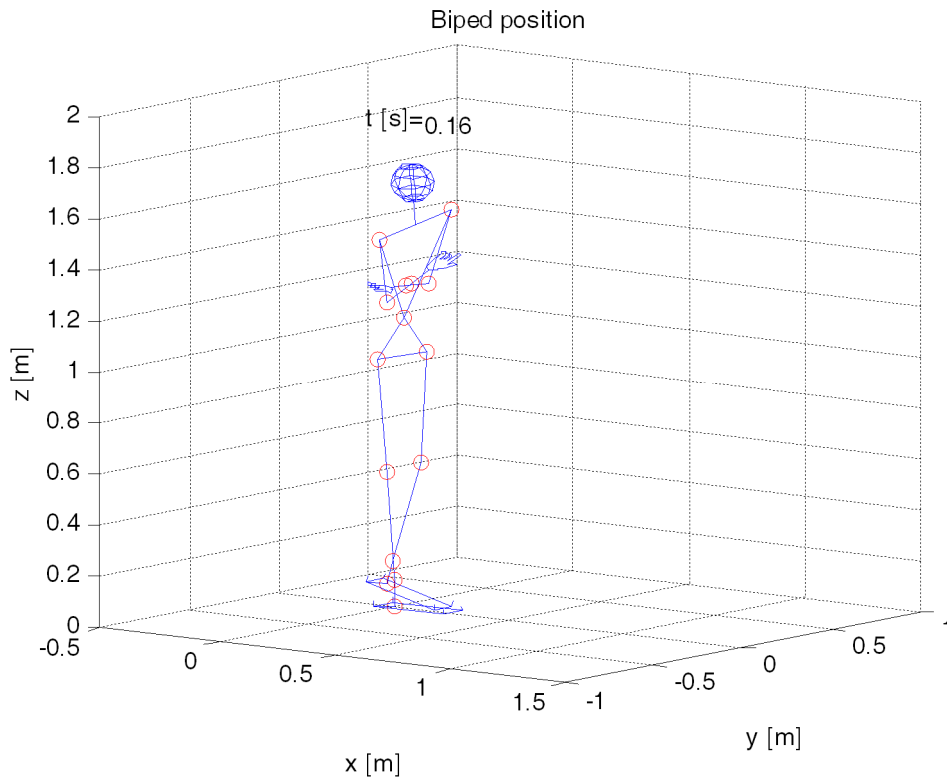
Szegmens	Tömeg [kg]	Tehetetlenségi nyomaték: J_x [kgm ²]	Tehetetlenségi nyomaték: J_y [kgm ²]	Tehetetlenségi nyomaték: J_z [kgm ²]
1	0.0	0.0	0.0	0.0
2	1.53	0.00006	0.00055	0.00045
3	0.0	0.0	0.0	0.0
4	3.21	0.00393	0.00393	0.00038
5	8.41	0.0112	0.012	0.003
6	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0
8	6.96	0.007	0.00565	0.00625
9	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0
11	8.41	0.0112	0.012	0.003
12	3.21	0.00393	0.00393	0.0038
130.0	0.0	0.0	0.0	0.0
14	1.53	0.00006	0.00055	0.00045
15	0	0	0	0
16	30.85	0.1514	0.137	0.0283
17	2.07	0.002	0.002	0.00022
18	1.14	0.0025	0.00425	0.00014
19	2.07	0.002	0.002	0.00022
20	1.14	0.0025	0.00425	0.00014

Húsz szabadságfokú kétlábú robot mozgás szimulációja

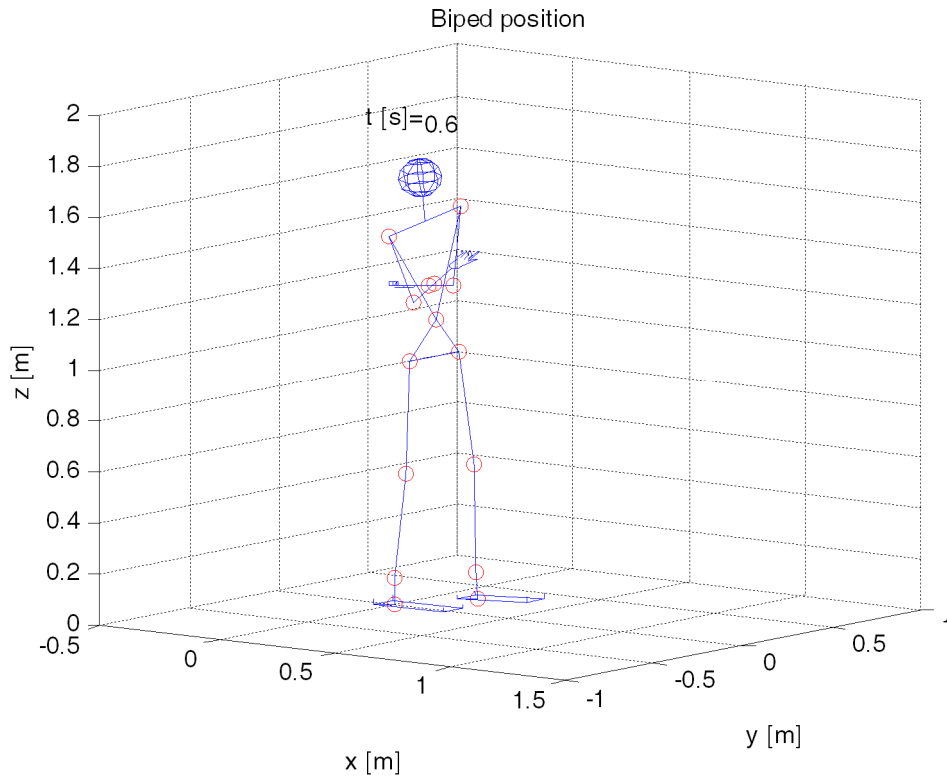
A szimuláció alatt a kétlábos járó robot egyenes vonalú pályán vízszintes talajon mozog. A belgrádi Mihajlo Pupin kutatóintézetben kifejlesztett szimulációs programot alkalmaztam a humanoid robot mozgás szimulációjára. A Matlab-Simulink és Robotics Toolbox programozási környezetben lefuttatott szimuláció eredményét következő ábrákon mutatjuk be. A szimuláció időtartama 0.6 s. Az 7.4. és 7.5. ábrákon bemutatjuk a kétlábos járó robot pozícióját 0.16 és 0.6 s elteltével.

A 7.6. és 7.7 ábrákon bemutatjuk a ZMP x és y koordinátáit. A térdcsuklók referens koordinátáit, koordináta hibáit és a szögsebességeit a 7.8 – 7.13 ábrákon mutatjuk be. Az x,y és z irányú reakcióerőket a robottalpon és a terhelőnyomatékokat a robottal x és y tengelye körül a 7.14 – 7.18 ábrákon mutatjuk be. A csuklók jelöléseit a 7.3 ábrán kísérhetjük.

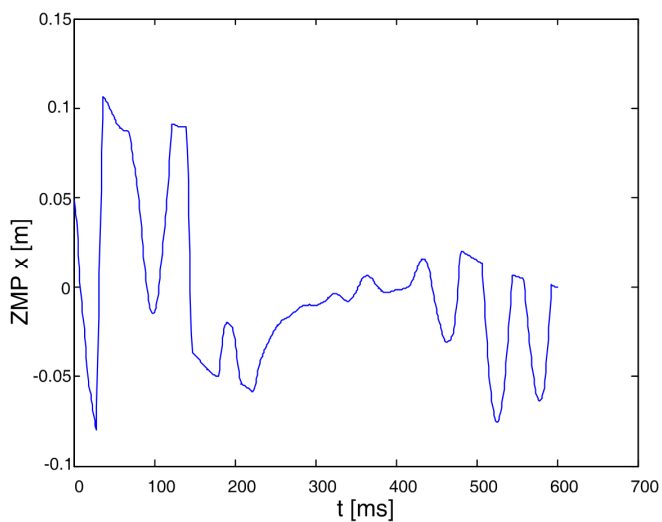
A térdcsuklók referens és valós meghajtó nyomatékait az 7.19-7.22 ábrákon mutatjuk be.



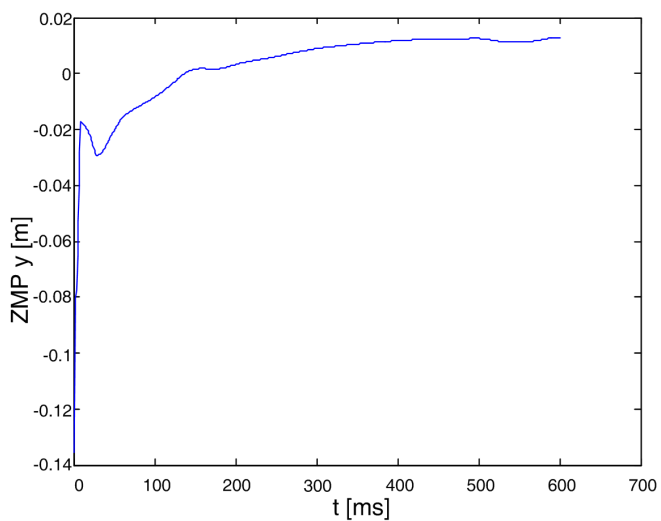
7.4. ábra: Kétlábon járó robot térbeli pozíciója 0.16 s elteltével



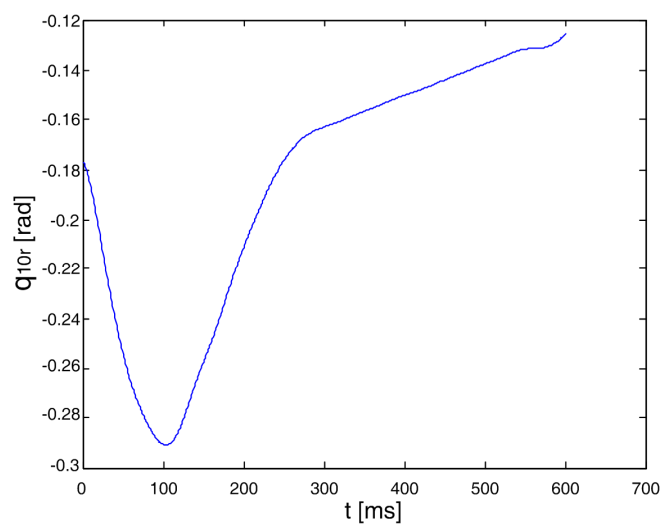
7.5. ábra: Kétlábon járó robot térbeli pozíciója 0.6 s elteltével



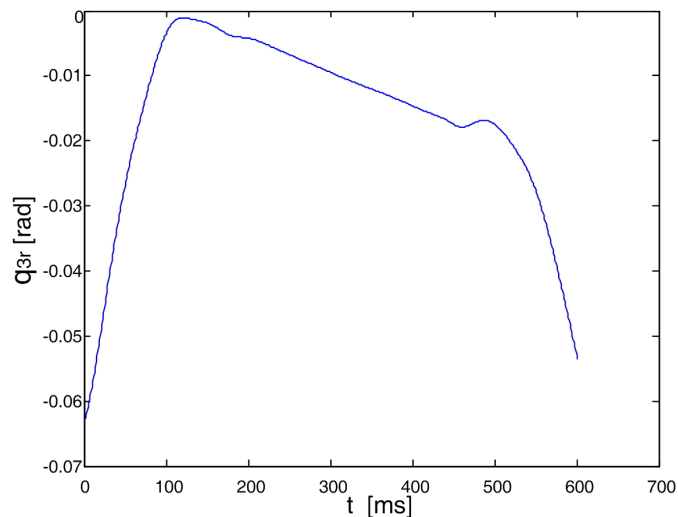
7.6. ábra: A ZMP x koordinátája



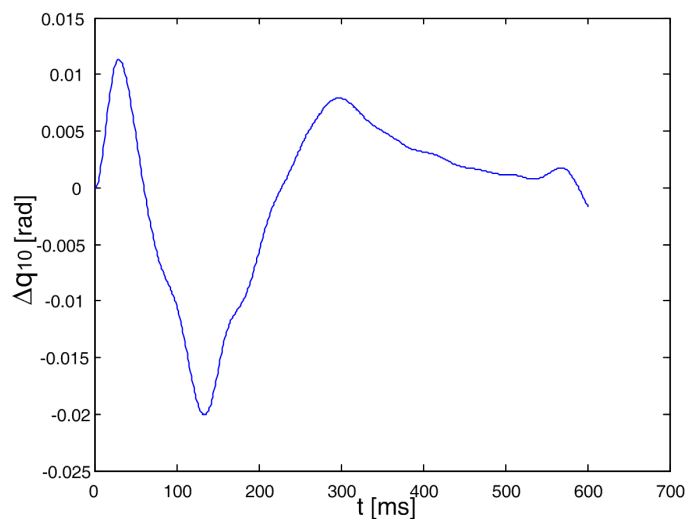
7.7. ábra: A ZMP y koordinátája



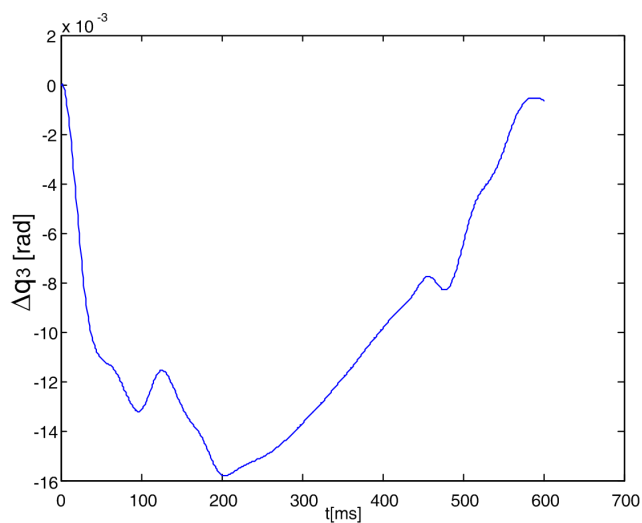
7.8. ábra: A bal térdcsukló referens koordinátája



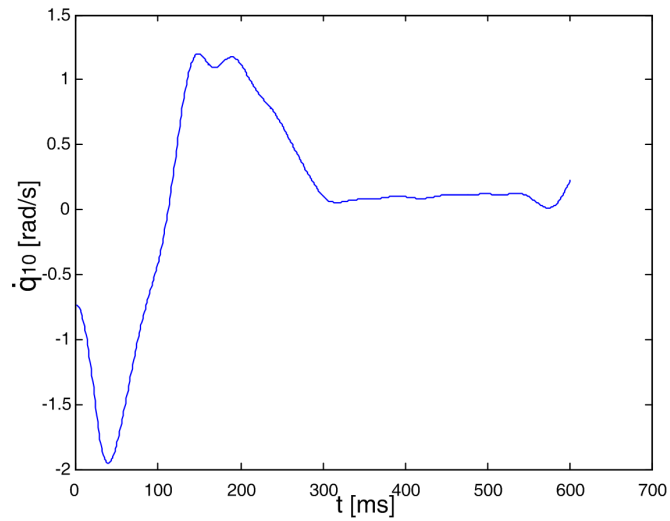
7.9. ábra: A jobb térdcsukló referens koordinátája



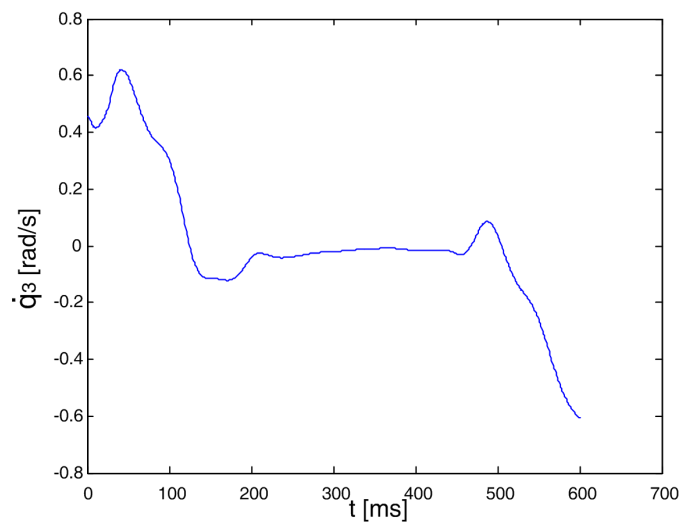
7.10. ábra: A bal térdcsukló koordinátahibája



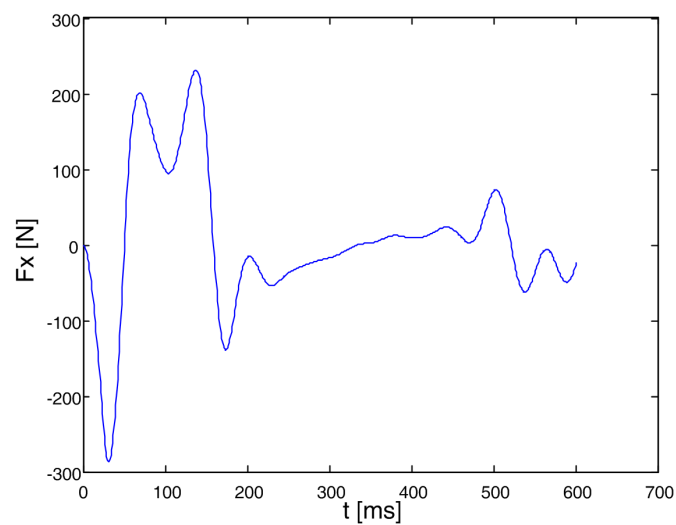
7.11. ábra: A jobb térdcsukló koordinátahibája



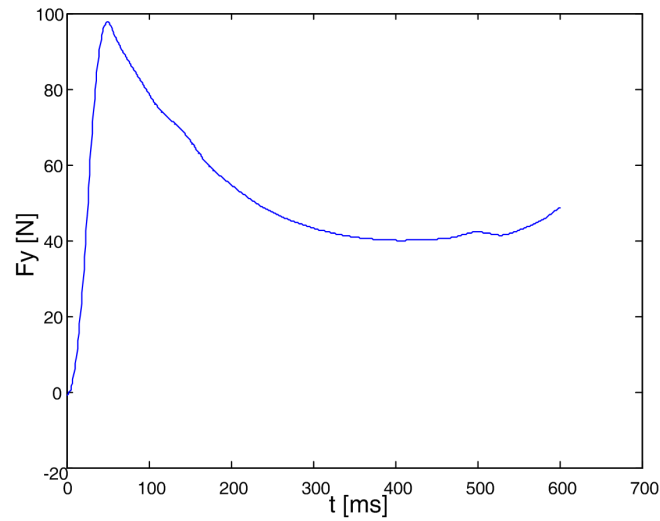
7.12. ábra: A bal térdcsukló szögsebessége



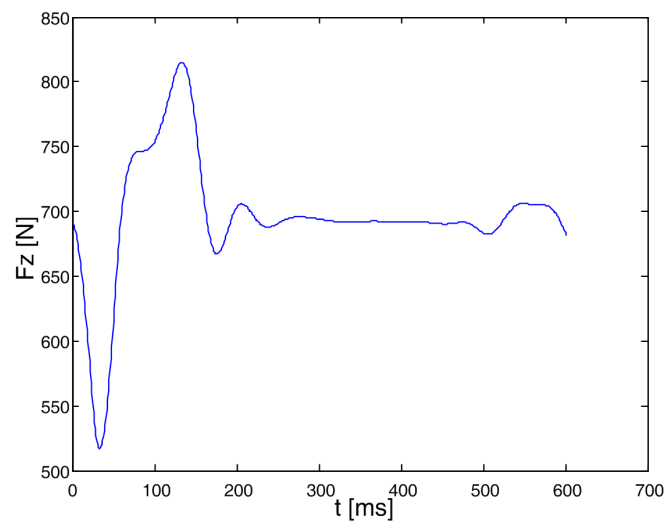
7.13. ábra: A jobb térdcsukló szögsebessége



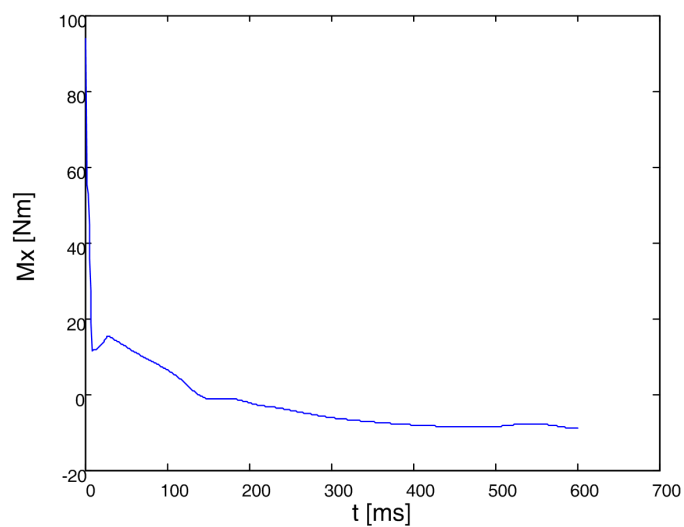
7.14. ábra: x irányú reakcióerő a robottalpon



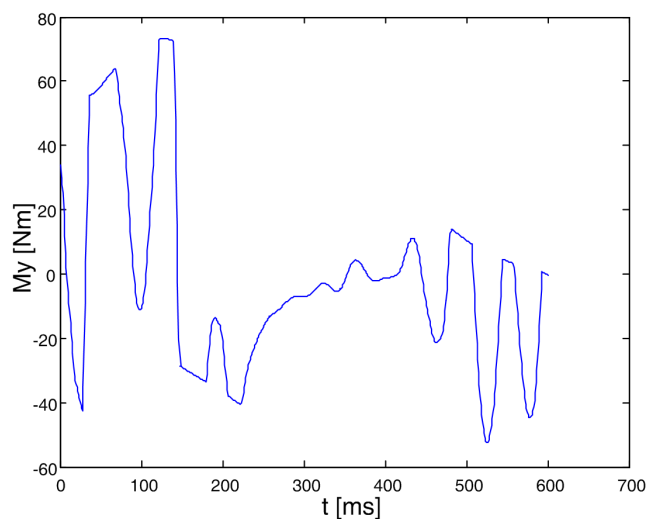
7.15. ábra: y irányú reakcióerő a robottalpon



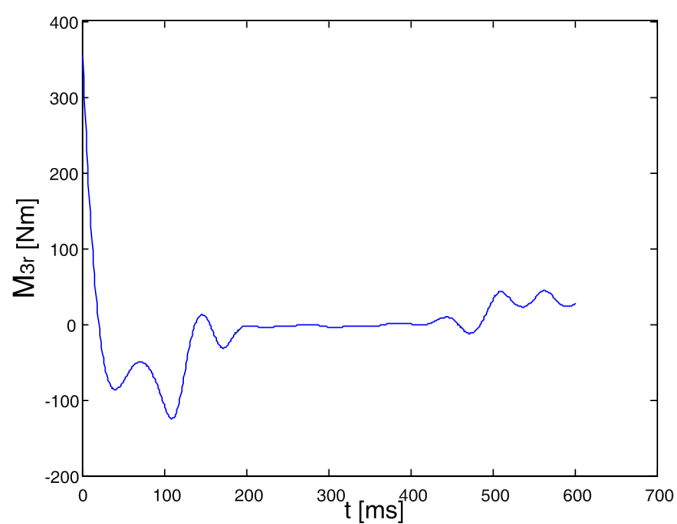
7.16. ábra: z irányú reakcióerő a robottalpon



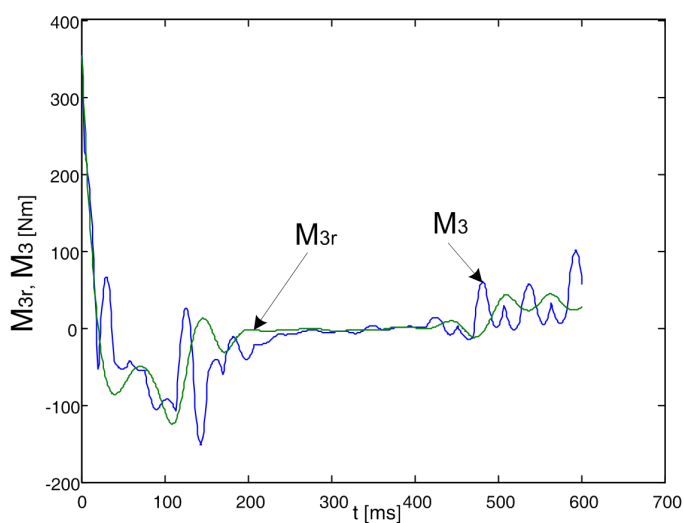
7.17. ábra: Terhelőnyomaték a robottalp x tengelye körül



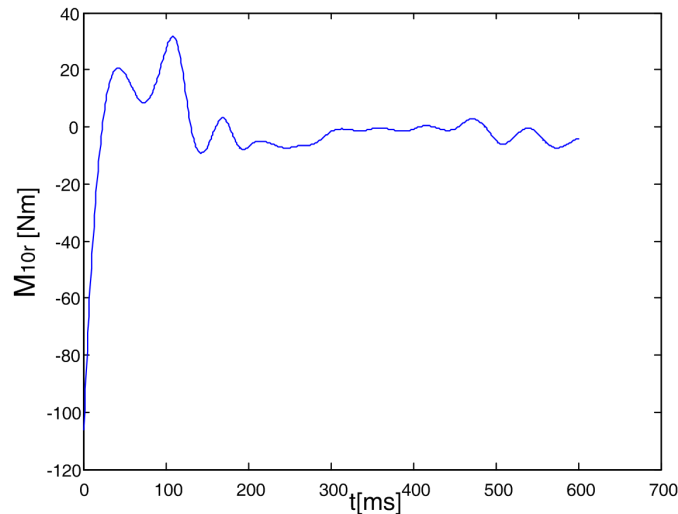
7.18. ábra: Terhelőnyomaték a robottalp y tengelye körül



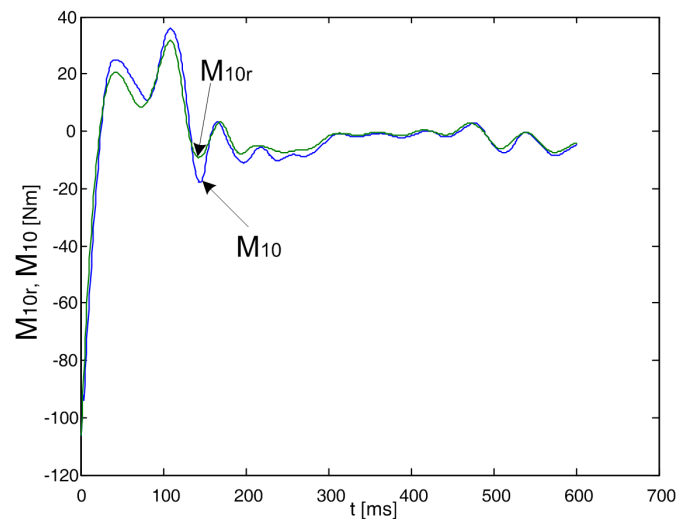
7.19. ábra: A jobb térdcsukló referens nyomatéka



7.20. ábra: Referens és valós nyomatékok a jobb térdcsuklón



7.21. ábra: A bal térdcsukló referens nyomatéka



7.22. ábra: Referens és valós nyomatékok a bal térdcsuklón

Irodalomjegyzék

- [1] Vukobratović M. et al., Biped Locomotion-Dynamics, Stability, Control and Application, Springer Verlag, Berlin, Germany, 1990.
- [2] S. Kajita, K. Tani, Experimental study of biped dynamic walking in the linear inverted pendulum mode. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2885-289, Nagoya, Japan, 1995.
- [3] J. H. Park, K. D. Kim (1998) Biped robot walking using gravity-compensated inverted pendulum mode and computed torque control. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Leuven, Belgium, 1998.
- [4] T. Furuta et al., Design and construction of a series of compact humanoid robots and development of biped walk control strategies. Robotics and Autonomous Systems, pp. 81-100, 2001.
- [5] A. Rodić, D. Katić, M. Vukobratović, "The Connectionist Compensator for Advanced Integrated Road Vehicle Controller", International Journal Engineering & Automation Problems, vol. 2, no. 1, pp. 27-39, 2001.

- [6] A.Rodić, D.Katić, M.Vukobratović, "The Connectionist Compensator for Advanced Integrated Vehicle", Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications, Mexico City, Mexico, September 2001.
- [7] A.Rodić, D.Katić, M.Vukobratović, „The Neural Compensator for Advanced Vehicle Controller”, Proceedings of the 6. Workshop Application of Neural Networks in Electrotehnics - NEUREL'02, Belgrade, Yugoslavia, September 2002.
- [8] D.Katić, A.Rodić, „Neural Control Techniques For Humanoid Robots”, Proceedings of the 47. ETRAN Conference, Herceg-Novi, Serbia & Montenegro, June 2003, vol. 4, pp.386-389.
- [9] A.Rodić, D.Katić, M.Vukobratović, "The Advanced Vehicle Control Algorithm Using Neural Networks", Proceedings of the European Control Conference ECC 2003., Cambridge, UK, September 2003.
- [10] A.Rodić, M. Vukobratović, M. Filipović, D. Katić, „Modelling and Simulation of Locomotion Mechanisms of Antropomorphic Structure Using Contemporary software tools”, Proceedings of the 47. ETRAN Conference, Herceg-Novi, Serbia & Montenegro, June 2003, Vol.4, pp.347-350.
- [11] J. H. Park, Fuzzy-Logic Zero-Moment-Point Trajectory Generation for Reduced Trunk Motions of Biped Robots. Fuzzy Sets and Systems 134, pp. 189-203, 2003.
- [12] Vukobratović M., Rodić A.: Contribution to the Integrated Control of Artificial Human Gait. Proceedings of the SISY 2004, Symposium on Intelligent Systems, Subotica, Serbia, pp. 59-70, 2004.
- [13] Vukobratović M, Potkonjak V, Rodić A (2004) Contribution to the Dynamic Study of Humanoid Robots Interacting with Dynamic Environment. Robotica. Vol. 22, pp. 439-447
- [14] M.Filipović, A.Rodić, D.Katić, ” An Analysis of Movement of Elastic Robotic System under the influence of environment dynamics”, Proceedings of 29. HIPNEF 2004, Vranjačka Banja, Serbia & Montenegro, May 2004. pp.385-390.
- [15] M.Filipović, D.Katić, A.Rodić, „An Analysis of Movement of the Flexible Robotic System in Horizontal Plane”, Proceedings of the 7th DQM-2002 Dependability and Quality Management, Belgrade, Serbia & Montenegro, June 2004.
- [16] M. Vukobratovic, V. Potkonjak, A. Rodic, "Contribution to the Dynamic Study of Humanoid Robots Interacting with Dynamic Environment", Robotica, CAMBRIDGE university press, United Kingdom, Vol. 22, pp. 439-447, 2004.
- [17] A. Rodić, D. Katić, „Intelligent Control of Road Vehicles by Implementation of Artificial neural Networks”, Technics-Mechanic Engineering, No. 5/04, pp. 1-12, in Serbian, 2004
- [18] M. Filipović, A. Rodić, D. Katić, ”Motion Analysis of Elastic Robotic Systems Under Influence of Dynamic Environment”, Proceedings of 29th symposium HIPNEF 2004, pp.385-390, Vrnjačka Banja, Serbia, May, 2004
- [19] M. Filipović, D. Katić, A. Rodić, „Motion Analysis of Elastic Robotic Systems in Horizontal plane”, Proceedings of the 7th DQM-2004 Dependability and Quality Management, Belgrade, Serbia & Montenegro, June, 2004
- [20] M. Vukobratović, A. Rodić, „Contribution to the Integrated Control of Artificial Human Gait”, Proceedings of 2nd Serbian-Hungarian Joint Symposium on Intelligent Systems, SISY 2004, pp. 59-70, Subotica, Serbia & Montenegro, 2004
- [21] Metta G, Sandini G, et. all (2005) The RobotCub Project – an open framework for research in embodied cognition. Proc. of the 2005 IEEE-RAS Int. Conf. On Humanoid Robots
- [22] K. Addi, D. Goeleven, A. Rodic, „Nonsmooth Mathematical Modelling and Numerical Simulation of a Spatial Vehicle Dynamics”, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM)*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA - Weinheim, DOI 10.1002/zamm.200410235, pp. 1-25 (2005)
- [23] A. Rodić, D. Katić, M. Filipović, „Control of Dynamic Balance and Trunk Posture of Humanoid Robots in Service Tasks”, in Proceedings of 49th Conference on ETRAN, Vol. IV, pp. 347-350, Serbia & Montenegro, Budva, 2005
- [24] Rodić A, Vukobratović M (2006) Control of Dynamic Balance of Biped Locomotion Mechanisms in Service Tasks Requiring Appropriate Trunk Postures. Engineering & Automation Problems. ISSN 0234-6206, Vol. 5, No. 1, pp. 4-22.

- [25] D. Katić, A. Rodić, „Control Algorithm for Humanoid Robots Walking Based on Learning Structures”, in Proceedings of 49th Conference on ETRAN, Vol. IV, pp. 355-358, Serbia & Montenegro, Budva, 2005
- [26] A. Rodić, M. Vukobratović, „Intelligent Integrated Control of Vehicle Stability Characteristics”, in Proceedings of EAEC2005 European Automotive Congress, Serbia & Montenegro, Belgrade, June, 2005
- [27] A. Rodić, E. Schnieder, „Hybrid Model-Based – Knowledge-Based Control of Driver-Vehicle System Performances”, in Proceedings of EAEC2005 European Automotive Congress, Serbia & Montenegro, Belgrade, June, 2005
- [28] A. Rodić, „User Oriented Software Toolbox for Advance Modeling, Control Synthesis and Simulation of Automotive Systems”, in Proceedings of EAEC2005 European Automotive Congress, Serbia & Montenegro, Belgrade, June, 2005
- [29] A. Rodić, K. Addi, G. Dalleau, „Contribution to the Mathematical Modeling of Multi-point, Non-smooth Impact/Contact Dynamics of Human Gait”, in Programme resume of the 6th International Conference AIMS 2006 „Dynamic Systems, Differential equations and Applications”, pp. 101-102, University Poitiers, Poitiers, France, June, 2006
- [30] K. Addi, G. Dalleau, A. Rodic, „Linear Complementarity Problem Formulation Used for Modeling of Impact/Contact Dynamics of Byped Locomotion Mechanisms”, in Proceedings of ETRAN 2006, Belgrade, Serbia, June, 2006
- [31] A. Rodic, M. Vukobratovic „Multi-feedback Dynamic Control of Byped Robots”, in Proceedings of ETRAN 2006, Belgrade, Serbia, June, 2006
- [32] Katić D, Rodić A, Vukobratović M (2007) Reinforcement Learning Control Algorithm for Humanoid Robot Walking. International Journal of Information & Systems Sciences. Vol.4, No.2, pp.256-267
- [33] Gyula Mester: „Bipedal Walking in Robots”, Proceedings of the IV. Európai kihívások nemzetközi konferencia, pp. 703-707, Szeged, Hungary, 2007.
- [34] Vukobratović M, Rodić A (2007) Contribution to the Integrated Control of Biped Locomotion Mechanisms. International Journal of Humanoid Robotics. World Scientific Publishing Company. New Jersey, London, Singapore. Vol. 4, No. 1, pp. 49-95
- [35] A. Rodić, „Towards Sustainable Transport and Active Traffic Safety – Synthesis of Hazard Prevention Control System based on Modeling of Cognitive Driver Behavior”, UNESCO Program – Education for All by 2015, 11th Education and Training Workshop, Belgrade, Serbia, 22th – 28th October, 2007
- [36] Gyula Mester, „Lépegető humanoid robotok mozgástervezése”, MTA, VMIT konferencia, pp.267-273, Novi Sad, Serbia, 2007.
- [37] Gyula Mester, „Dynamic Modeling for a Walking Robot”, Proceedings of the SIP 2008, 26th International Conference SCIENCE IN PRACTICE, pp.87-89, ISBN 978-953-6032-52-4, Osijek, Croatia, 2008.
- [38] Mester Gyula, „Kétlábon járó robot modellezése”, Informatika a felsőoktatásban 2008, Konferencia kiadvány, pp. 1-8, ISBN 978-963-473-129-0, Debrecen, 2008.
- [39] Gyula Mester, „Simulation of Humanoid Robot Motion”, Proceedings of The KANDÓ CONFERENCE, pp. 1-8, ISBN 978-963-7154-74-4, Budapest, 2008.
- [40] Rodić A, Vukobratović M, Addi K, Dalleau G (2008) Contribution to the Modeling of Non-smooth, Multi-point Contact Dynamics of Biped Locomotion – Theory and Experiments., Robotica. CAMBRIDGE Univ. Press. Vol. 26, Issue, 02, pp. 157-175
- [41] Katić D, Rodić A, Vukobratović M (2008) Hybrid Dynamic Control Algorithm For Humanoid Robots Based On Reinforcement Learning. Springer Journal of Intelligent and Robotic Systems. No.1, pp.3-30
- [42] D. Katić, A. Rodić, „Intelligent Autonomous Locomotion of Humanoid Robots through Perception, Learning and Spatial Reasoning”, in Proceedings of the ETRAN 2008, Subotica, Serbia, June, 2008
- [43] A. Rodić, V. Potkonjak, „Towards Advanced Personal Robot Platform – Concept of Intelligent Service Robot of High Performances”, in Proceedings of the ETRAN 2008, Subotica, Serbia, June, 2008
- [44] A. Rodić, D. Katić, „Trajectory Prediction and Path Planning of Autonomous Biped Robots – Learning Locomotion and Fuzzy Reasoning”, in Proceedings of the 9th Symposium on Network Applications in Electrical Engineering, Electrotechnic Faculty, Belgrade, Serbia, September, 25-27, 2008

- [45] D.Katić, A.Rodić, „Dynamic Control Algorithm for Biped Walking Based on Policy Gradient Fuzzy Reinforcement Learning”, in Proceedings of the 17th IFAC World Congress, Seoul, Republic of Korea, July 2008.
- [46] D. Katić, A. Rodić, „Intelligent Autonomous Locomotion of Humanoid Robots through Perception, Learning and Spatial Reasoning”, in Proceedings of the ETRAN 2008, Subotica, Serbia, June, 2008
- [47] D.Katic, A.Rodic, M.Vukobratovic, „Reinforcement Learning Control Algorithm for Humanoid Robot Walking”, International Journal of Information & Systems Sciences, Vol.4, No.2, pp.256-267, 2008.
- [48] A. Rodić, D. Katić, „Trajectory Prediction and Path Planning of Autonomous Biped Robots – Learning Locomotion and Fuzzy Reasoning”, in Proceedings of the 9th Symposium on Network Applications in Electrical Engineering, Electrotechnic Faculty, Belgrade, Serbia, September, 193-197, 2008
- [49] D.Katic, A.Rodic, M.Vukobratovic, „Hybrid Dynamic Control Algorithm For Humanoid Robots Based On Reinforcement Learning”, Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol.51, No.1, pp.3-30, January 2008
- [50] Siciliano, Khatib editors, Springer Handbook of Robotics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [51] Gyula Mester, Aleksandar Rodic, „Autonomous Locomotion of Humanoid Robots in Presence of Mobile and Immobile Obstacles”, Studies in Computational Intelligence, Towards Intelligent Engineering and Information Technology, pp. 279-293, ISBN 978-1-642-03736-8, Library of Congress: 2009933683, DOI 10.1007/978-3-642-03737-5_20, Springer, 2009.
- [52] Aleksandar Rodić, Dusko Katić, Gyula Mester, „Ambient Intelligent Robot-Sensor Networks for Environmental Surveillance and Remote Sensing”, Proceedings of the IEEE SISY 2009, pp. 39-44, IEEE Catalog Number: CFP0984C-CDR, ISBN: 978-1-4244-5349-8 Library of Congress: 2009909575, DOI 10.1109/SISY.2009.5291141, Subotica, Serbia, 2009.
- [53] Web-page (2009) <http://world.honda.com/ASIMO/>
- [54] Web-page (2009) <http://jp.fujitsu.com/group/labs/downloads/en/business/activities/acties-4/fujitsu-labs-robotics-005-en.pdf>
- [55] Web-page (2009) http://www.sony.net/SonyInfo/News/Press_Archive/200312/03-060E/
- [56] Rodic A (2009) Humanoid Robot Simulation Platform – HRSP. Matlab/Simulink Software Toolbox for Modeling, Simulation & Control of Biped Robots. Robotics Lab. Mihajlo Pupin Institute. <http://www.institutepupin.com/RnDProfile/ROBOTIKA/comprod.htm>
- [57] Aleksandar Rodic, Gyula Mester, Virtual WRSN – Modeling and Simulation of Wireless Robot-Sensor Networked Systems. Proceedings of the 8th IEEE International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, SISY 2010, pp. 115-120, ISBN: 978-1-4244-7395-3, Subotica, Serbia, 2010.
- [58] Gyula Mester, Contribution to the Simulation of Biped Robot Using 19-DOF, Proceedings of the International Symposium on Advanced Engineering & Applied Management 40th Anniversary in Higher Education, pp. 225-230, Hunedoara, Romania, 2010.
- [59] Gyula Mester, Modelling of the Humanoid Robot Motion, pp. 21-25, Invited Paper, Ipsi Journal, Transactions on Advanced Research, Volume 7, Number 1, ISSN 1820 - 4511, January 2011.

Szerviz robotok korszerű alkalmazási területe

A mai szervizrobotok alkalmazási területe a következő módon sorolható fel: kerti munkák, háztartás, mezőgazdaság, irodai munkák, közműszolgáltatók, katonai alkalmazású robotok, aknamentesítés, robbanóanyag felderítő és hatástalanító feladatok, katasztrófa elhárítás, túlélők keresése összedőlt épületekben, gyógykezelés, tisztítási munkák, őrzés, védelem, játékipar, szórakoztatás, űrkutatás, régészet (pl. piramisok kutatása), ember által nehezen megközelíthető hely feltárása. A továbbiakban röviden áttekintünk néhány szervizrobotot.

A Honda Asimo (<http://asimo.honda.com/>) humanoid robotja 34 szabadságfokú, 130 cm magas, tömege 54 kg, haladási sebessége 6 km/h. Szenzoraival észleli és értelmezi a környezetében lévő objektumok pozícióját és mozgását. Felismeri a veszélyhelyzeteket és a hangforrásokat, automatikus akadálykikerüléssel, ütközésmentesen mozog. Arcfelismerési képességgel rendelkezik. A Kondo (<http://www.kondo-robot.com>) KHR1 népszerű humanoid robot 19 szabadságfokú, 37.7 cm magas, tömege 1.51 kg.

Dinamikusan fejlődik a robotika alkalmazása a gyógyászatban, rehabilitációs- és sebészrobotok (surgical robots). Az orvostudomány fejlődése szempontjából a gyógyászati robotok új távlatokat nyitnak. A sebészrobotokat közvetlenül a sebész irányíthatja, teleoperációval is működhetnek. A sebészrobotok alkalmazása csökkenti sebész kezének a remegését, a műtét súlyosságát és káros következményeit és lehetővé teszik a betegek gyorsabb felépülését is. Járást segítő robot fejlesztésén dolgozik a Honda japán cég (<http://www.zdnet.com/blog/btl/hondas-robotics-foray-continues-unveils-walking-assist-device/10729>). A combra erősíthető berendezés lehetővé teheti egy legyengült személynek, jelfogók érzékelik a robot viselőjének arra irányuló szándékát, hogy járjon. Ekkor egy mikrochip segítségével működésbe hozzák a minimotorokat, amelyek a combra erősített rudakat mozgatják és így csökkentik a helyváltoztatáshoz szükséges izomerőt.

A Da Vinci sebészrobot használatát 2000-ben hagyta jóvá az amerikai gyógyszerfelügyelet. Az Intuitive Surgical, a Da Vinci gyártója (<http://www.intuitivesurgical.com/index.aspx>). A Da Vinci robot négy fő részből áll: a sebészi konzol, a pácienset rögzítő speciális műtőasztal, az EndoWrist nevű robotkarok, amelyeken különböző műtéti eszközök sorakoznak, illetve az Insite Vision System nevű nagyfelbontású, háromdimenziós endoszkóp, a hozzá kapcsolódó képfeldolgozó rendszerrel. A háromdimenziós megjelenítő nagyfelbontású képet szolgáltat az orvos számára, a sebészrobot karjai egy 1 centiméter átmérőjű bemetszésen keresztül jutnak a beteg testébe, akárcsak a laparoszkópos eljárások során. Így csökken a fertőzésveszély.

A kerti munkák esetében népszerű a Friendly Robotics (<http://www.robomow.com/robomow/>) Robomow automatikus robotfűnyírója. A modellektől függően 250 m² – 1800 m² fűterületet nyír le egyszerre. További tulajdonságai: nincs szükség a levágott fű összeszedésére, fű tápanyag visszaforgatás, automatikus, előre időzített indulás a dokkoló állomásról, lopás elleni védelem riasztóval.

Az iRobot cég (<http://www.irobot.com/>) terméke, a *Looj* csatornatisztító robot. Lánctalpai gumiból vannak, elején pedig egy forgó kefe található, ezzel söpri ki a csatornából leveleket és a többi szennyeződést.

A porszívó robot iRobot Roomba előre programozható időszakokban folyamatosan járja be a tisztítani kívánt területet. Lehetőségünk van a bejárás algoritmusának megválasztására, valamint virtuális falak kihelyezésére. A virtuális fal egy adóberendezés, amely egy olyan vonalat jelöl ki a robot számára, amelyen nem szabad áthaladnia, azaz az adó által kijelölt vonal egy falként jelentkezik a robotporszívó útvonalában. Amennyiben a mobil robot telepei lemerülés közeli állapotba kerülnek, a robot automatikusan egy dokkolóba megy és feltölti azokat.

Az UGV mobil robot (UGV – Unmanned Ground Vehicles) ember nélküli szárazföldi jármű (olyan hajtott, helyváltozásra képes mobil eszköz, amely fedélzetén nincs emberi személyzet), egyre fontosabb szerepet játszanak a mezőgazdaságban és az ipar egyes területein.

Thales (http://defense-update.com/products/t/trooper_robots_thales_12062010.html) fejleszti az R-Trooper UGV-t, melyet teljes körű szenzorcsomaggal, többek között, kamerákkal, radarral, két-, és háromdimenziós lézerekkel szerelnek fel. Alkalmas kisebb robotjárművek szállítására is.

A Segway Human Transporter (<http://www.segway.hu/>) önegyensúlyozó közlekedési eszköz. Több egység ügyel a biztonságra - két számítógép, öt giroszkóp, két akkumulátor és két motor, amely a személyszállító eszközt hajtja. Lézeres giroszkópok érzékelik, hogy a Segway mikor kezd dőlni. Az információ a kerekeket a megfelelő irányba és megfelelő sebességgel hajtó motort vezérlő számítógépbe kerül és a jármű megőrzi egyensúlyát. A Segway Human Transporter jó alapot szolgál az UGV-k fejlesztéséhez.

A Toyota Winglet (http://www.toyota.co.jp/en/news/08/0801_1.html) közlekedési eszközt három méretben S, M, L) fejlesztették. Az L-es a legnagyobb és legbiztonságosabb. Maximális menetsebessége 6 km/h, mozgásrádiussza 5 km (S) és 10 km (M,L). Az utas tömege előre-hátra helyezéssel tudja irányítani az intelligens kétkerekű robotjárművet.

Az UGV-k csoportjához tartoznak a hagyományos gépjárműplatformokra épülő, digitális szenzorokkal, gépi látással, elektromechanikus beavatkozókkel felszerelt mobil robotok.

Bár nem tartoznak a szervizrobotok csoportjához mégis megemlítem az úgynevezett UAV-eket (Unmanned Aerial Vehicles).

Elsősorban katonai feladatokra alkalmazott olyan repülőeszköz, mely valamilyen ön- vagy távirányítással (leggyakrabban a kettő kombinációjával) rendelkezik, emiatt fedélzetén nincsen szükség pilótára (<http://www.airforce-technology.com/projects/predator/>). Jelenleg több száz modellen dolgoznak: egyikük napenergiát használva akár öt évet képes lesz levegőben tölteni, mások rajokban tevékenykednek majd.

A NASA folyamatosan fejleszti a robotjait, amelyek holdon és a Mars felszínén is működhetnek (<http://mars.jpl.nasa.gov/MPF/rover/news.html>). A kitűzött cél napenergiát használó, de éjszaka is mozgásra képes űrrobot fejlesztése. Az Athlete robotnak 6 lába van gördülni is képes és egyenetlen terepen, (<http://www-robotics.jpl.nasa.gov/systems/system.cfm?System=11>) a világtűr vákuumában is üzemel, képes bázist, lakóegységeket építeni.

A DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency) program keretében, a Boston Dynamics által kifejlesztett, Big Dog nevű négy lábú robot (http://www.bostondynamics.com/robot_bigdog.html) fő feladata a teherhordás. Tömege: 108 kg, teherbírása: 154 kg, sebessége: 6.44 km/h. Belsőégésű motor meghajtású. Megfelelő szenzorokkal felszerelve a Big Dog robot teherhordó és felderítő feladatokat teljesíthet, mozgásirányítása jól megoldja a terep változásait és a terepakadályokat, képes 35 fokos emelkedők, illetve lejtők leküzdésére. Aktív egyensúlyozó rendszerrel rendelkezik, a váratlanul érkező külső zavaró zavaró hatásokra azonnal reagál. Mozgásirányítása lehetővé teszi az útvonalkövetést, távirányítással is irányítható. Irányításrendszere négy lábat vezérel. A Big Dog robot minden ember által megközelíthető terepen képes mozogni. Olyan terepen célszerű alkalmazni, ahol a szárazföldi járművek alkalmazása nem lehetséges.

Jelölések

\mathbf{s} – világkoordináták vektora,

α_i, a_i, d_i, q_i – DH paraméterek,

x, y, z – Descartes féle derékszögű koordináták,

ψ – forgatási szög,

θ – billentési szög,

φ – csavarási szög,

\mathbf{f} – nemlineáris, folytonosan deriválható vektorfüggvény, leképezi a csuklókoordinátákat világkoordinátákká,

$\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ – a csuklókoordináták $n \times 1$ dimenziójú vektora,

\mathbf{r} – a P pont helyzetvektora a nyugvó $O_{x_0}y_0z_0$ referencia koordinátarendszerben,

\mathbf{p} – a P pont helyzetvektora a mozgó koordinátarendszerben,

\mathbf{k} – az O_n origó helyzetvektora a nyugvó $O_{x_0}y_0z_0$ referencia koordinátarendszerben,

O_nxyz – az effektorhoz kötött mozgó koordinátarendszer

$O_{x_0}y_0z_0$ – a robo tmanipulátor platformjához rögzített vonatkozási- nyugvó koordinátarendszer,

\mathbf{H} – homogén transzformációs mátrix,

${}^{i-1}\mathbf{D}_i$ – Denavit–Hartenberg transzformációs mátrix,

O_{i-1} – az $(i-1)$ -ik koordinátarendszer origója,

\mathbf{z}_{i-1} – az i -edik csukló tengelyének vektora,

$\lambda(t)$ – az effektor sebességtörvényszerűségének a függvénye,

\mathbf{p}_{i-1} – az O_{i-1} origó helyzetvektora a vonatkozási-nyugvó $O_{x_0}y_0z_0$ koordináta-rendszerben,

\mathbf{v}_{i-1} – O_{i-1} pont sebességvektora,

O_i – az i -edik koordinátarendszer origója,

- \mathbf{z}_i – az $i+1$ -ik csukló tengelyének vektora,
 \mathbf{p}_i – az O_i origó helyzetvektora a vonatkozási- nyugvó koordináta-rendszerhez viszonyítva,
 \mathbf{p}_i^* – az O_i origó helyzetvektora az O_{i-1} ponthoz viszonyítva,
 $\bar{\mathbf{s}}_i$ – az i -edik szegmens tömegközéppontjának helyzetvektora az O_i ponthoz viszonyítva,
 q_i – az i -edik csukló koordinátája,
 \mathbf{v}_i – az O_i pont abszolút sebességvektora,
 \mathbf{v} – a tömegpont abszolút sebességvektora,
 \mathbf{v}_p – a tömegpont szállító sebességvektora,
 \mathbf{v}_r – a tömegpont relatív sebességvektora,
 $\boldsymbol{\omega}$ – a mozgó koordináta-rendszer szögsebességvektora,
 $\boldsymbol{\omega}_i$ – az i -dik szegmens abszolút szögsebessége,
 $\boldsymbol{\omega}_i^*$ – az i -edik szegmens relatív szögsebessége,
 $\boldsymbol{\omega}_{i-1}$ – az i -edik szegmens szállító szögsebessége,
 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_i$ – i -ik szegmens abszolút szöggyorsulása,
 \mathbf{a} – tömegpont abszolút gyorsulása,
 \mathbf{a}_p – tömegpont szállító gyorsulása,
 \mathbf{a}_r – tömegpont relatív gyorsulása,
 \mathbf{a}_c – tömegpont Coriolis-féle gyorsulása,
 \mathbf{a}_i – az O_i pont abszolút gyorsulása,
 \mathbf{a}_{i-1} – az O_{i-1} pont abszolút gyorsulása,
 $\bar{\mathbf{v}}_i$ – az i -edik szegmens tömegközéppontjának abszolút sebessége,
 $\bar{\mathbf{a}}_i$ – az i -edik szegmens tömegközéppontjának abszolút gyorsulása.
 \mathbf{r} – a pont vonatkozási rendszerben vett helyzetvektora,
 $d(\)/dt$ – idő szerinti deriválás a vonatkozási koordináta-rendszerben,
 $d^*(\)/dt$ – idő szerinti deriválás a mozgó koordináta-rendszerben,
 \mathbf{r}^* – a pont helyzetvektora a mozgó koordináta-rendszerben
 \mathbf{h} – a mozgó koordináta-rendszer origójának a vonatkozási nyugvó rendszerhez viszonyított helyzetvektora,
 \mathbf{R} – rotációs mátrix,
 m_i – az i -edik szegmens tömege,
 \mathbf{J}_i – az i -edik szegmens tehetetlenségi tenzora a vonatkozási nyugvó rendszerben a tömegközéppontra számítva,
 \mathbf{F}_i – tehetetlenségi és gravitációs erő, amely a i -edik szegmensre hat a tömegközéppontban,
 \mathbf{N}_i – tehetetlenségi nyomaték amely a i -edik szegmensre hat a tömegközéppontban,
 \mathbf{f}_i – erő amellyel az i -ik szegmens hat az $(i-1)$ -edik szegmensre,
 \mathbf{n}_i – nyomaték amellyel az i -ik szegmens hat az $(i-1)$ -edik szegmensre,
 τ_i – i -dik aktuátort terhelő nyomaték (erő).
 $\boldsymbol{\tau}$ – meghajtónyomatékok/erők $n \times 1$ dimenziójú vektora
 $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ – $n \times n$ dimenziójú tehetetlenségi mátrix, amely a robotmanipulátor csuklókoordinátáinak q függvénye,
 $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ – a rendszer Jacobi féle mátrixa
 $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q})$ – $n \times 1$ dimenziójú vektor.
 T – a robotmanipulátor rendszer kinetikus energiája,

- Π - a robotmanipulátor rendszer potenciális energiája,
 \mathbf{u} – szabályzó feszültség $n \times 1$ dimenziójú vektora a rotor bemeneténél [V],
 \mathbf{L}_R – rotorköri induktivitás $n \times 1$ dimenziójú vektora [H],
 \mathbf{i}_R – rotoráram $n \times 1$ dimenziójú vektora [mA],
 \mathbf{R} – rotorköri ellenállás $n \times n$ dimenziójú mátrixszo [Ω],
 \mathbf{c}_E – a belső feszültség együtthatójának $n \times n$ dimenziójú mátrixszo [V/s⁻¹],
 $\dot{\mathbf{q}}$ - a reduktor kimenő tengelye szögsebességének az $n \times 1$ dimenziójú vektora [s⁻¹],
 \mathbf{N} – a reduktoráttétel $n \times n$ dimenziójú mátrixszo.
 \mathbf{J} – a rotor és a reduktor fogaskerekeinek tehetetlenségi nyomatékának $n \times n$ dimenziójú mátrixszo [kgm²],
 \mathbf{B}_m – a viszkózus súrlódástényező $n \times n$ dimenziójú mátrixszo [Nm/s⁻¹],
 $\boldsymbol{\tau}$ - a robotcsukló terhelőnyomatékának $n \times 1$ dimenziójú vektora [Nm],
 $\boldsymbol{\tau}_m$ - a szervómotor meghajtónyomatékának $n \times 1$ dimenziójú vektora [Nm],
 \mathbf{c}_m – arányossági tényező $n \times n$ dimenziójú mátrixszo,
 \mathbf{A}_i – 3x3-as rendszermátrix,
 \mathbf{b}_i – 3x1-es bemeneti oszlopvektor,
 \mathbf{f}_i – 3x1-es bemeneti oszlopvektor,
 $\mathbf{N}(u_i)$ – telítés jellegű nemlinearitás
 $\mathbf{q}_{p1}, \mathbf{q}_{p2}, \mathbf{q}_{p3}$ – a bolygókerék $n \times 1$ pozícióvektora,
 \mathbf{q}_T - a hordozók $n \times 1$ pozícióvektora,
 \mathbf{c}_{TZ} - a hordozó és a szegmens közötti tengelymerevség $n \times n$ átlós mátrixszo,
 $\mathbf{c}_{sp}(t)$ - a napkerék és bolygókerék közötti merevség $n \times n$ átlós mátrixszo,
 $\mathbf{c}_{HP}(t)$ - a gyűrűkerék és bolygókerék közötti merevség $n \times n$ átlós mátrixszo,
 \mathbf{J}_s - a napkerék tehetetlenségi nyomatékának $n \times n$ dimenziójú mátrixszo,
 $\mathbf{J}_{p1}, \mathbf{J}_{p2}, \mathbf{J}_{p3}$ - a bolygókerék tehetetlenségi nyomatékának $n \times n$ dimenziójú mátrixszo,
 \mathbf{J}_T - a hordozó tehetetlenségi nyomatékának $n \times n$ dimenziójú mátrixszo,
 \mathbf{r}_s -a napkerék rádiuszának átlós mátrixszo,
 \mathbf{r}_p - a bolygókerék rádiuszának átlós mátrixszo,
 \mathbf{r}_H - a gyűrűkerék rádiuszának átlós mátrixszo,
 $\boldsymbol{\tau}$ - meghajtó csuklónyomatékok vektora,
 \mathbf{k}_p - pozícióerősítés diagonális mátrixszo,
 \mathbf{k}_v - sebességerősítés diagonális mátrixszo,
 \mathbf{q}_d - tervezett (*desired*) csuklókoordináták vektora,
 $\dot{\mathbf{q}}_d$ - tervezett (*desired*) csuklósebességek vektora,
 $\dot{\mathbf{q}}$ - valós – mért csuklósebességek vektora.
 $\boldsymbol{\tau}_d$ - tervezett (referens-nominális) modellreferenciás meghajtó nyomatékok vektora
 $\ddot{\mathbf{q}}_d$ - a tervezett (*desired*) csuklógyorsulások vektora,
 \mathbf{k}_D - erősítési átlós mátrixszo.
 $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(g_1, g_2, g_3)$ – szimmetrikus, pozitív definit erősítési átlós mátrixszo,
 $V(t)$ – Ljapunov féle függvény
 m_i - az i -edik szegmens tömege,
 ξ_i – indikátor,
 τ_{FF} - adaptív jellegű merev robotmodellen alapuló dinamikus irányítási rész (*feedforward control*),

\mathbf{k}_D - erősítési átlós mátrix,

$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ - a regresszor mátrix amely a merev robotmodell alapján írható fel,

\mathbf{p} – az ismeretlen robotparaméterek (a geometria, tömeg- és tehetetlenségi nyomatékok kiválasztott szorzatösszegei) m dimenziós oszlopvektora,

\mathbf{q}_m - szervomotor koordináták $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}$ - a Coriolis-féle és centrifugális hatások $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

$\dot{\mathbf{q}}_r$ - "referens sebesség",

\mathbf{J}_m – szervomotor rotorjainak $n \times n$ dimenziós tehetetlenségi mátrixa,

\mathbf{V} – viszkózus csillapítás $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

$\mathbf{g}(\mathbf{q})$ – a gravitációs hatások $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

\mathbf{k}_{am} – a szervomotor csillapítási tényezőinek $n \times n$ dimenziós átlós mátrixa,

$\mathbf{c}(\mathbf{t})$ – a hajtómű változó merevségének $n \times n$ dimenziós átlós mátrixa,

\mathbf{N} – a hajtómű áttételének $n \times n$ dimenziós átlós mátrixa,

$\boldsymbol{\tau}_m$ – a meghajtónyomaték $n \times 1$ dimenziós oszlopvektora,

$\hat{\mathbf{p}}$ - a paraméterbecslés on-line működő adaptációs törvénye,

τ_e - a szervomotor rotorjának és a csukló szögsebességétől függő lineáris korrekciós rész amely a csuklórugalmasság kompenzálására szolgál,

$\mathbf{k}_d, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{k}_e$ – erősítési átlós mátrixok,

$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_r)$ - regresszor mátrix amely a merev robotmodell alapján írható fel,

\mathbf{J} - az $n \times n$ dimenziós Jacobi-mátrix,

\mathbf{F} - a külső erők/nyomatékok vektora (az effektor három erő- és három nyomaték összetevője).

$\hat{\mathbf{p}}$ – a becsült (esztimált) robotparaméterek (a geometriai, tömeg- és tehetetlenségi nyomatékok kiválasztott szorzatösszegei) m dimenziós oszlopvektora,

$\mathbf{S} = \text{diag}(s_i)$ – átlós szelekciós mátrix, amely a feladattérben az egymásra ortogonális altérbe eső erőirányítási, illetve pozícióirányítási irányokat jelöli ki, erőirányítás esetében a szelekciós mátrix értéke $S_i=0$, pozícióirányítás esetében pedig $S_i=1$.

\mathbf{k}_{te} – az érintkezési felület és az erőérzékelő $n \times n$ dimenziójú merevségi mátrixa

θ - a robot haladási irányát jellemző szög,

\mathbf{V} - a robot tömegközéppontjának haladási sebessége,

$d\theta/dt$ - a robot szögsebessége az Oxz síkban,

φ_j és φ_b - a hajtott kerekek forgásszögei,

$\omega_j = d\varphi_j/dt$ és $\omega_b = d\varphi_b/dt$ - a hajtott kerekek szögsebességei,

$2b$ - a hajtott kerekek távolsága,

J_j – a jobboldali robotkerék tehetetlenségi nyomatéka [kgm^2],

J_b – a baloldali robotkerék tehetetlenségi nyomatéka [kgm^2],

F_j – a jobb kerékre ható kerületi erő,

F_b – a bal kerékre ható kerületi erő,

ω_j – a jobb robotkerék szögsebessége,

ω_b – a bal robotkerék szögsebessége.

c_j – a jobb robotkerék csillapítási tényezője,

c_b – a bal robotkerék csillapítási tényezője,

J_{mj} – a jobboldali rotor tehetetlenségi nyomatéka [kgm^2],

J_{mb} – a baloldali rotor tehetetlenségi nyomatéka [kgm^2]

ω_{mj} – a jobboldali rotor szögsebessége

ω_{mb} – a baloldali rotor szögsebessége

τ_{mj} – a jobb szervomotor meghajtó nyomatéka,

τ_{mb} – a bal szervomotor meghajtó nyomatéka.

M – a mobil robot tömege,

J – a mobil robot tehetetlenségi nyomatéka.

p - mobil robot tömegközéppontja P és az akadály közötti távolság,

θ_1 - a mobil robot haladási iránya és az akadály iránya közötti bezárt szög,

l - a mobil robot tömegközéppontja és a cél közötti távolság l ,

θ_2 - a mobil robot haladási iránya és az cél iránya közötti bezárt szög,

F_k - a külső erő vektora,

s_k - a külső erő támadáspontjának a helyzetvektora,

M_j - a külső nyomatékok vektora,

p - a ZMP pont helyzetvektora,

m_i - az i -edik szegmens tömege,

r_i - az i -edik szegmens tömegközéppontjának a helyzetvektora.

Ábrák, animációk, táblázatok jegyzéke

Ábrák

1.1. ábra: Rotációs robotcsukló vázlata.....	9
1.2. ábra: Transzlációs robotcsukló vázlata.....	10
1.3. ábra: Puma robot manipulátor.....	10
1.4. ábra: Scara szerelőrobot.....	12
1.5. ábra: Munkadarab áthelyezése az 1-es helyzetből a 2-es helyzetbe.....	13
1.6. ábra: Hat szabadságfokú robot manipulátor csuklókoordinátái.....	14
1.7. ábra: Robot manipulátorok ROLL, PITCH és YAW szögei.....	15
1.8. ábra: Robot manipulátorok effektorának világkoordinátái.....	16
1.9. ábra: A direkt és inverz kinematikai feladat koordináta-transzformáció struktúrája.....	17
1.10. ábra: Feladat meghatározás csuklókoordináták közvetlen megadásával.....	18
1.11. ábra: Nyugvó és mozgó koordinátarendszerek.....	19
1.12. ábra: A P pont helyzet-meghatározása.....	19
1.13. ábra: Derékszögű koordinátarendszerek helyzete a Denavit–Hartenberg-eljárás szerint és a q_i forgatás.....	21
1.14. ábra: Az elforgatott $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordinátarendszer d_i transzlációja.....	22
1.15. ábra: Az elforgatott és elmozdult $O_{i-1}x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ koordinátarendszer a_i transzlációja.....	23
1.16. ábra: A koordinátarendszer α_i forgatása.....	24
1.17. ábra: 2 csuklós és 2 szegmensű robot manipulátor vázlata.....	26
1.18. ábra: A robot manipulátor koordinátái.....	27
1.19. ábra: 3 csuklós és 3 szegmensű robot manipulátor vázlata.....	28
1.20. ábra: A robot manipulátor koordinátái.....	29
1.21. ábra: 3 csuklós és 3 szegmensű robot manipulátor vázlata.....	31
1.22. ábra: A robot manipulátor koordinátái.....	31
1.23. ábra: A mozgó koordinátarendszer rotációja a forgatási ψ szög szerint.....	33
1.24. ábra: A mozgó koordinátarendszer második rotációja a billentési szög θ szerint.....	34
1.25. ábra: A mozgó koordinátarendszer harmadik rotációja a csavarási φ szög szerint.....	34
1.26. ábra: Hengeres robotmanipulátor vázlata.....	38
1.27. ábra: Vonatkozási $O_{x_0}y_0z_0$ és mozgó $O^*x^*y^*z^*$ koordinátarendszerek.....	42
1.28. ábra: Az i -edik szegmens vektorai.....	44
2.1. ábra: Robotcsuklók erő- és nyomatékhatásai.....	51
2.2. ábra: Kinematikai és dinamikai mennyiségek számítási módja.....	53
2.3. ábra: A 2- szabadságfokú, 2 rotációs csuklóból álló robot manipulátor.....	56
2.4. ábra: A szervórendszer vázlata.....	61
2.5. ábra: A szervomotor telítés jellegű nemlinearitása.....	63
2.6. ábra: Fogaskerék-bolygómű vázlata.....	65
2.7. ábra: Hullámhajtómű.....	66
2.8. ábra: A direkt dinamikai feladat megoldásának algoritmusai.....	68
3.1. ábra: Hagyományos robotirányítás hierarchikus blokkvázlata.....	72
3.2. ábra: A robotirányítás decentralizált PD irányításának blokkvázlata.....	73
3.3. ábra: A robotirányítás modellreferenciás dinamikus végrehajtó szintű irányításának blokkvázlata.....	74
3.4. ábra: A kiszámított nyomatékok végrehajtó szintű irányításának blokkvázlata.....	76
3.5. ábra: Pálya, sebesség és gyorsulás diagramok.....	78
4.1. ábra: Merev robot manipulátor adaptív pozícióirányításának blokkvázlata.....	82
4.2. ábra: Rugalmas csuklójú robotmanipulátor adaptív pozícióirányításának blokkvázlata.....	87
4.3. ábra: Kétesuklós négy szabadságfokú SCARA típusú rugalmas robot manipulátor vázlata.....	88

4.4. ábra: A 2 csukló pályakövetési hibája.....	90
4.5. ábra: A 2-es számú csukló referens és valós szögsebessége	91
4.6. ábra: Az 1-es számú csukló meghajtó nyomatéka	91
4.7. ábra: SCARA robot manipulátor.....	92
4.8. ábra: Rugalmas csuklójú SCARA robot manipulátor adaptív pozícióirányításának blokkvázlata ..	93
4.9. ábra: A 4-es számú csukló referens és valós koordinátája [rad]	97
4.10. ábra: A 4-es számú csukló koordinátahibája q_4-q_{d4} [rad]	97
4.11. ábra: A 4-es számú csukló referens és valós szögsebessége [rad/s].....	97
5.1. ábra: Rugalmas csuklójú robot manipulátor pozíció-erő irányításának blokkvázlata.....	104
5.2. ábra: Rugalmas robot manipulátor pozíció-erő irányítási vázlata	105
5.3. ábra: A referens y_d és valós y világkoordináta változása	105
5.4. ábra: A referens F_d és valós F_x irányú erők változása.....	105
6.1. ábra: Két hajtókerekű mobil robot síkmozgása.....	108
6.2. ábra: Robotkerék csúszásmentes gördülése.....	108
6.3. ábra: Síkmozgást végző robotkerék dinamikája	110
6.4. ábra: Mobil robot kocsi dinamikai vázlata	111
6.5. ábra: Az akadály szöge θ_1 , a cél szöge θ_2 , az akadály távolsága l és a cél távolsága p	113
6.6. ábra: A fuzzy irányító blokk sémája	113
6.7. ábra: Az akadály távolságának p tagsági függvényei.....	114
6.8. ábra: Az akadály szögének θ_1 tagsági függvényei.....	114
6.9. ábra: A cél távolságának l tagsági függvénye	115
6.10. ábra: A cél szögének θ_2 tagsági függvényei	115
6.11. ábra: A meghajtókerekek szögsebesség különbségének $\Delta\omega = \omega_r - \omega_l$ tagsági függvényei ...	116
6.12. ábra: A mobil robot sebességének V tagsági függvényei	116
6.13. ábra: A fuzzy irányító szabályozási felülete	117
6.14. ábra: A hajtókerekek szögsebességeinek különbsége	117
6.15. ábra: A mobil robot súlypontjának sebességvetületei	118
6.16. ábra: Az x és y koordináták.....	118
6.17. ábra: Mobil robot vezeték nélküli irányítási rendszere.....	119
6.18. ábra: Mobil robot vezeték nélküli irányítási	120
6.19. ábra: Khepera III kereken gördülő mobil robot.....	120
7.1. ábra: 2 szabadságfokú lépegető robotmodell.....	125
7.2. ábra: A lépegető robot koordinátarendszere és a nyomaték nulla pont (ZMP) bemutatása	126
7.3. ábra: 20 szabadságfokú lépegető robotmodell.....	129
7.4. ábra: Kétlábon járó robot térbeli pozíciója 0.16 s elteltével	132
7.5. ábra: Kétlábon járó robot térbeli pozíciója 0.6 s elteltével	132
7.6. ábra: A ZMP x koordinátája	133
7.7. ábra: A ZMP y koordinátája	133
7.8. ábra: A bal térdcsukló referens koordinátája	133
7.9. ábra: A jobb térdcsukló referens koordinátája.....	134
7.10. ábra: A bal térdcsukló koordinátahibája	134
7.11. ábra: A jobb térdcsukló koordinátahibája	134
7.12. ábra: A bal térdcsukló szögsebessége.....	135
7.13. ábra: A jobb térdcsukló szögsebessége	135
7.14. ábra: x irányú reakcióerő a robottalpon.....	135
7.15. ábra: y irányú reakcióerő a robottalpon.....	136
7.16. ábra: z irányú reakcióerő a robottalpon.....	136
7.17. ábra: Terhelőnyomaték a robottal x tengelye körül.....	136
7.18. ábra: Terhelőnyomaték a robottal y tengelye körül.....	137
7.19. ábra: A jobb térdcsukló referens nyomatéka	137
7.20. ábra: Referens és valós nyomatékok a jobb térdcsuklón	137
7.21. ábra: A bal térdcsukló referens nyomatéka.....	138
7.22. ábra: Referens és valós nyomatékok a bal térdcsuklón	138

Animációk

1.1. animáció: Denavit–Hartenberg-elv	24
6.1. animáció: Mobil-robot-animáció	118

Táblázatok

1.1. táblázat: A feladat Denavit–Hartenberg paramétereit	27
1.2. táblázat: A feladat Denavit–Hartenberg paramétereit	29
1.3. táblázat: A feladat Denavit–Hartenberg paramétereit	32
7.1. táblázat: A humanoid robotmodell Denavit Hartenberg féle kinematikai paramétereit	130
7.2. táblázat: A humanoid robotmodell dinamikai paramétereit	131