

**Fodor Attila, Dr. Magyar Attila:**

## **Szabályozott villamos hajtások**



**A felsőfokú informatikai oktatás  
minőségének fejlesztése,  
modernizációja**

**TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0104**



*Főkezdményezett:*  
Pannon Egyetem  
8200 Veszprém  
Egyetem u. 10.

*Kedvezményezett:*  
Szegedi Tudományegyetem  
6720 Szeged  
Dugonics tér 13.



**2014**



**MAGYARORSZÁG MEGÚJUL**



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

# Szabályozott villamos hajtások

## Bevezetés, Villamos hajtás kinetikája

Fodor Attila és dr. Magyar Attila

Pannon Egyetem  
Műszaki Informatikai Kar  
Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék  
`foa@almos.vein.hu`

2014.

# Áttekintés

## 1 Bevezetés

- Oktatási anyag célja
- Oktatási anyag tematikája
- Ajánlott tankönyvek, jegyzetek
- Hajtástechnika történeti áttekintése
- Iparban alkalmazott villamos motortípusok

## 2 Villamos hajtás kinetikája

## 3 Felhasznált irodalom

# Oktatási anyag célja

- A hallgatók megismertetése a korszerű mikroprocesszoros szabályozott villamos hajtások alapjaival, modellezési és szabályozó tervezési módszereivel és a felhasznált korszerű teljesítményelektronikai eszközökkel és konverterekkel.

# Kapcsolódó tantárgyak

- Villamos mérnöki szak:
  - Villamosgépek előadás
  - Szabályozott villamos hajtások előadás
  - Szabályozott villamos hajtások gyakorlat
  - Szabályozott villamos hajtások labor
- Gépészmérnök szak:
  - Villamosgépek előadás

# Tantárgy tematikája

- Villamos hajtások dinamikája:  
mozgásegyenlet, indítási és elektromechanikai időállandók, robot és szervóhajtások különleges kérdései.
- Egyenáramú hajtások:  
motorok paraméterei, alapegyenletek, modellezés. Mechanikai és sebességi görbék, terhelhetőségi határok. Indítási és fékezési megoldások.
- Szinkronmotoros hajtások:  
Állandósult üzem egyenletei. Statikus és dinamikus stabilitási problémák.  
Tranziens üzem: indítás, szinkronozás, ön- és kényszerlengések.  
Frekvenciaváltós szinkron motoros hajtások szabályozása.  
Áramirányítós szinkron motor.
- Állandó mágneses szinuszos és négyszög mezőjű szinkronmotoros szervóhajtások szabályozása.

# Tantárgy tematikája

- Szabályozott egyenáramú hajtások változtatható feszültséggel: áramegyenirányítós hajtások, egyenáramú szaggató hajtások. Felépítés, vezérlés, jelleggörbék, folytonos és szaggatott áramvezetés.
- Aszinkronmotoros hajtások: Alapegyenletek, modellezés, jelleggörbék. Aszinkrongépek tranziens üzeme. Térvektoros reprezentáció. Frekvenciaváltós aszinkronmotoros hajtások. Közvetlen és közbenső egyenáramú körös frekvenciaváltók. Feszültséginverteres és áraminverteres hajtások. Impulzusszélesség moduláció. Felharmonikus veszteségek, nyomatéklüktetések. Inverteres hajtások szabályozása.
- Különleges aszinkronmotoros hajtások: direkt és indirekt mezőorientált hajtások, közvetlen nyomatékszabályozás (DTC) elve. Térvektor moduláció (SVM). Érzékelő nélküli hajtások. Megfigyelők és becslők alkalmazása az érzékelő nélküli hajtásoknál.

# Tantárgy tematikája

- Léptetőmotoros hajtások  
Léptetőmotorok felepítése, működése, vezérlése
- Villamos hajtások tervezése:  
a motor, frekvenciaváltó, hajtás kiválasztása,  
szabályozástechnikai elvek és módszerek kiválasztása, mesterséges  
intelligencia elemei a hajtásszabályozásokban.  
Valós idejű implementáció kérdései.
- Megújuló energiához kapcsolódó hajtások



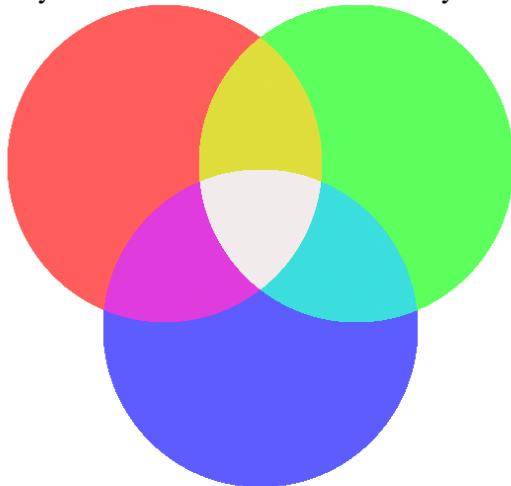
# Ajánlott tankönyvek, jegyzetek

- Dr. Halász Sándor: Villamos hajtások, Egyetemi tankönyv , ISBN 9634505171, Rotel Kft. Budapest, 1993.
- Dr. Halász Sándor: Automatizált villamos hajtások I. II., Tankönyvkiadó, 1989. 1998.
- Dr. Jamniczky Árpád: Villamos gépek üzemtana, Veszprémi Vegyipari Egyetem, 1984
- Dr. Schmidt István, Dr. Vincze Gyuláné, Dr. Veszprémi Károly: Villamos és szervó- és Robothajtások, Műegyetemi Kiadó, 2000
- Paul. M. Anderson, B. L. Agrawal, J. E. Van Ness: Subsynchronous Resonance in Power Systems, IEEE Press, 1989
- Paul. M. Anderson, AAbdel-Azis. A. Fouad: Power System Control and Stability, The Iowa State University Press, Ames Iowa USA, 1977
- Dr. Hunyár Mátyás, Dr. Kovács Károly, Németh Károly, Dr. Schmidt István, Dr. Veszprémi Károly: Energiatakarékos és hálózatbarát villamos hajtások, Műegyetemi Kiadó, 1998
- Monan N., Underland T.M., W. P. Robbins: Power Electronics. Converters, Applications and Design, Wiley, 1995

## Ismeretkör elhelyezkedése az eddigi tanulmányok között

Teljesítményelektronika

Irányítástechnika



Villamos gépek

# Hajtástechnika történeti áttekintése

- Hidraulikus/Szél energiás hajtások
- Gőzgépes hajtások
- Villamos hajtások I.
  - Közös/Csoportos hajtás (több munkagépnek)
  - Munkagépenkénti hajtás
  - Többmotoros hajtások
- Villamos hajtások II.
  - Automatizált villamos hajtások
  - Teljesítmény, fordulatszám szabályozás
- Villamos hajtások III.
  - Modern informatikai szabályozóval rendelkező villamos hajtások
  - Számítógépes vezérlés
  - Mezőorientált hajtások, DTC, érzékelő nélküli hajtások

# Iparban alkalmazott villamos motortípusok

- Egyenáramú motor
  - Szénkefés egyenáramú motor (DC)
  - Elektronikus kommutációjú egyenáramú motor (ECDC)
- Aszinkron motor
- Szinkron motor
  - "Klasszikus" szinkron motor
  - Állandó mágneses szinkron motor (PMSM, BLDC)
- Léptetőmotor
- Reluktancia motor
- Lineáris motor

# Gép üzemállapota

- A gép állapotát minden pillanatban a villamos és a mechanikai paraméterek határozzák meg.
- Villamos paraméterek:
  - Feszültség
  - Áram
  - Teljesítmény (P, Q, S)
  - Teljesítmény tényező
  - ...
- Mechanikai paraméterek:
  - Nyomaték
  - Fordulatszám, szöggyorsulás
  - Mechanikai teljesítmény
  - Tehetetlenségi nyomaték
  - ...

# Áttekintés

## 1 Bevezetés

## 2 Villamos hajtás kinetikája

- Gép üzemállapota
- Mechanikai rendszerek modellezése
  - Newton törvények
  - Forgó rendszerek
  - Rugó - tömeg rendszerek
  - Csillapított rugó - tömeg rendszerek
  - Emelő
  - Csigasor
  - Áttétel
  - Tömeg, gyorsítóerő, nyomaték
  - Haladómozgás-Forgómozgás
  - Tehetetlenségi nyomaték
  - Lendítőnyomaték
- Közös tengelyre való számolás
- Példa - Örvényáramú fék

# Newton törvények

## (I. Tehetetlenség törvénye)

Külső erők hiányában  $m \cdot \underline{v} = \text{állandó}$ , illetve  $\Theta \cdot \underline{\omega} = \text{állandó}$

## (II. A dinamika alaptörvénye)

Adott irányban ható erők és ugyanolyan irányú gyorsulás esetén (**Rögzített forgástengely, illetve ezen tengely körül ható forgatónyomatékok esetén**)

$$\sum_i F_i = m \cdot a, \quad \left( \sum_j M_j = \Theta \cdot \varepsilon \right)$$

## (III. Hatás-ellenhatás törvénye)

Két test kölcsönhatása során mindkét testre azonos nagyságú, egymással ellentétes irányú erő hat.

## (IV. Erőhatások függetlenségének törvénye)

Szuperpozíció elve

# Fogalmak

- (Forgató)nyomaték ( $M$ ): erő  $\times$  erőkar
- Merev test: nem deformálódik, pontjainak egymáshoz viszonyított távolsága állandó
- Tehetetlenségi nyomaték ( $\Theta$ ):
  - $\sim$  tömeg, forgómozgásnál
  - adott forgástengelyre vonatkozik

$$\Theta = \int r^2 dm$$

$$\begin{aligned}\Theta_x &= \int (y^2 + z^2) dm \\ \Theta_y &= \int (x^2 + z^2) dm \\ \Theta_z &= \int (x^2 + y^2) dm\end{aligned}$$



# Tehetlenség

- Tömeg: egységnyi gyorsulásváltozáshoz szükséges erőváltozás

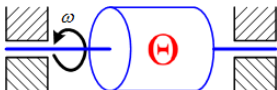
$$\text{tehetlenség } (m) = \frac{\Delta F}{\Delta a} \frac{\text{N}}{\text{m/s}^2} = \text{kg}$$

- Tehetlenségi nyomaték: egységnyi szöggyorsulásváltozáshoz szükséges forgatónyomaték-változás

$$\text{tehetlenség } (\Theta) = \frac{\Delta M}{\Delta \varepsilon} \frac{\text{Nm}}{\text{rad/s}^2} = \text{kgm}^2$$

# Forgó rendszerek

- Pl: csapágyazott forgórész mozgása



- Mozgásegyenletek (Newton II.-ből) - elsőrendű rendszer

$$\Theta \dot{\omega} = -b\omega, \quad \omega(0) = \omega_0$$

- Laplace-transzformációval ( $\Omega(s) = \mathcal{L}\{\omega(t)\}$ ):

$$\Theta (s\Omega(s) - \omega(0)) + b\Omega(s) = 0 \quad \Rightarrow \quad \Omega(s) = \frac{\omega_0}{s + \frac{b}{\Theta}}$$

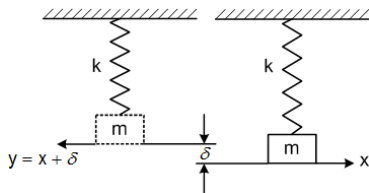
- Megoldás (inverz-Laplace transzformációval):

$$\omega(t) = \omega_0 e^{-\frac{b}{\Theta}t}$$

# Rugóra erősített tömeg

- A függőleges mozgásért felelős erők:
  - rugóerő ( $k \cdot y$ )
  - gravitációs erő ( $m \cdot g$ )
- Mozgásegyenletek (másodrendű rendszer)

$$m \cdot \ddot{x} = \sum F = -k \cdot y + m \cdot g$$



- Egyszerűsítve ( $k\delta = mg$ ) a differenciálegyenlet:  $m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0$
- Laplace-transzformációval:

$$m [s^2 X(s) - sx(0) - \dot{x}(0)] + kX(s) = 0 \quad \Rightarrow \quad X(s) = \frac{\dot{x}(0)}{s^2 + \frac{k}{m}} + \frac{sx(0)}{s^2 + \frac{k}{m}}$$

- Megoldás (inverz-Laplace transzformációval):

$$x(t) = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t, \quad \text{feltéve, hogy } x(0) = x_0, \quad \text{és } \dot{x}(0) = 0$$

## Csillapított rugóra erősített tömeg

- A függőleges mozgásért felelős erők:

- rugóerő ( $k \cdot x$ )
- csillapító erő ( $b \cdot \dot{x}$ )
- gravitációs erő ( $m \cdot g$ )

- Mozgásegyenletek (másodrendű rendszer)

$$m \cdot \ddot{x} = \sum F = -k \cdot x - b \cdot \dot{x}$$

- Legyen  $m = 0.1 \text{ kg}$ ,  $b = 0.4 \frac{\text{N}}{\text{m/s}}$ ,  $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , ekkor:

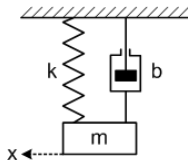
$$\ddot{x} + 4 \cdot \dot{x} + 40 \cdot x = 0$$

- Laplace-transzformációval:

$$X(s) = \frac{(s+4)x_0}{s^2 + 4s + 40} = \frac{1}{3}x_0 \frac{6}{(s+2)^2 + 6^2} + x_0 \frac{s+2}{(s+2)^2 + 6^2}$$

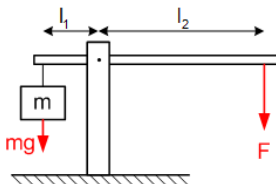
- Megoldás (feltéve, hogy  $x(0) = x_0$  és  $\dot{x}(0) = 0$ ):

$$x(t) = e^{-2t} \left( \frac{1}{3} \sin(6t) + \cos(6t) \right) x_0$$



# Emelő

- Olyan eszköz, amely energiát közvetít a rendszer két része között



- Ha az emelő egyensúlyban van

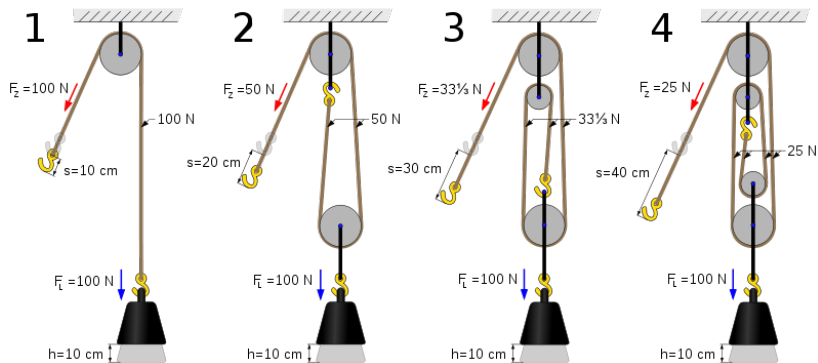
$$l_1 \cdot mg = l_2 \cdot F$$

- Azaz az emelő egyensúlyban tartásához szükséges  $F$  erő

$$F = \frac{l_1}{l_2} mg, \quad \text{ha } l_1 < l_2, \text{ akkor } F < mg$$

# Csigasor

- $k$  csigából álló sor esetén a kifejtendő erő a  $k$ -ad részére csökken és a kötel vége által megtett út a  $k$ -szorosára nő
- csigák tömege  $m$ -ben szerepel, súrlódás elhanyagolható



# Áttétel

- Sebesség, illetve nyomaték átalakításra alkalmas
- Ha a sugarak  $r_1$  és  $r_2$ , illetve a fogak száma  $n_1$  és  $n_2$ , akkor

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

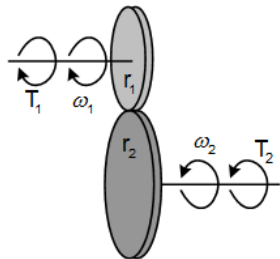
- A kerületi sebességek megegyeznek:

$$r_1\omega_1 = r_2\omega_2$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

- A nyomatékok közti kapcsolat

$$M_1\omega_1 = M_2\omega_2$$



# Tehetetlen tömeg és gyorsítóerő

- Newton törvények alapján

$$F = ma = m \frac{dv}{dt}$$

- Ahol:

- $m$ : tömeg
- $v$ : sebesség
- $a = \frac{dv}{dt}$ : gyorsulás

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

- Ahol:

- $\omega$ : szögsebesség
- $\varepsilon$ : szöggyorsulás



# Gyorsító nyomaték (dinamikai nyomaték)

$$M = \Theta \varepsilon = \Theta \frac{d\omega}{dt} = \Theta 2\pi \frac{dn}{dt}$$

- Ahol:
  - $M$ : nyomaték
  - $\varepsilon$ : szöggyorsulás
  - $\Theta$ : tehetetlenségi nyomaték
  - $n$ : fordulatszám

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

- Ahol:
  - $\omega$ : szögsebesség
  - $\varepsilon$ : szöggyorsulás

# Haladómozgás-Forgómozgás

- Mechanikai egyenletek:

	Haladómozgás	Forgómozgás
Mechanikai teljesítmény	$P_m$	$P_m$
Dinamikai erő és nyomaték	$F_d$	$M_d$
Kinetikai energia (mozgási és forgási)	$W_k$	$W_k$

# Haladómozgás-Forgómozgás

- Megfelelőségek a haladó és a forgómozgás között:

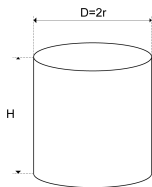
	Haladómozgás	Forgómozgás
Erő Nyomaték	$F_d$	$M$
Sebesség Szögsebesség	$v$	$\omega$
Tömeg Tehetetlenségi nyomaték	$m$	$\Theta$
Gyorsulás Szöggyorsulás	$a$	$\varepsilon$
Út Elfordulás	$s$	$\alpha$

# Tehetlenségi nyomaték

$$\Theta = \int_0^m r^2 dm$$

- A gépek alkatrészei nem pontosan írhatóak le matemaikailag
- Nehezen kiszámolható az értéke
- Táblázatból kikereshetőek a gyakran előforduló testek tehetlenségi nyomatékai.

## Tehetlenségi nyomaték (példa - tömör henger)



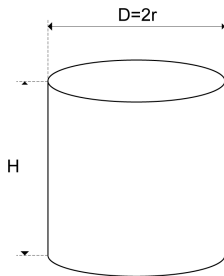
$$\Theta = \int_0^m r^2 dm$$

$$\Theta = \frac{\pi}{2} H \rho r^4$$

$$\Theta = \frac{1}{2} m r^2$$

- Ahol:
  - $\Theta$ : tehetlenségi nyomaték
  - $H$ : henger hossza
  - $\rho$ : sűrűség
  - $D = 2r$ : átmérő

# Tehetlenségi nyomaték (példa - vékony falú hanger)

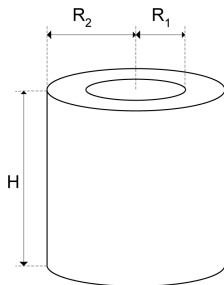


$$M = \Theta = \int_0^m r^2 dm$$
$$\Theta = mr^2$$

- Ahol:

- $\Theta$ : tehetlenségi nyomaték
- $H$ : henger hossza
- $\rho$ : sűrűség
- $D = 2r$ : átmérő

## Tehetetlenségi nyomaték (példa - cső)



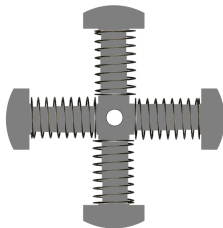
$$\Theta = \Theta_1 - \Theta_2 = \frac{1}{2}(m_2 \cdot R_2^2 - m_1 \cdot R_1^2)$$

$$\Theta = \frac{1}{2}(R_2^2 H \pi \rho R_2^2 - R_1^2 H \pi \rho R_1^2)$$

$$\Theta = \frac{1}{2} \cdot H \cdot \pi \cdot \rho (R_2^2 - R_1^2) (R_2^2 + R_1^2)$$

$$\Theta = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R_2^2 + R_1^2)$$

## Tehetetlenségi nyomaték (példa - motor forgórész)



$$\Theta = \frac{H \cdot \pi \cdot \rho}{2} \cdot (R_1^2 + 2 \cdot \frac{nr^2}{3H} (R_2^3 + R_1^3) + (R_3^4 - R_2^4))$$



# Tehetetlenségi nyomaték (redukciós tényező)

- Alkatrészek redukciós tényezői:
  - Alkatrészek redukciós tényezői:

Alkatrész	Redukciós tényező
Villamos motor forgórésze	0.55 – 0.65
Tömör tárcsa, tengelykapcsoló, Fogaskerék	0.6 – 0.8
Küllős tárcsa, tengelykapcsoló, Fogaskerék	0.7 – 0.85
Küllős kerék	0.9 – 0.95

# Tehetlenségi nyomaték (redukciós tényező)

- A kevesebb számolás miatt a tehetlenségi nyomatékot redukálni szokták
- A redukálás után a redukciós tényezővel kell csak számolni
- $k_t$ : redukciós tényező
- Példa: (cső)

$$\Theta = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (R_2^2 + R_1^2)$$

$$\Theta = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R_2^2 \left(1 + \frac{R_1^2}{R_2^2}\right)$$

$$\Theta = m \cdot R_2^2 \cdot \frac{1 + \frac{R_1^2}{R_2^2}}{2} = m \cdot R_2^2 \cdot k_t$$

$$\Theta = k_t \cdot m R_2^2$$

# Tehetetlenségi nyomaték (tömeg redukálása)

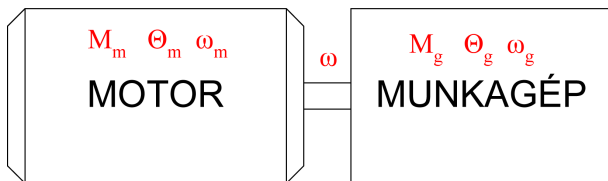
- Bizonyos esetekben egyszerűbb a tömeget átszámolni (redukálni)
- A redukálás után a redukált tömeggel kell számolni
- $m_{red}$ : redukált tömeg

$$m_{red} = k_t \cdot m$$

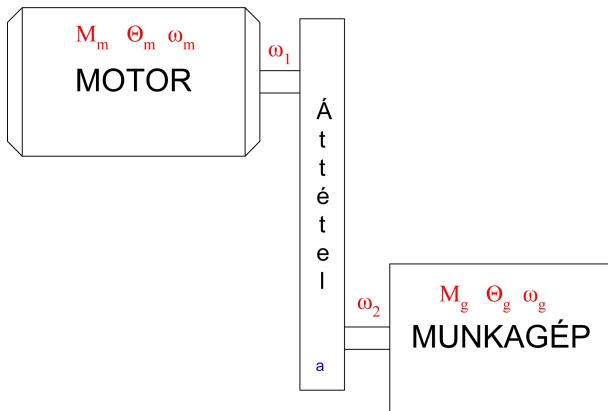
$$\Theta = m_{red} \cdot R^2$$

# Lendítőnyomaték

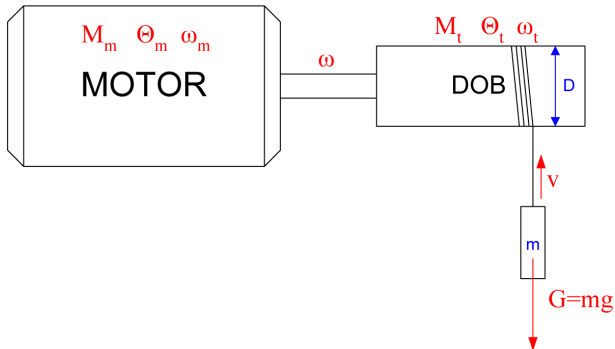
# Forgó munkagép



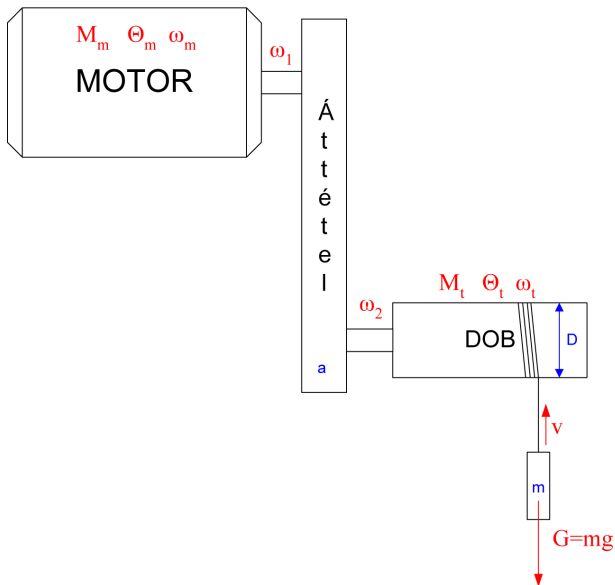
# Forgó munkagép áttétellel



# Haladó mozgású munkagép

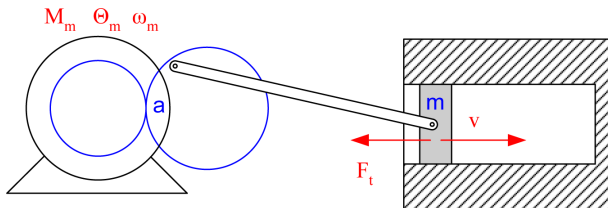


## Haladó mozgású munkagép áttétellel



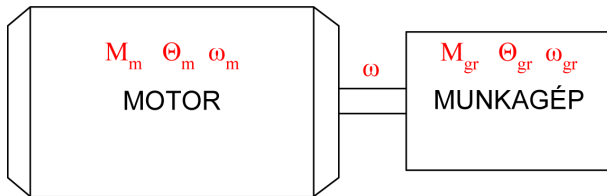


# Haladó mozgású változó áttételű munkagép



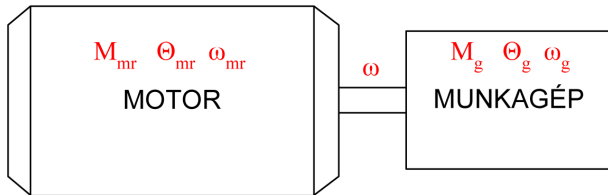
# Egytengelyű (redukált) rendszer

- Motor tengelyére átszámítva



# Egytengelyű (redukált) rendszer

- Munkagép tengelyére átszámítva



# Egytengelyű (redukált) rendszer

- A két rendszer ekvivalens egymással:
  - Minden időpillanatban megegyezik a felvett teljesítmény
  - Minden időpillanatban megegyezik a leadott teljesítmény
  - Minden időpillanatban megegyezik a mozgási energia

$$M_{tr} \cdot \omega = M_t \cdot \omega_g \cdot \frac{1}{\mu_a}$$

$$\frac{\Theta_{tr} \cdot \omega^2}{2} = \frac{\Theta_t \cdot \omega_g^2}{2}$$

- Ahol:
  - $\Theta_t$ : tehetetlenségi nyomaték
  - $\mu_a$ : áttétel hatásfoka
  - $a = \frac{\omega}{\omega_g}$ : áttétel

# Egytengelyű (redukált) rendszer

- Hajtásoknál

$$M_{tr} = M_t \frac{1}{a\mu_a}$$

$$\Theta_{tr} = \Theta_t \frac{1}{a^2}$$

- Visszatápláláskor

$$M_{tr} = M_t \frac{\mu_a}{a}$$

$$\Theta_{tr} = \Theta_t \frac{1}{a^2}$$

- Ha  $\mu_a < 0.5$  önzáró a hajtás

# Haladó mozgást végző rendszer

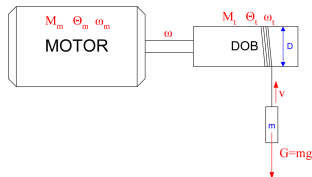
- Normál esetben

$$M_{tr} \cdot \omega = G \cdot v_g \frac{1}{\mu_a}$$

$$\Theta_{tr} \frac{\omega^2}{2} = \frac{m \cdot v_g^2}{2}$$

- Ahol:

- $G$ : Emelt súlya
- $m$ : Emelt tömeg



# Haladó mozgást végző rendszer

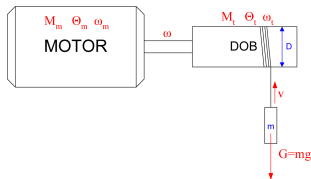
- Átszámított értékekkel

$$M_{tr} = \frac{G \cdot v_g}{\omega} \frac{1}{\mu_a} = \frac{G \cdot r_d}{a} \frac{1}{\mu_a}$$

$$\Theta_{tr} = \frac{v_g^2}{\omega^2} \frac{m}{a^2} r_d^2$$

- Ahol:

- $r_d$ : Kötéldob sugara
- $a = \frac{\omega}{\omega_d}$
- $\omega_d$ : dob szögsebessége

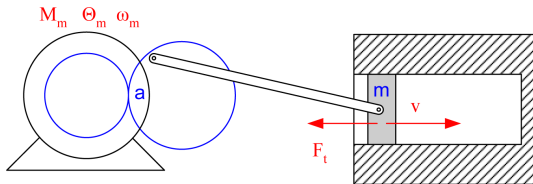


# Haladó mozgású változó áttételű munkagép

$$a = \frac{\omega}{v_g} = a_f f(\alpha_k)$$

- Ahol:

- $a_f$ : Fogaskerék áttétele
- $a = \frac{\omega}{\omega_d}$
- $\omega_d$ : dob szögsebessége

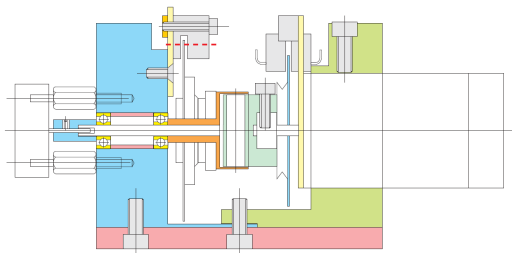




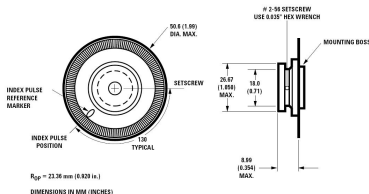
# Egyszerű robotkar vázlata

# Példa - Örvényáramú fék tehetlenségének számítása (ábra)

- Kis méretű örvényáramú fék



- Increment tárcsa



# Példa - Örvényáramú fék tehetlenségének számítása

- Tengely:  
Tömör alumínium hengerrel modellezhető (csapágy forgórészével)

$$\Theta_{tengely} = \frac{\pi}{2} H \rho r^4$$

$$\Theta_{tengely} = \frac{\pi}{2} \cdot 0.043m \cdot 2702 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.0029m)^4 = 1.2908 \cdot 10^{-8} \cdot kg \cdot m^2$$

- Ahol:
  - $\Theta$ : tehetlenségi nyomaték
  - $H$ : henger hossza
  - $\rho$ : sűrűség

# Példa - Örvényáramú fék tehetlenségének számítása

- Persely:

Tömör alumínium henger és egy vékonyfalú cső

$$\Theta_{perselytomor} = \frac{\pi}{2} H \rho r^4$$

$$\Theta_{tengelyfal} = \frac{\pi}{2} \cdot H \rho \cdot (R_2^4 - R_1^4)$$

$$\Theta_{perselytomor} = \frac{\pi}{2} 0.002 m \cdot 2702 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.021 m)^4 = 1.6507 \cdot 10^{-6} \cdot kg \cdot m^2$$

$$\Theta_{tengelyfal} = \frac{\pi}{2} \cdot 0.0096 m \cdot 2702 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.01^4 - 0.009^4) = 1.401 \cdot 10^{-7} \cdot kg \cdot m^2$$

- Ahol:

- $\Theta$ : tehetlenségi nyomaték
- $H$ : henger és a persely hossza
- $\rho$ : sűrűség
- $R_1, R_2$ : külső és belső sugár

# Példa - Örvényáramú fék tehetlenségének számítása

- Increment adó:

Lyukas alumínium henger és egy vékony acél henger

$$\Theta_{incrementhaz} = \frac{\pi}{2} H \rho_{Al} \cdot (R_2^4 - R_1^4)$$

$$\Theta_{increment} = \frac{\pi}{2} \cdot H \rho_{Fe} \cdot (R_2^4 - R_1^4)$$

$$\Theta_{incrementhaz} = \frac{\pi}{2} \cdot 0.0105m \cdot 2702 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.0133^4 - 0.0029^4) = 1.391 \cdot 10^{-6} \cdot kg \cdot m^2$$

$$\Theta_{increment} = \frac{\pi}{2} \cdot 0.0005m \cdot 7860 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.0253^4 - 0.0029^4) = 2.529 \cdot 10^{-6} \cdot kg \cdot m^2$$

- Ahol:

- $\Theta$ : tehetlenségi nyomaték
- $H$ : henger és az increment tárcsa vastagsága
- $\rho$ : sűrűség (vas és alumínium)
- $R_1, R_2$ : külső és belső sugár

# Példa - Örvényáramú fék tehetlenségének számítása

- A teljes forgórész tehetlenségi nyomatéka:  
Az alkatrészek tehetlenségi nyomatékának az összege

$$\Theta = \Theta_{tengely} + \Theta_{perselytomor} + \Theta_{tengelyfal} + \Theta_{inkrementhaz} + \Theta_{inkrement}$$

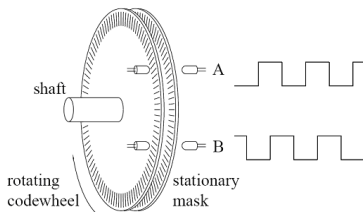
$$\begin{aligned}\Theta &= 1.2908 \cdot 10^{-8} \cdot kg \cdot m^2 + 1.6507 \cdot 10^{-6} \cdot kg \cdot m^2 + 1.401 \cdot 10^{-7} \cdot kg \cdot m^2 + \\ &\quad + 1.391 \cdot 10^{-6} \cdot kg \cdot m^2 + 2.529 \cdot 10^{-6} \cdot kg \cdot m^2 \\ \Theta &= 5.7237 \cdot 10^{-6} \cdot kg \cdot m^2\end{aligned}$$

# Példa - Probléma a méréssel

- A tesztelendő motor nyomaték mérésénél nem a valós nyomatékot mérjük
- A mérésnél a féknek, az inkrement adónak és a csapágyaknak van tehetetlensége, így azok lendülete még tovább mozgatja a tengelyt annak ellenére, hogy a motor már nem tud akkora nyomatékot kifejteni, amennyi a tengely mozgatásához szükséges lenne.
- Megoldás:  
Meg kell határozni, hogy egy léptetőmotor lépésnyi szöggel való lassulás fedezéséhez mekkora energia szükséges

# Példa - Increment tárcsa és mérhető szög:

- Az increment tárcsával érzékelhető szög:



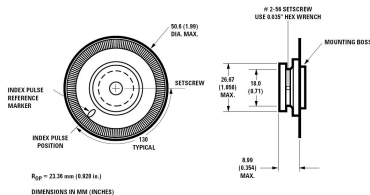
- Tárcsa osztásainak száma:  $x$
- Felbontás:  $x \cdot 4$  (digitális jelként kezelve A és B csatorna)
- Érzékelhető elfordulás (fok):

$$\frac{360^\circ}{x \cdot 4}$$



# Példa - Increment tárcsa és mérhető szög

- A tengelyre fel van szerelve egy nagy felbontású increment tárcsa



- Tárcsa osztásainak száma: 1024
- Felbontás:  $1024 \cdot 4 = 4096$
- Érzékelhető elfordulás (fok):

$$\frac{360^\circ}{1024 \cdot 4} = 0.08789^\circ$$

- Érzékelhető elfordulás (radian):

$$\frac{2\pi}{1024 \cdot 4} = 0.001534$$

## Példa - Örvényáramú fék nyomatékszámítása



$$\sum M = M_{gy} - M_l = M_t$$

- Ahol:
  - $\Theta$ : a tengelyen lévő alkatrészek tehetetlenségi nyomatéka
  - $\omega$ : a tengely szögsebessége
  - $M_l$ : a tengelyt lassító nyomaték
  - $M_{gy}$ : a tengelyt gyorsító nyomaték
  - $M_t$ : a tehetetlenségből származó nyomaték

# Példa - Örvényáramú fék nyomatékszámítása

- Felírva a rendszerre ható erőket:

$$M_{gy} = M_t + M_l$$

$$M_t = M_{gy} - M_l = \Theta \cdot \varepsilon$$

- Ahol:
  - $\Theta$ : a tengelyen lévő alkatrészek tehetetlenségi nyomatéka
  - $\varepsilon$ : a tengely szöggyorsulása
- Meg kell vizsgálni, hogy a tehetetlenségből adódó nyomaték a motor mérendő nyomatékához hogyan aránylik
- Ha  $\Theta \cdot \varepsilon$  nagyságrenddel kisebb, mint a motor nyomatéka, akkor elhanyagolható

# Példa - Örvényáramú fék nyomatékszámítása

- A tehetetlenségi nyomaték a számításokból adott:

$$\Theta = 5.7237 \cdot 10^{-6} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

- Érzékelhető elfordulás (radian):

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi}{1024 \cdot 4} = 0.001534$$

- Szöggyorsulás:

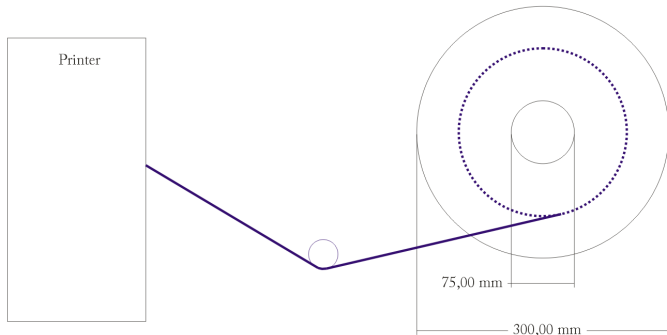
$$\varepsilon = \frac{\alpha\omega}{\Delta t} = \frac{2\pi}{1024 \cdot 4 \cdot \Delta t}$$

- Ha a lassulási idő 1 másodperc, akkor a szöggyorsulás nagysága  $3.068 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}^2}$  (Gyakorlatban ennél rövidebb az idő)
- Ekkor  $\Theta \cdot \varepsilon$  nagyságrenddel kisebb, mint a motor nyomatéka, így elhanyagolható

$$\Theta \cdot \varepsilon = 1.756 \cdot 10^{-8} \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

# Példa - Hajtás méretezése (tekerclső, ábra)

- Tekercslő motor méretezése nagy sebességű nyomtatóhoz  
Maximális nyomtatási sebesség: 12 inch/sec  
Gyorsítási idő: 22.2ms



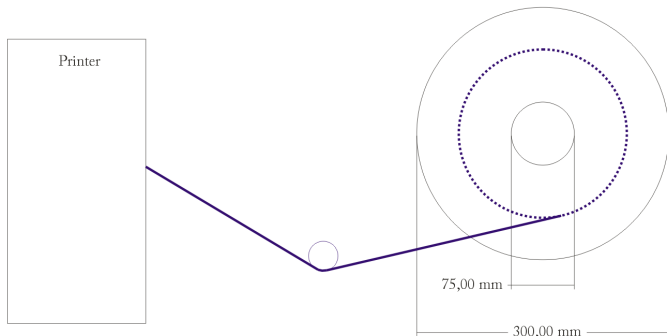
# Példa - Hajtás méretezése (tekerceslő, papír buffer)

- Papír buffer:

A tekerceslő és a papírtekerecs között egy kevés buffer helyezkedik el

A kar elsődleges feladata: szabályozáshoz ellenőrző jel

A tekerceslő felgyorsításáig a papír innen fedezhető



# Példa - Hajtás méretezése (tekerceslő, méretek)

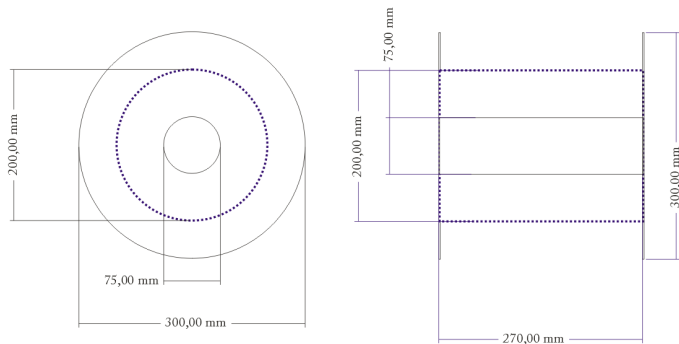
- Méretek:

Tengely átmérője: 75 mm

Külső papírvezető átmérője: 300 mm

Papírtekercs átlagos átmérője: 200 mm

Maximális tengelyszélesség: 270 mm



# Példa - Hajtás méretezése (lépések)

- A méretezésnél a legrosszabb tehetetlenségi nyomatékkal kell számolni:  
Maximális nyomtatási sebesség  
Maximális papírszélesség  
Teljes tekercs papír kis fordulatszámmal vagy szinte üres papírtekercs nagy fordulatszámmal?
- Legrosszabb esettel meg kell határozni a mozgási energiát (gyorsításhoz szükséges munkát)
- Meg kell határozni az adott gyorsítási időhöz tartozó teljesítményt
- A mechanikai áttételek hatásfokának a figyelembevételével meg kell határozni a motor teljesítményét



# Példa - Hajtás méretezése (tehetetlenségi nyomaték)

- Papír:  
Homogén papírt feltételezve

$$\Theta_{\text{papir}} = \frac{1}{2} H \cdot \pi \cdot \rho_p \cdot (R_2^2 - R_1^2) \cdot (R_2^2 + R_1^2)$$

- Ahol:
  - $\Theta$ : tehetetlenségi nyomaték
  - $H$ : papír szélessége
  - $\rho_p$ : papír sűrűsége
  - $R_1, R_2$ : külső és belső sugár

# Példa - Hajtás méretezése (tehetetlenségi nyomaték)

- Közel üres tekercs vékony tekercs papírral

$$\Theta_{uresvekonypapir} = \frac{1}{2} \cdot 0.05 \text{ m} \cdot \pi \cdot 925 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot ((0.085 \text{ m}/2)^2 - (0.075 \text{ m}/2)^2) \cdot ((0.085 \text{ m}/2)^2 + (0.075 \text{ m}/2)^2) = 0.00009335 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

- Közel üres tekercs teljes szélességű papírtekerccsel

$$\Theta_{uresszelespapir} = \frac{1}{2} \cdot 0.21 \text{ m} \cdot \pi \cdot 925 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot ((0.085 \text{ m}/2)^2 - (0.075 \text{ m}/2)^2) \cdot ((0.085 \text{ m}/2)^2 + (0.075 \text{ m}/2)^2) = 0.0003921 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

# Példa - Hajtás méretezése (tehetetlenségi nyomaték)

- Teljes tekercs vékony tekercs papírral

$$\Theta_{teljesvekonypapir} = \frac{1}{2} \cdot 0.05m \cdot \pi \cdot 925 \frac{kg}{m^3} \cdot ((0.3m/2)^2 - (0.075m/2)^2) \cdot ((0.3m/2)^2 + (0.075m/2)^2) = 0.036634 \cdot kg \cdot m^2$$

- Teljes tekercs teljes szélességű papírtekerccsel

$$\Theta_{teljesszelespapir} = \frac{1}{2} \cdot 0.21m \cdot \pi \cdot 925 \frac{kg}{m^3} \cdot ((0.3m/2)^2 - (0.075m/2)^2) \cdot ((0.3m/2)^2 + (0.075m/2)^2) = 0.1538627 \cdot kg \cdot m^2$$

# Példa - Hajtás méretezése (tehetetlenségi nyomaték)

- Tengely és papírvezetők tehetetlenségi nyomatéka:  
Tömör acél (vas) hengerrel modellezhetőek

$$\Theta_{tengely} = \frac{1}{2} H_{tengely} \cdot \pi \cdot \rho_{Fe} \cdot (R_2^2 - R_1^2) \cdot (R_2^2 + R_1^2) + \\ + 2 \cdot \frac{1}{2} H_{tarto} \cdot \pi \cdot \rho_{Fe} \cdot (R_2^2 - R_1^2) \cdot (R_2^2 + R_1^2)$$

- Ahol:
  - $\Theta$ : tehetetlenségi nyomaték
  - $H$ : Tengely hossza
  - $\rho_{Fe}$ : vas sűrűsége
  - $R_1, R_2$ : külső és belső sugár

# Példa - Hajtás méretezése (tehetetlenségi nyomaték)

- Tengely és papírvezetők tehetetlenségi nyomatéka:  
Tömör acél (vas) hengerrel modellezhetőek

$$\Theta_{tengely} = \frac{1}{2} 0.27 m \cdot \pi \cdot 7800 \frac{kg}{m^3} \cdot$$

$$\cdot ((0.075 m/2)^2 - (0.072 m/2)^2) \cdot ((0.075 m/2)^2 + (0.072 m/2)^2) +$$

$$+ 2 \cdot \frac{1}{2} 0.002 m \cdot \pi \cdot 7800 \frac{kg}{m^3} \cdot$$

$$\cdot ((0.3 m/2)^2 - (0.075 m/2)^2) \cdot ((0.3 m/2)^2 + (0.075 m/2)^2)$$

$$\Theta_{tengely} = 0.0256986 \cdot kg \cdot m^2$$

# Példa - Hajtás méretezése (tehetetlenségi nyomaték)

- A karon lévő vezetőhenger tehetetlenségi nyomatéka:  
Tömör gumihengerrel modellezhető

$$\Theta_{kar} = \frac{1}{2} H_{tengely} \cdot \pi \cdot \rho_{gumi} \cdot (R_2^2 - R_1^2) \cdot (R_2^2 + R_1^2)$$

$$\Theta_{kar} = \frac{1}{2} 0.25m \cdot \pi \cdot 2100 \frac{kg}{m^3} \cdot ((0.035m/2)^2 - (0.01m/2)^2) \cdot ((0.035m/2)^2 + (0.01m/2)^2) = 0.000076827 \cdot kg \cdot m^2$$

- Ahol:
  - $\Theta$ : tehetetlenségi nyomaték
  - $H$ : tengely hossza
  - $\rho_{gumi}$ : gumi sűrűsége
  - $R_1, R_2$ : külső és belső sugár

# Példa - Hajtás méretezése (tehetetlenségi nyomaték)

- A legnagyobb tehetetlenségi nyomaték kiszámítása:  
A kiszámított tehetetlenségi nyomatékok összege

$$\Theta = \Theta_{kar} + \Theta_{tengely} + \Theta_{papir}$$

$$\Theta_{max} = 0.1796381 \cdot kg \cdot m^2$$

$$\Theta_{min} = 0.02586879 \cdot kg \cdot m^2$$

# Példa - Hajtás méretezése (szögsebesség)

- A szögsebesség meghatározása:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{\text{Papír sebessége}}{\text{Papírtekerics átmérője}}$$

- Ahol:
  - $\omega$ : szögsebesség
  - $v$ : sebesség
  - $r$ : sugár



# Példa - Hajtás méretezése (szögsebesség)

- A szögsebesség meghatározása:

Papír sebessége	Papírtekerccs sugara 8.5 cm	Papírtekerccs sugara 20 cm	Papírtekerccs sugara 30 cm
$6 \frac{\text{inch}}{\text{sec}}$	$1.793 \frac{1}{\text{rad}}$	$0.762 \frac{1}{\text{rad}}$	$0.508 \frac{1}{\text{rad}}$
$12 \frac{\text{inch}}{\text{sec}}$	$3.586 \frac{1}{\text{rad}}$	$1.524 \frac{1}{\text{rad}}$	$1.016 \frac{1}{\text{rad}}$

# Példa - Hajtás méretezése (mozgási energia)

- A mozgási energia meghatározása:

$$W = \frac{1}{2} \Theta \omega^2$$

Papír sebessége	Papírtekercs sugara	Papírtekercs sugara
	8.5 cm	30 cm
6 <i>inch/sec</i>	0.04158 J	0.02318 J
12 <i>inch/sec</i>	0.16633 J	0.09272 J

- Ahol:
  - $W$ : mozgási energia
  - $\Theta$ : tehetetlenségi nyomaték
  - $\omega$ : szögsebesség

# Példa - Hajtás méretezése (teljesítmény)

- A szükséges teljesítmény meghatározása:

$$P = \frac{W}{t}$$

Papír sebessége	Papírtekercs sugara 8.5 cm	Papírtekercs sugara 30 cm
6 <i>inch/sec</i>	1.8731 W	1.0442 W
12 <i>inch/sec</i>	7.4923 W	4.1765 W

- 75%-os hatásfokot feltételezve a hajtóműre a szükséges motorteljesítmény **9.9897 W**

- Ahol:

- $P$ : teljesítmény
- $W$ : mozgási energia
- $t$ : gyorsítás ideje

# Felhasznált irodalom

- Dr. Halász Sándor: Villamos hajtások, Egyetemi tankönyv , ISBN 9634505171, Rotel Kft. Budapest, 1993.
- Dr. Halász Sándor: Automatizált villamos hajtások I. II., Tankönyvkiadó, 1989. 1998.

**Fodor Attila, Dr. Magyar Attila:**

## **Szabályozott villamos hajtások**



**A felsőfokú informatikai oktatás  
minőségének fejlesztése,  
modernizációja**

**TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0104**



*Főkezdményezett:*  
Pannon Egyetem  
8200 Veszprém  
Egyetem u. 10.

*Kedvezményezett:*  
Szegedi Tudományegyetem  
6720 Szeged  
Dugonics tér 13.



**2014**



**MAGYARORSZÁG MEGÚJUL**



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai  
Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

# Szabályozott villamos hajtások

## Egyenáramú hajtások

Fodor Attila és dr. Magyar Attila

Pannon Egyetem  
Műszaki Informatikai Kar  
Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék  
`foa@almos.vein.hu`

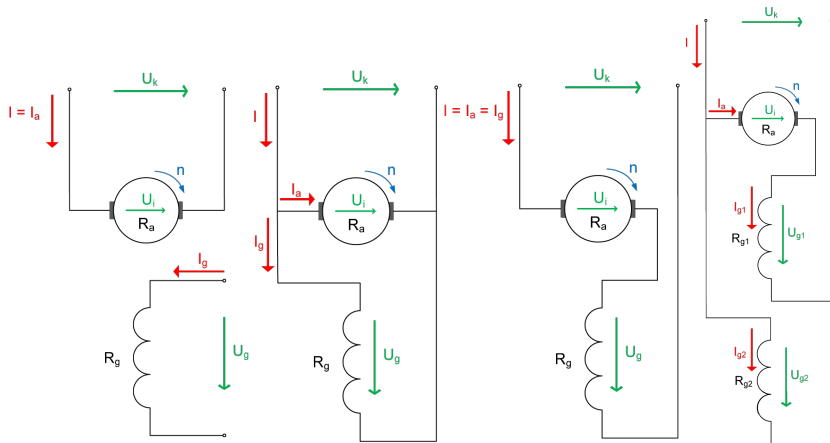
2014.

# Áttekintés

- 1 **Egyenáramú hajtások**
  - Alapegyenletek
  - Mechanikai tulajdonságok
  - Armatúra visszahatás
  - Egyenáramú motor indítása
  - Egyenáramú motor fékezése
  - Fordulatszám szabályozás állandó feszültség mellett
  - Pólusfluxus ( $\phi_p$ ) változtatásának modellezése
  - Armatúravisszahatás miatti fluxusváltozás
  - DC motor szabályozása
  - Ward-Leonard hajtás
  - Egyenáramú áramirányítós hajtás

- 2 **Felhasznált irodalom**

## Alapegyenletek

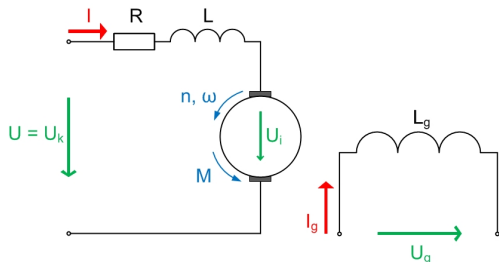


$$U_i = c \cdot n \cdot \phi_p = K \cdot \omega \cdot \phi_p$$

$$M = k \cdot I_a \cdot \phi_p$$



## Alapegyenletek

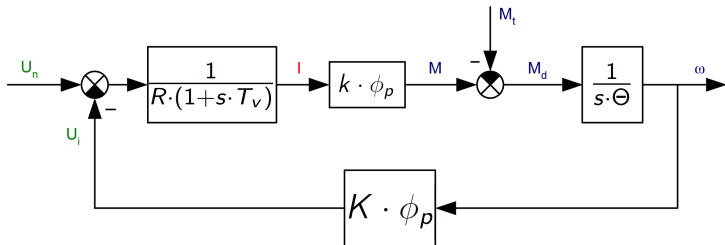


$$U = I \cdot R + U_L + U_i + 2 \cdot U_{kefe} = I \cdot R + L \cdot \frac{dI}{dt} + U_i + 2 \cdot U_{kefe}$$

- A kefe feszültséget elhanyagolva:

$$U - U_i = I \cdot R + L \cdot \frac{dI}{dt}$$

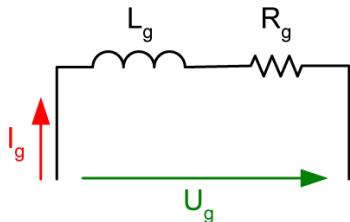
## Egyenáramú motor modellje



- Ahol:

- $T_v = \frac{L}{R}$
- $L = K_1 \cdot \frac{U_n}{p \cdot \omega_n \cdot I_n}$
- $U_n$  a gép névleges kapocsfeszültsége  $U_k$

# Egyenáramú motor gerjesztése



$$T_g = \frac{L_g}{R_g}$$

$$L_g = 2\pi \cdot N_g \cdot \left[ \frac{d\phi}{di_g} + \frac{\phi_n \cdot \sigma_n}{i_{gn}} \right]$$

- Ahol:
  - $T_g$ : gerjesztés időállandója  
Motor esetén: 0.1s - 6s  
Generátor esetén: 0.1s - 4s

# Relatív egységek

- Mivel a különböző paraméterek egymástól nagyságrendekkel eltérhetnek, ezért érdemes relatív egységeket alkalmazni a számításoknál.
- Bizonyos mértékegységeket megválaszthatunk, másokat pedig számolni kell!
- Példa:
  - Egységnek választott mennyiségek:  $U_e = U_n$ ,  $I_e = I_n$ ,  $\phi_e = \phi_n$ ,  
 $M_e = M_n$
  - Ezáltal:  $U' = \frac{U}{U_e}$ ,  $I' = \frac{I}{I_e}$ ,  $\phi' = \frac{\phi}{\phi_e}$ ,  $M' = \frac{M}{M_e}$
  - Számolt relatív egységek:
 
$$P_e = U_e \cdot I_e$$

$$R_e = \frac{U_e}{I_e}$$

$$U_i = K \cdot \omega \cdot \phi_p \Rightarrow \omega_e = \frac{U_e}{K \cdot \phi_e}$$

## Nyomaték

$$M_d = M - M_t = \Theta \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

$$M' - M'_t = \frac{M}{M_e} - \frac{M_t}{M_e} = \frac{1}{M_e} \cdot (M - M_t) = \frac{1}{M_e} \cdot M_d$$

$$M' - M'_t = \Theta \cdot \frac{d\omega_{0n}}{M_e} \cdot \frac{d\omega'}{dt} = T_{in} \cdot \frac{d\omega'}{dt}$$

- Ha az idő helyett a pozícióval (elmozdulással) számolunk:

$$\alpha = \omega_{0n} \cdot t$$

$$M' - M'_t = T_{in}^* \cdot \frac{d\omega'}{d\alpha}$$

- Ahol:

- $M_d$ : Dinamikus nyomaték
- $M_t$ : Terhelő nyomaték
- $T_{in} = \Theta \cdot \frac{d\omega_{0n}}{M_e}$ : Névleges indítási idő,  $T_{in} = [s]$
- $T_{in}^* = \omega_{0n} \cdot T_{in}$ : Névleges indítási idő,  $T_{in}^* = [-]$

# Mechanikai jelleggörbék (Szögsebesség)

- Az áram függvényében:

$$U_i = U_k - I \cdot R = U - I \cdot R$$

$$K \cdot \omega \cdot \phi = U_k - I \cdot R = U - I \cdot R$$

$$\omega(I) = \frac{U}{K \cdot \phi} - \frac{I \cdot R}{K \cdot \phi}$$

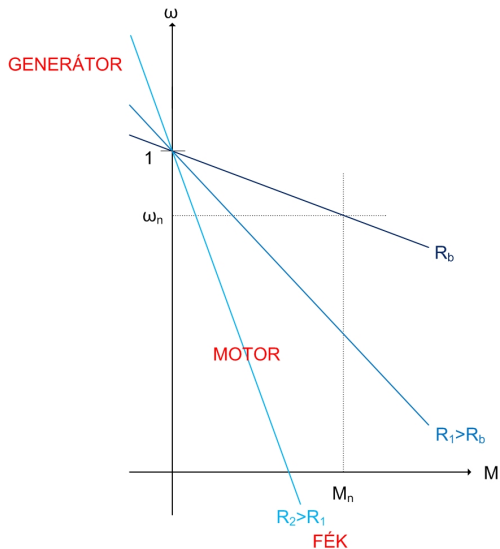
- A nyomaték függvényében

$$M = k \cdot \phi \cdot I \Rightarrow I = \frac{M}{k \cdot \phi}$$

$$U_i = K \cdot \omega \cdot \phi_p = U_k - \frac{M}{k \cdot \phi} \cdot R$$

$$\omega(M) = \frac{U_k}{K \cdot \phi} - \frac{M \cdot R}{K \cdot k \cdot \phi^2}$$

## Mechanikai jelleggörbe (normál értékekkel)



# Szögsebesség

- Felírva az elektromechanikai időállandót:

$$T_m = \Theta \cdot \left(-\frac{d\omega}{dt}\right)$$

- A motor paramétereivel felírva:

$$T_m = \frac{\theta \cdot R}{K^2 \cdot \phi^2}$$

- Relatív egységekbe átírva:

$$(U_e = U_n, I_e = I_n, \phi_e = \phi_n, M_e = M_n)$$

$$\omega' = \frac{1}{k \cdot 1} - \frac{1 \cdot R}{(k \cdot 1)^2}$$

- Mivel  $k \approx 1$ , ezért  $\omega' = 1 - M' \cdot R$

$$\omega' = 1 - R$$



# Slip

- Bevezethetjük a slip-et a következő módon:

$$s = \frac{\omega_{0n} - \omega}{\omega_{0n}}$$

$$s = 1 - \omega'$$

- Névleges terhelésnél a slip megegyezik az armatúra ellenállásának ( $R_a$ ) relatív egységben vett értékével.

$$\omega' = 1 - R$$

$$\omega' = 1 - s$$

# Terhelhetőség

- A gép terhelése (leginkább) a nyomatéktól függ

$$M = k \cdot \phi \cdot I$$

- A gép főbb paraméterei:

$$I_n, I_{max}, I_g, I_{kefe}, B$$

- Gyakorlatban:

- Indukció értéke:  $\hat{B} = (1.6 \div 1.8) \cdot T$

- Kefe áramsűrűsége:  $10 \frac{A}{cm^2} - 20 \frac{A}{cm^2}$

$$R_{kefe} = \frac{U_{kefe}}{I_a}$$

- A gépeknél rövid túlterhelés ( $I_{max} = (1.6 - 1.8) \cdot I_n$ ) engedélyezett, így a gép névleges teljesítményénél a gerjesztés körülbelül  $1T$  lehet csak.

$$B_n \approx 1T$$

- A szabvány rövid ideig 1.5-szeres túlterhelést megenged

# A szénkefe tulajdonságai

- Áramsűrűség
- Érintkező felületek
- Nyomás
- Fordulatszám
- Mechanikai hatások
- Vegyi hatások

# Kommutáció jósága

- A kommutáció jóságát a reaktancia feszültséggel ( $U_r$ ) lehet leírni:

$$U_r = L_k \cdot \frac{dl}{dt} = L_k \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$U_r = \omega \cdot l \cdot c$$

- Maximális áramot ( $I_{max} = (1.6 - 1.8) \cdot I_n$ ) behelyettesítve:

$$U_r = \omega \cdot I_{max} \cdot c$$

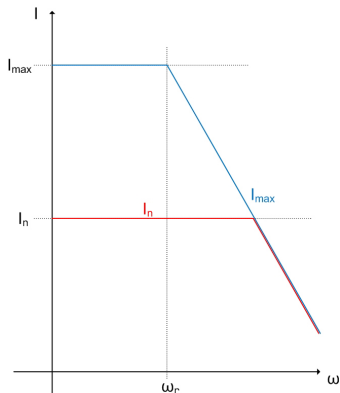
- A megengedhető maximális áram:

$$I_{max}(\omega) = I_{max} \cdot \frac{\omega_r}{\omega}$$

- Ahol:

- $U_r$ : Reaktancia feszültség
- $\omega_r$ : Reaktancia szögsebesség

# Egyenáramú gép árama



- Ahol:

- Piros: Tartós terhelésre vonatkozó áram
- Kék: Pillanatnyi terhelésre vonatkozó áram

# Meghibásodás, méretezés

- Forrasztások:
  - Rideg forrasztások
  - Melegedés

- Kefe kopása

- Terhelés

Terhelés hatására erőhatások érik a gép alkatrészeit

$$F \sim I^2$$

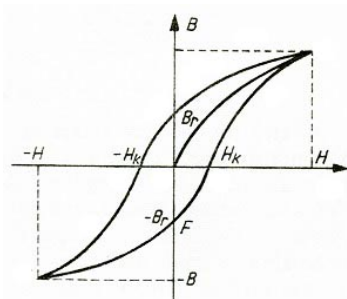
- Maximális áram esetén ( $I_{max} = (1.6 - 1.8) \cdot I_n$ ) az erő nagysága ( $F_{max} = (2.56 - 3.24) \cdot F_n$ )
- Speciális alkalmazásoknál/motoroknál a maximális áram akár 2-3-4-szerese is lehet a névleges áramnak ( $I_{max} = (2 - 3 - 4) \cdot I_n$ )

# Szabályozás gyorsasága

- A gép alapegyenletei:

$$M = k \cdot \phi \cdot I$$

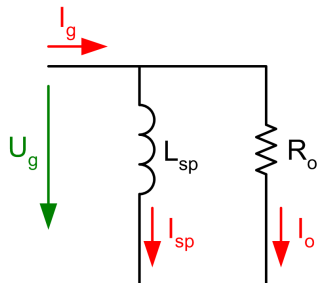
$$U_i = K \cdot \omega \cdot \phi_p$$



- A gép fluxusa egyenesen arányos a gerjesztőárammal:  $\phi \sim I_g$
- A gerjesztőáram gyors változása örvényáramú veszteséget okoz

# Szabályozás gyorsasága

- Segédpólus helyettesítő kapcsolása



$$\Psi_{sp} = L_{sp} \cdot I_{sp}$$

$$U_g = (I_g - I_{sp}) \cdot R_o$$

$$L_{sp} \cdot \frac{dI_{sp}}{dt} = (I_g - I_{sp}) \cdot R_o$$

$$L_{sp} \cdot s \cdot I_{sp} = I_g \cdot R_o - I_{sp} \cdot R_o$$



# Szabályozás gyorsasága

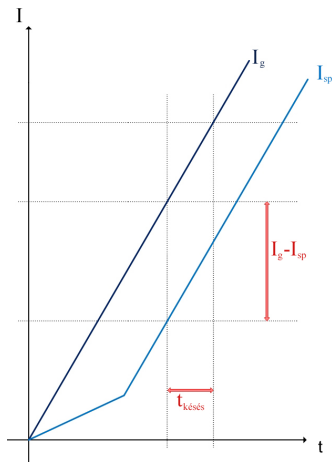
$$I_{sp} = \frac{I_g \cdot R_o - I_{sp} \cdot R_o}{s \cdot L_{sp}} = I_g \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_o}$$

$$T_o = \frac{L_{sp}}{R_o}$$

$$I_g - I_{sp} = T_o \cdot \frac{dI_{sp}}{dt}$$

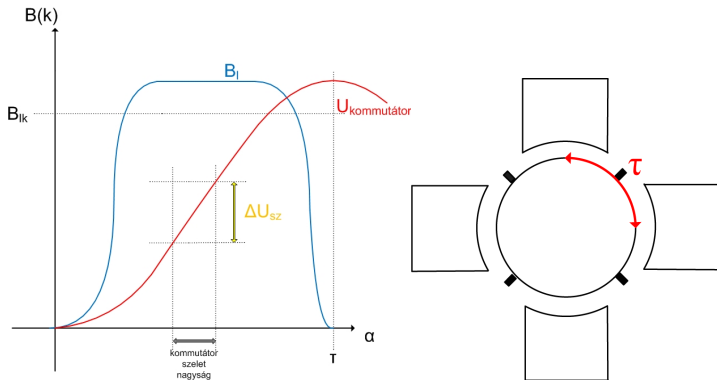
- A modern szervóhajtásoknál körülbelül 1 másodpercig a 10-szeres névleges áram is megengedhető
- A tekercselés a forgórész felületén van
- Ezáltal csökken az önindukció
- $\frac{dI_g}{dt}$  nagyobb

# Segédpólus áramának változása gyors gerjesztés növekedéskor



- Az ábrán látható, hogy  $I_{sp}$  áram késni fog az  $I_g$  áramhoz képest

## Fluxus



- Felírható kettő szomszédos kommutátor szelet közötti feszültség:

$$U_{sz} = c \cdot \omega \cdot B_I$$

# Fluxus

- Felírható kettő szomszédos kommutátor szelet közötti feszültség:

$$U_{sz} = c \cdot \omega \cdot B_l$$

- A közepes indukcióval ( $B_{lk}$ ) felírva

$$U_{szk} = c \cdot \omega \cdot B_{lk}$$

- Két kefe között  $\frac{k_{sz}}{2p}$  szelet van, így

$$U_{szk} = \frac{U}{\frac{k_{sz}}{2p}} = \frac{2p \cdot U}{k_{sz}}$$

- Így egy szelet feszültsége:

$$U_{sz} = U_{szk} \cdot \frac{B_l}{B_{lk}} = \frac{2p \cdot U}{k_{sz}} \cdot \frac{B_l}{B_{lk}}$$

- Gyakorlatban a szeletfeszültség ( $U_{sz}$ ) legnagyobb megengedhető értéke 35V

## Fluxus

$$U_{sz} = U_{szk} \cdot \frac{B_l}{B_{lk}} = \frac{2p \cdot U}{k_{sz}} \cdot \frac{B_l}{B_{lk}}$$

$$U_{max} \approx U_{bmax} = k \cdot \phi \cdot \omega_{sz}$$

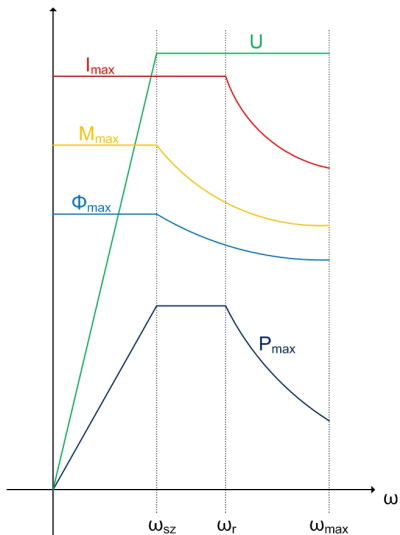
- A szeletfeszültség a következő szögsebességig tartható

$$\omega_{sz} = \frac{U_{max}}{k \cdot \phi_n} \geq \omega_n$$

- Ha a fordulatszámot növelni akarjuk, akkor csökkenteni kell a fluxust, hogy  $U = U_{max}$  feltétel teljesüljön

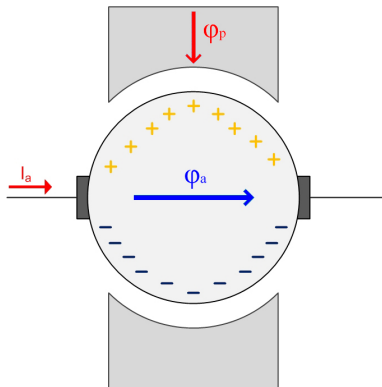
$$\phi = \phi_n \cdot \frac{\omega_n}{\omega}$$

# Nyomaték, Áram, Fluxus



# Armatúra reakció

- Ahogy terheljük a gépet az armatúra áram miatt ( $I_a$ ) egy a főfluxusra ( $\phi_p$ ) merőleges fluxus is keletkezik ( $\phi_a$ )

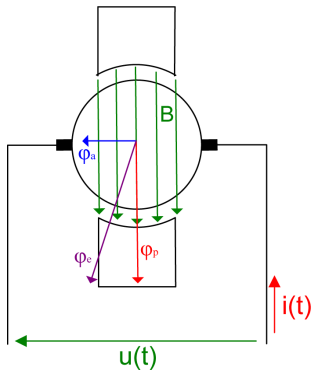


# Armatúra reakció

- Ahogy terheljük a gépet az armatúra áram miatt ( $I_a$ ) egy a főfluxusra ( $\phi_p$ ) merőleges fluxus is keletkezik ( $\phi_a$ )

$$\phi_a = k' \cdot I_a$$

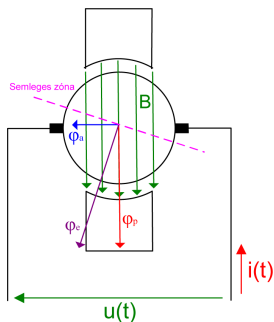
- Az armatúra reakció ( $\phi_a$ ) miatt az eredő fluxus ( $\phi_e$ ) megváltozik





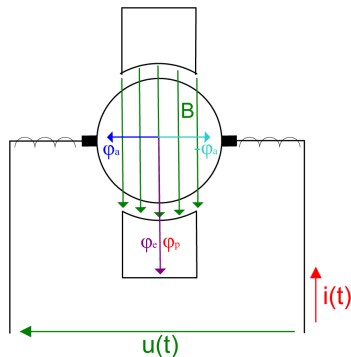
# Semleges zóna eltolódása

- A semleges zóna mindig az eredő fluxusra merőleges
- A semleges zóna eltolódása miatt feszültség alatt álló vezetőket zárnánk rövidre a szénkefékkel
- Megoldási lehetőségek:
  - Mozgatni kell a szénkeféket
  - Az armatúra reakcióval ( $\phi_a$ ) egyező nagyságú, de ellentétes irányú fluxust kell létrehozni a gépen belül



# Armátúra visszahatás kompenzálása

- Gyakorlatban egy segédpólus gépbe való építésével kompenzálják az armátúra visszahatást



$$\overline{\phi_p} + \overline{\phi_a} + (-\overline{\phi_a}) = \overline{\phi_p}$$

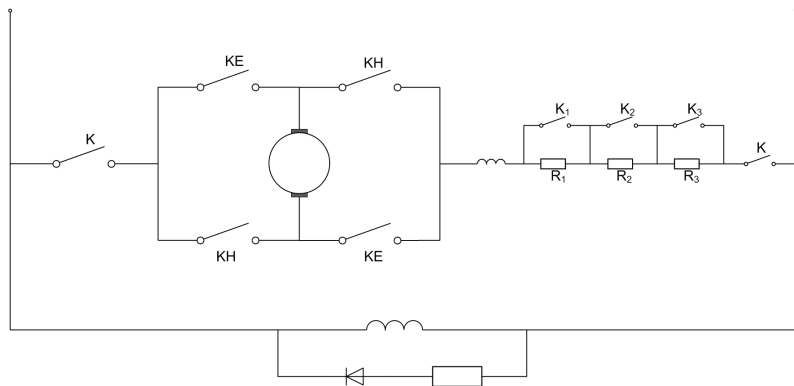
# Armatúra reakció kompenzálása

- Armatúra reakciót nem lehet 100%-ban kompenzálni  
Emiatt fel- és lemágnesezés léphet fel
- Kommutáció gyorsasága:
  - Erős segédpólus:  
Gyorsítja a kommutációt → Lemágnesez
  - Gyenge segédpólus:  
Lassítja a kommutációt → Felmágnesez
- Az armatúra árama keresztirányú gerjesztést okoz  
Növelni kell a póluscsarú méretét

# Állandó feszültségű motor indítása (kívánalmak)

- A motort ki-be lehessen kapcsolni
- A motor kapocsfeszültségét (elektronikával) nem tudjuk szabályozni
- A motor forgásirányát tudnunk kell megváltoztatni  
polaritást kell tudni váltani a kapcsokon vagy a gerjesztőkörben
- Indítási áramlökést csökkenteni kell

## Állandó feszültségű motor indítása



# Külső és párhuzamos gerjesztésű gép indítása

$$U = U_j + I \cdot R_a$$

- Az armatúrával sorba kapcsolt ellenállásokkal ( $k$  darab) csökkenthető az indítási áramlövés ( $R_e = R_a + R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$ )  
Feltételezzük, hogy a gerjesztőáram ( $I_g$ ) állandó

$$U = U_j + I_{min} \cdot R_k$$

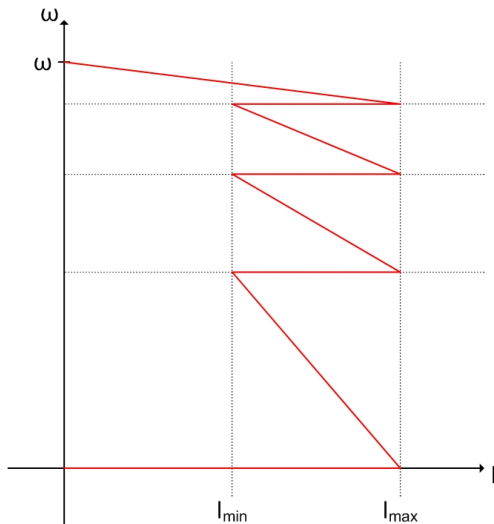
$$U = U_j + I_{max} \cdot R_{k+1}$$

$$\frac{R_{k+1}}{R_k} = \frac{I_{min}}{I_{max}} = q$$

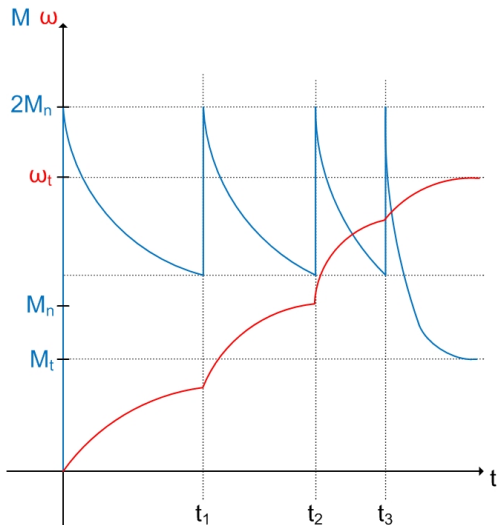
$$q = \sqrt[m]{\frac{R_b}{R_1}}$$

- $R_1 = R_b$
- $R_2 = q \cdot R_1 = q \cdot R_b$
- $R_3 = q \cdot R_2 = q^2 \cdot R_b$

## Külső és párhuzamos gerjesztésű gép indítása



## Külső és párhuzamos gerjesztésű gép indítása





# Soros gerjesztésű motor

- A sorba kapcsolt gerjesztőtekercs miatt a gerjesztőáram nem állandó nagyságú ( $I_g \neq \text{const}$ )

$$I = I_a = I_g$$

$$M = k \cdot I_a \cdot \phi_p$$

$$\phi_p \approx K \cdot I_g = K \cdot I_a$$

$$M = k \cdot K \cdot I_a^2$$

# Vegyes gerjesztésű motor

- A sorba kapcsolt gerjesztőtekerccs miatt a gerjesztőáram nem állandó nagyságú ( $I_g \neq \text{const}$ )

$$I = I_a + I_{g2}$$

$$I_a = I_{g1}$$

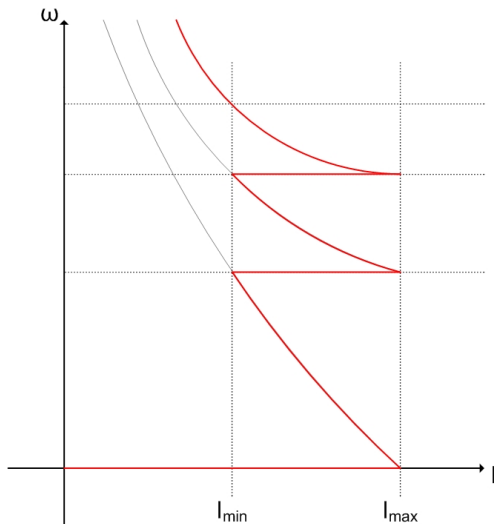
$$M = k \cdot I_a \cdot \phi_p$$

$$\phi_p = \phi_{p1} + \phi_{p2}$$

$$\phi_{p1} \approx K_1 \cdot I_{g1} = K_1 \cdot I_a$$

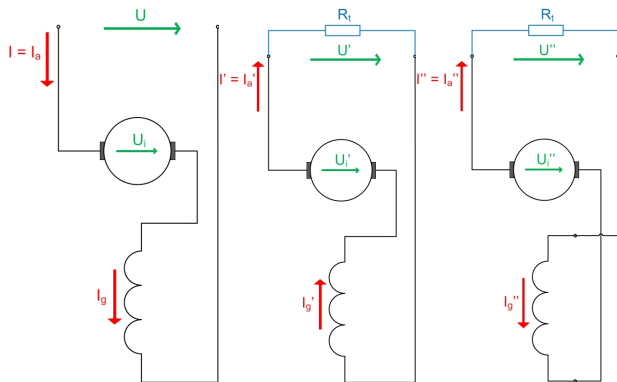
$$\phi_{p2} \approx K_2 \cdot I_{g2}$$

# Soros és vegyes gerjesztésű gépek indítása



- A fékezést a következő módokon tudjuk végrehajtani:
  - Haszonfékezés  
Az energiát a hálózatba tápláljuk vissza (generátor üzem)
  - Dinamikus fékezés  
A forgási energiát hővé alakítjuk (generátor üzem)
  - Ellenáramú fékezés  
Megfordítjuk a motor forgásirányát (reverzálás)

## Dinamikus fékezés



$$\phi_p \approx K \cdot I_g = K \cdot I$$

$$\phi'_p \approx K \cdot I'_g = -K \cdot I$$

$$U'_i = -U_i$$

# Hálózatba való visszatáplálás

$$U = U_i + R \cdot I$$

$$I = \frac{U - U_i}{R}$$

- A visszatáplálás csak akkor lehetséges, ha  $U_i > U_k$

$$U_i = c \cdot n \cdot \phi_p = K \cdot \omega \cdot \phi_p$$

- A gép üresjárása esetén  $(n_0, \omega_0)$  az indukált feszültség  $U_{i0}$
- A visszatáplálás csak akkor lehetséges, ha

$$n > n_0$$

$$(\omega > \omega_0)$$

- A gép nem állítható meg!

# Hálózatba való visszatáplálás

- Soros gerjesztésű motor

$$I = I_g = I_a \neq \text{const.}$$

$$\phi_p \approx K \cdot I_g$$

$$\phi_p \neq \text{const.}$$

- Mivel a gerjesztő áram miatt a pólusfluxus folyamatosan változik, ezért a soros gerjesztésű motor vezérlése visszatáplálás közben bonyolult szabályozástechnikai feladat

# Elméleti lehetőségek

- Alapegyenletek:

$$U_k = I_a \cdot R_a + K \cdot \omega \cdot \phi_p$$

$$M = k \cdot \phi_p \cdot I_a \Rightarrow I_a = \frac{M}{k \cdot \phi_p}$$

$$\omega = \frac{U_k}{K \cdot \phi_p} + M \cdot \frac{R_a}{k \cdot K \cdot \phi_p^2}$$

- Fordulatszám szabályozásra felhasználható módszerek:
  - $R$  változtatása
  - $R_s$  sönt ellenállás beiktatása
  - Pólusfluxus ( $\phi_p$ ) változtatása



# R változtatása

- Nagy a veszteség a beiktatott ellenálláson

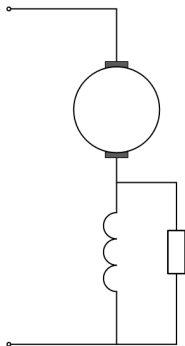
$$\Delta P = R_s \cdot I_a^2$$

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{P_1 - P}{P_1} = 1 - \frac{P}{P_1} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{I_a \cdot R}{U_k}$$

- Ahol:
  - $P_1$ : Motor névleges teljesítménye
  - $P$ : Az armatúra teljesítménye
- Csak kicsi méretű motoroknál alkalmazzák kicsi fordulatszám változtatásra

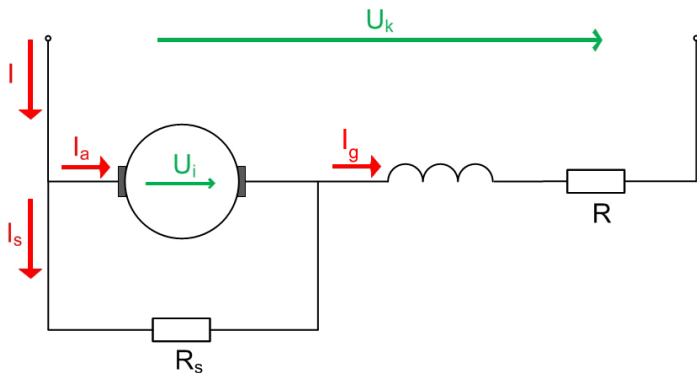
# $R_s$ sönt ellenállás beiktatása

- A gerjesztő áram sönt ellenállás beiktatásával csökkenthető



# $R_s$ sönt ellenállás beiktatása

- Az armatúra kör söntölésével növekedhet a gerjesztőáram
- Előnyösebb mechanikai tulajdonságok alacsony fordulatszám tartományban



# $R_s$ sönt ellenállás beiktatása

- Motor viselkedése hasonlít a vegyes gerjesztésű motor viselkedésére

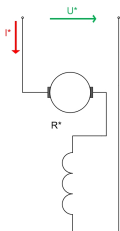
$$U_k = (I_g - I_a) \cdot R_s + I_g \cdot R$$

$$U_k = I_g \cdot R_s - I_a \cdot R_s + I_g \cdot R$$

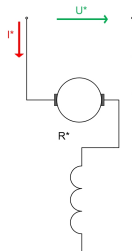
$$I_g = \frac{U_k}{R_s + R} + I_a \cdot \frac{R_s}{R_s + R}$$

$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a + I_g \cdot R$$

- Helyettesíthetjük a motort egy olyan motorral, melynek feszültsége  $U^*$ , árama  $I^*$ , ellenállása pedig  $R^*$



# $R_s$ sönt ellenállás beiktatása



$$U_k \cdot \frac{R_s}{R_s + R} = U_i + I^* \cdot \left( R_a + \frac{R \cdot R_s}{R_s + R} \right)$$

$$U^* = U_i^* + I^* \cdot R^*$$

$$U^* = U_k \cdot \frac{R_s}{R_s + R}, R^* = R_a + \frac{R \cdot R_s}{R_s + R}$$

- Helyettesíthetjük a motort egy olyan motorral, melynek feszültsége  $U^*$ , árama  $I^*$ , ellenállása pedig  $R^*$

# Pólusfluxus ( $\phi_p$ ) változtatása

- Ha a motor nincsen terhelve ( $M = 0$ , üresjárás)

$$\omega_0 = \frac{U_k}{k \cdot \phi_p}$$

- Ha a motor terhelve van ( $M \neq 0$ )

$$\frac{d\omega}{d\phi_p} = \frac{d}{d\phi_p} \left( \frac{U_k}{k \cdot \phi_p} + \frac{M \cdot R_a}{k \cdot K \cdot \phi_p^2} \right)$$

Állandósult üzemállapotot feltételezve ( $\frac{d}{dt} = 0$ ) felírhatjuk:

$$-\frac{U_k}{k \cdot \phi_p^2} - 2 \cdot \frac{M \cdot R_a}{k \cdot K \cdot \phi_p^3}$$

- Megoldva az egyenletet és behelyettesítve a  $M = k \cdot \phi_p \cdot I_a$  összefüggést megkapjuk a megoldását az egyenletnek:

- $I \cdot R = \frac{U_k}{2}$

- $U_i = \frac{U_k}{2}$

# Pólusfluxus ( $\phi_p$ ) változtatása

- Felírva a fordulatszám és az üresjárési fordulatszám arányát:

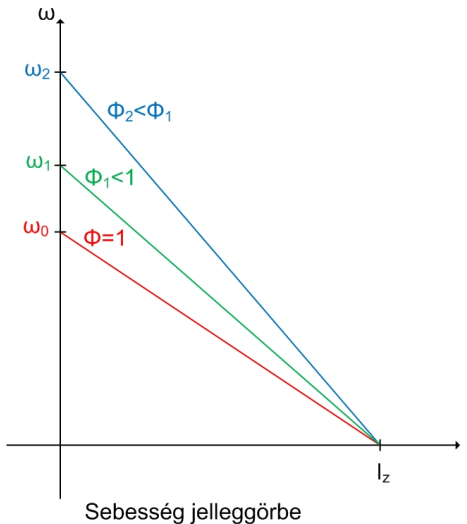
$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{K \cdot \phi_p \cdot \omega}{K \cdot \phi_p \cdot \omega_0} = \frac{U_1}{U_k} = \frac{1}{2}$$

$$\omega = \frac{\omega_0}{2}$$

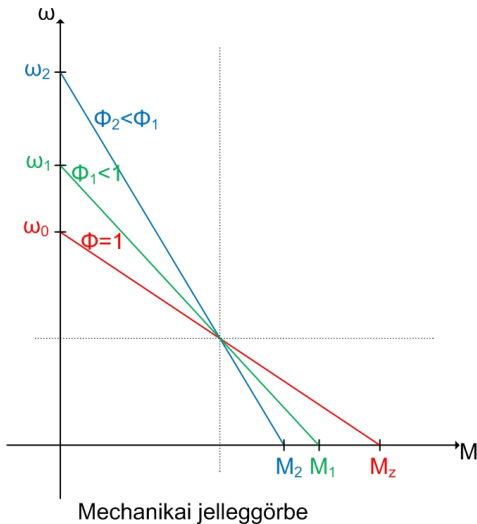
$$n = \frac{n_0}{2}$$

- A fluxus változtatása hatástalan abban az esetben ha a fordulatszám az üresjárési fordulatszám felének a közelében van!
- A fluxus változtatás  $\frac{n_0}{2}$  fordulatszám alatt fordított hatású lesz!

# Pólusfluxus ( $\phi_p$ ) változtatása (sebesség jelleggörbe)





Pólusfluxus ( $\phi_p$ ) változtatása (mechanikai jelleggörbe)

# Pólusfluxus ( $\phi_p$ ) változtatása - Összefoglalás

- A fluxus változtatása hatástalan abban az esetben ha a fordulatszám az üresjárási fordulatszám felének ( $n = \frac{n_0}{2}$  vagy  $\omega = \frac{\omega_0}{2}$ ) a közelében van
- A fluxus változtatás az üresjárási fordulatszám ( $n_0$ ) fele alatt fordított nem használható ( $n < \frac{n_0}{2}$  vagy  $\omega < \frac{\omega_0}{2}$ )
- Soros és vegyes gerjesztésű gép esetében nehezen használható a pólusfluxus változtatása a fordulatszám szabályozására

# Elméleti háttér

- Indukált feszültség

$$u_i = K \cdot \omega \cdot \Phi_p + K \cdot \Omega \cdot \phi_p$$

- Ahol:

- $\omega, \phi$ : időben változó
- $\Omega, \Phi$ : időben állandó

- Nyomaték

$$m = k \cdot I_a \cdot \phi_p + k \cdot i_a \cdot \Phi_p$$

- Ahol:

- $\phi_p, i_a$ : időben változó
- $\Phi_p, I_a$ : időben állandó

# Elméleti háttér

- A motor feszültségét felírva:

$$U = I \cdot R + U_i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$U(s) = i \cdot R + L \cdot s \cdot i + K \cdot \omega \cdot \Phi_p + K \cdot \Omega \cdot \phi_p$$

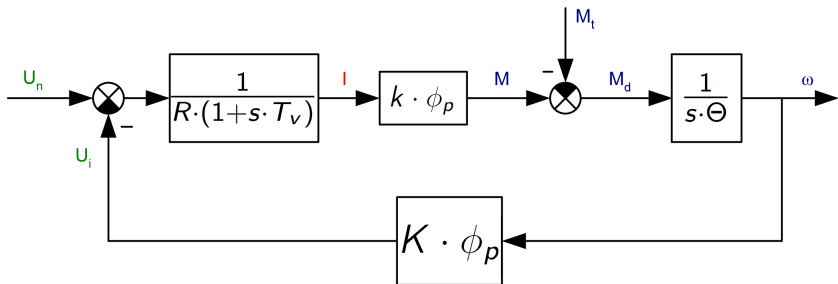
$$U(s) = i \cdot R \cdot (1 + s \cdot T_v) + K \cdot \omega \cdot \Phi_p + K \cdot \Omega \cdot \phi_p$$

$$T_v = \frac{L}{R}$$

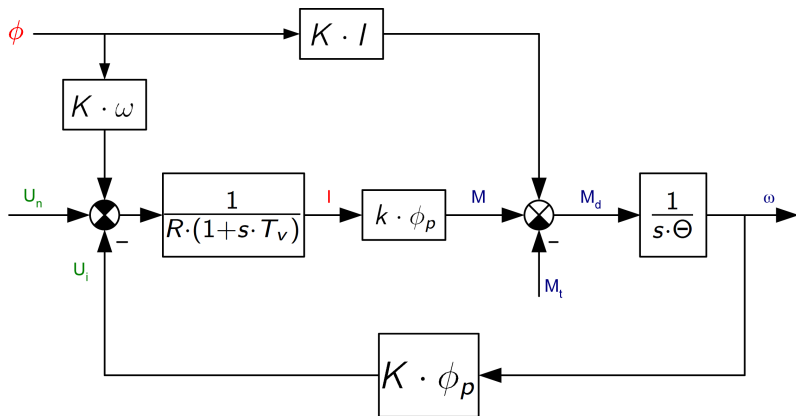
- A motor mozgásegyenletét felírva:

$$\Theta \cdot s \cdot \omega = K \cdot I_a \cdot \phi_p + K \cdot i_a \cdot \Phi_p - m_t$$

# Egyenáramú motor modellje



## Egyenáramú motor modellje a fluxus szabályozása esetén



# Fluxus változtatása külső gerjesztésű motornál

- A gyakorlatban a fluxus-t közvetlenül nem tudjuk szabályozni, csak a gerjesztő feszültséget vagy az áramot

$$u_g = i_g \cdot R_g + 2p \cdot L_{gs} \cdot \frac{di_g}{dt} + 2p \cdot N_g \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

- Komplex frekvenciatartományban felírva:

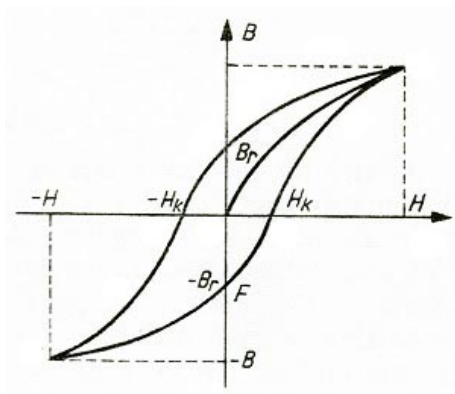
$$u_g = i_g \cdot R_g + 2p \cdot L_{gs} \cdot s \cdot i_g + 2p \cdot N_g \cdot s \cdot \phi$$

$$\phi = \left[ \frac{d\Phi}{di_g} \right]_{i_g = \text{const}} \cdot i_g = N \cdot \lambda \cdot i_g$$

- Ahol:
  - $L_{gs}$ : Gerjesztő tekercs szórt induktivitása
  - $p$ : Gerjesztőtekercs póluspárjainak a száma
  - $N_g$ : Gerjesztőtekercs menetszáma
  - $\lambda$ : A vas fluxusvezető képessége

# Fluxus változtatása külső gerjesztésű motornál

- A  $\left[\frac{d\Phi}{di_g}\right]_{I_g=const}$  érték a mágnesezési görbe meredeksége  $I_g$  áram esetén



- Átrendezve megkapjuk a gerjesztő áram nagyságát:

$$i_g = \frac{\phi}{N_g \cdot \lambda}$$



# Fluxus változtatása külső gerjesztésű motornál

$$u_g = i_g \cdot R_g + 2p \cdot L_{gs} \cdot s \cdot i_g + 2p \cdot N_g \cdot s \cdot \phi$$

- Behelyettesítve a  $\phi$ -t:

$$u_g = i_g \cdot R_g + 2p \cdot L_{gs} \cdot s \cdot i_g + 2p \cdot N_g \cdot s \cdot N_g \cdot \lambda \cdot i_g$$

- Behelyettesítve a  $i_g$ -t:

$$u_g = \frac{\phi}{N_g \cdot \lambda} \cdot R_g + 2p \cdot L_{gs} \cdot s \cdot \frac{\phi}{N_g \cdot \lambda} + 2p \cdot N_g \cdot s \cdot N_g \cdot \lambda \cdot \frac{\phi}{N_g \cdot \lambda}$$

$$u_g = \phi \cdot \frac{R_g}{N_g \cdot \lambda} \cdot \left( 1 + s \cdot \frac{2p \cdot L_{gs} + 2p \cdot N_g^2 \cdot \lambda}{R_g} \right)$$

# Fluxus változtatása külső gerjesztésű motornál

- Bevezetve egy állandót a gerjesztőkör időállandójaként:

$$T_g = \frac{2p \cdot L_{gs} + 2p \cdot N_g^2 \cdot \lambda}{R_g}$$

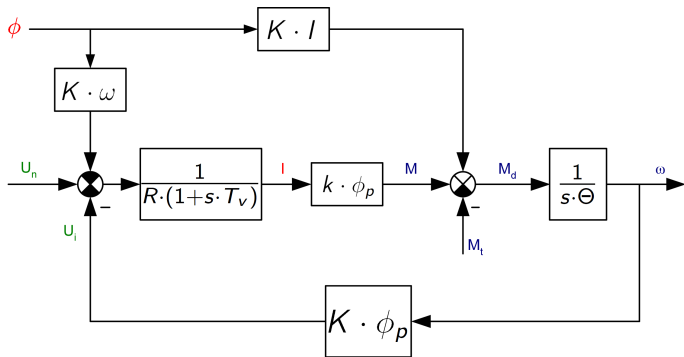
- Kifejezve a gerjesztőfeszültséget:

$$u_g = \phi \cdot \frac{R_g}{N_g \cdot \lambda} \cdot (1 + s \cdot T_g)$$

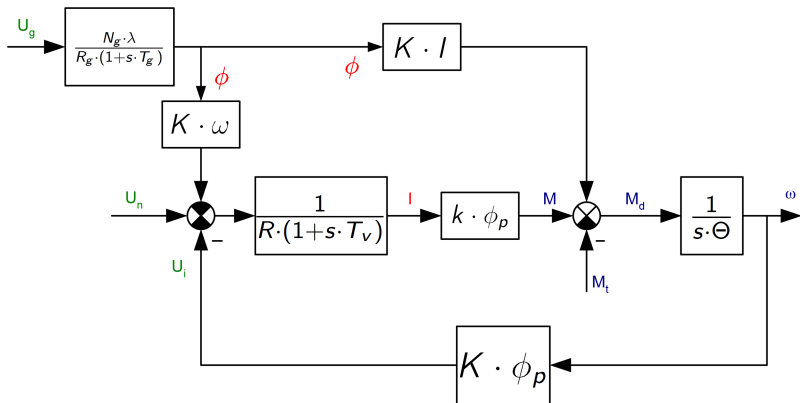
- Kifejezve a pólusfluxust:

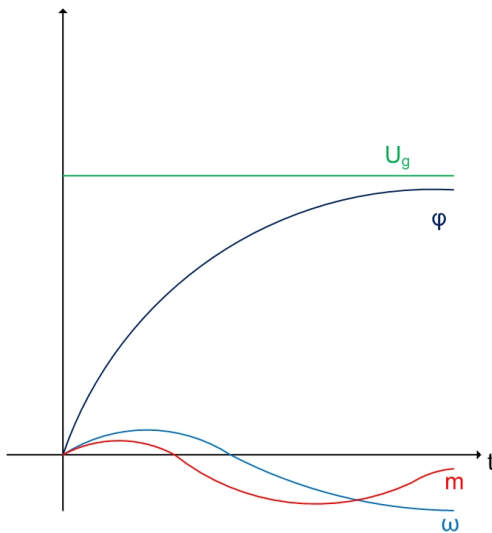
$$\phi = u_g \cdot \frac{N_g \cdot \lambda}{R_g \cdot (1 + s \cdot T_g)}$$

# Külső gerjesztésű motor modellje a fluxus szabályozása esetén



# Külső gerjesztésű motor modellje a gerjesztőfeszültség változtatása esetén



Külső gerjesztésű motor ki és bemenetei  $U_g$  növelése esetén

# Fluxus változása soros gerjesztésű motor esetén

- Felírva a motor kapocsfeszültségét a következőt kapjuk:

$$U = I \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + L_g \cdot \frac{di}{dt} + U_i$$

- Komplex ferkvenciatartományban:

$$U(s) = i \cdot R + L \cdot s \cdot i + L_g \cdot s \cdot i + K \cdot \omega \cdot \Phi_p + K \cdot \Omega \cdot \phi_p$$

- Ahol:
  - $L_g$ : A gerjesztőtekercs inductivitása

# Fluxus változása soros gerjesztésű motor esetén

- Ideális esetben a fluxust a következő módon írhatjuk fel:

$$\phi = N_s \cdot \lambda \cdot i$$

- Figyelembe véve az örvényáram hatását a következőt kapjuk:

$$\phi = \frac{1}{1 + s \cdot T_o} \cdot N_s \cdot \lambda \cdot i$$

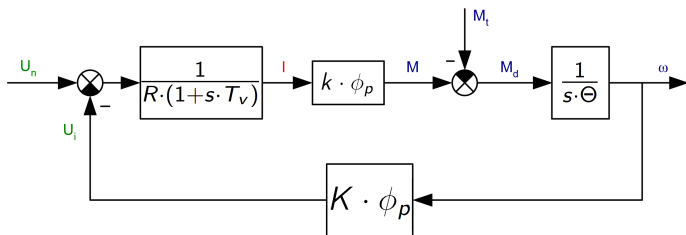
- Felírva a motor kapocsfeszültségét:

$$U(s) = i \cdot R + L \cdot s \cdot i + 2p \cdot N_s \cdot s \cdot \phi + K \cdot \omega \cdot \Phi_p + K \cdot \Omega \cdot \phi_p$$

- Ahol:

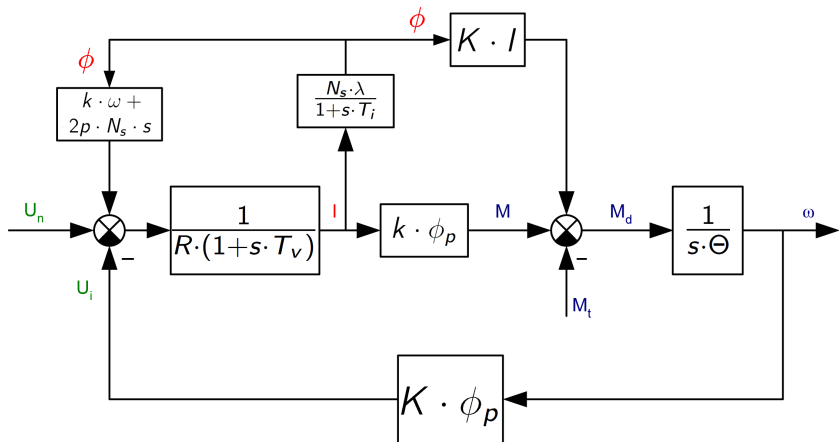
- $T_o$ : Kialakuló örvényáramok időállandója
- $N_s$ : Gerjesztőtekerces menetszáma pólusonként

# Egyenáramú motor modellje

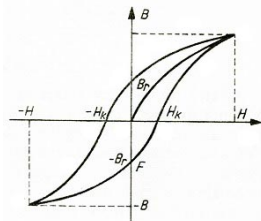




## Egyenáramú soros motor modellje



## Az armatúravisszahatás miatti fluxusváltozás



$$\phi = \frac{d\Phi}{dl_g} \cdot i_g + \frac{d\Phi}{dl} \cdot i +$$

$$\frac{d\Phi}{dl_g} = N_g \cdot \lambda$$

$$\frac{d\Phi}{dl} = a \cdot \lambda$$

$$\phi = (N_g \cdot i_g + a \cdot i) \cdot \lambda$$

$$i_g = \frac{\phi - a \cdot i \cdot \lambda}{N_g \cdot \lambda}$$

# Az armatúravisszahatás miatti fluxusváltozás

$$i_g = \frac{\phi}{N_g \cdot \lambda} - \frac{a \cdot i \cdot}{N_g}$$

- Felírva a motor gerjesztőfeszültségét a következőt kapjuk:

$$U_g = i_g \cdot R_g + 2p \cdot L_{gs} \cdot \frac{di_g}{dt} + 2p \cdot N_g \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

- A motor gerjesztőfeszültségét komplex frekvenciatartományban felírva:

$$U_g = i_g \cdot R_g + 2p \cdot L_{gs} \cdot s \cdot i_g + 2p \cdot N_g \cdot s \cdot \phi$$

$$U_g = \left( \frac{\phi}{N_g \cdot \lambda} - \frac{a \cdot i \cdot}{N_g} \right) \cdot R_g + 2p \cdot L_{gs} \cdot s \cdot \left( \frac{\phi}{N_g \cdot \lambda} - \frac{a \cdot i \cdot}{N_g} \right) + 2p \cdot N_g \cdot s \cdot \phi$$

# Az armatúravisszahatás miatti fluxusváltozás

$$U_g = \frac{R_g}{N_g \cdot \lambda} \cdot (1 + s \cdot T_g) \cdot \phi$$

$$\phi = U_g \cdot \frac{N_g \cdot \lambda}{R_g \cdot (1 + s \cdot T_g)}$$

$$\phi = \frac{U_g}{R_g} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_g} \cdot \lambda \cdot N_g + \frac{1 + s \cdot T_{gs}}{1 + s \cdot T_g} \cdot \lambda \cdot i$$

$$T_{gs} = \frac{2p \cdot L_{gs}}{R_g}$$

- Ahol:
  - $T_{gs}$ : armatúravisszahatás időállandója

# Az armatúravisszahatás miatti fluxusváltozás

- Felírva a motor kapocsfeszültségét:

$$U = i \cdot R + U_{armv} + U_i$$

$$U_{armv} = K \cdot \Phi_a \cdot \omega = k \cdot \omega \cdot a \cdot \lambda \cdot i$$

$$u = i \cdot R + k \cdot \omega \cdot a \cdot \lambda \cdot i + k \cdot \Phi \cdot \omega$$

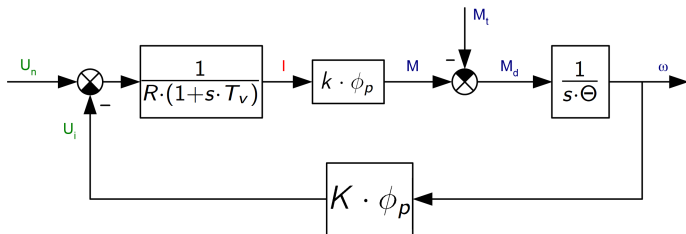
- Állandósult állapotban:

$$u = 0 = i \cdot R + k \cdot \omega \cdot a \cdot \lambda \cdot i + k \cdot \Phi \cdot \omega$$

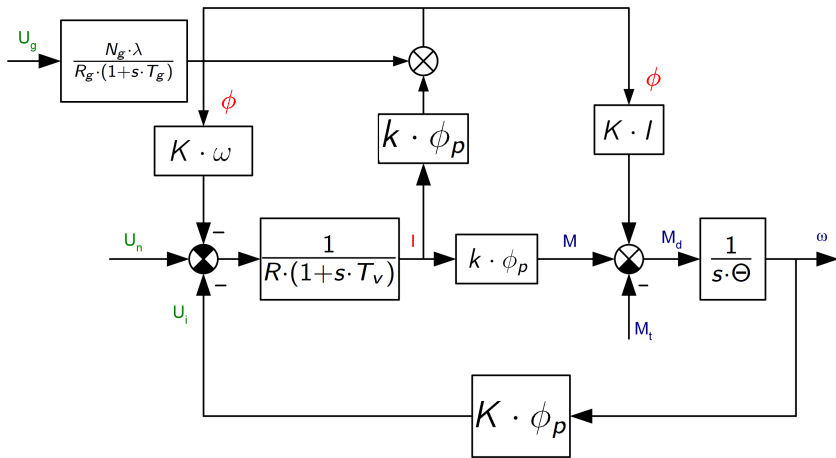
- Szögsebességet kifejezve:

$$\omega = -\frac{i}{k \cdot \Phi} \cdot (R + k \cdot \omega \cdot a \cdot \lambda) = -\frac{i}{k \cdot \Phi} \cdot (R + R_s)$$

## Egyenáramú motor modellje



# Egyenáramú motor modellje figyelembe véve az aramtúravisszahatást



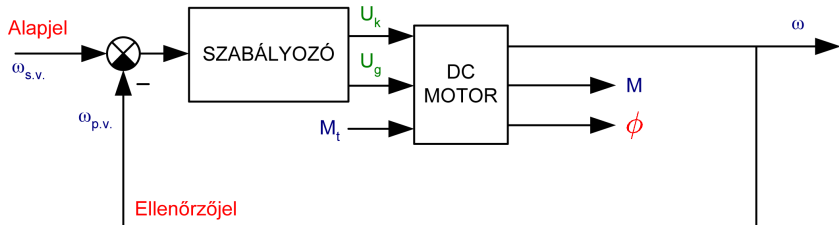
# DC motor szabályozása

- Irányítástechnikailag tekintve a motor modellje egy több kimenetű, több bemenetű rendszer (LTI MIMO rendszer)
- Motor modelljének bemenetei:
  - $U$  vagy  $U_k$ : A motor kapocsfeszültsége
  - $U_g$ : A motor gerjesztőfeszültsége
  - $M_t$ : A motor terhelőnyomatéka
- Motor modelljének kimenetei:
  - $\omega$  vagy  $n$ : A motor szögsebessége vagy fordulatszáma
  - $M$ : A motor nyomatéka
  - $\phi$ : A motor fluxusa



# DC motor szabályozása

- Általánosságban felrajzolva a szabályozási struktúrát a következőt kapjuk:

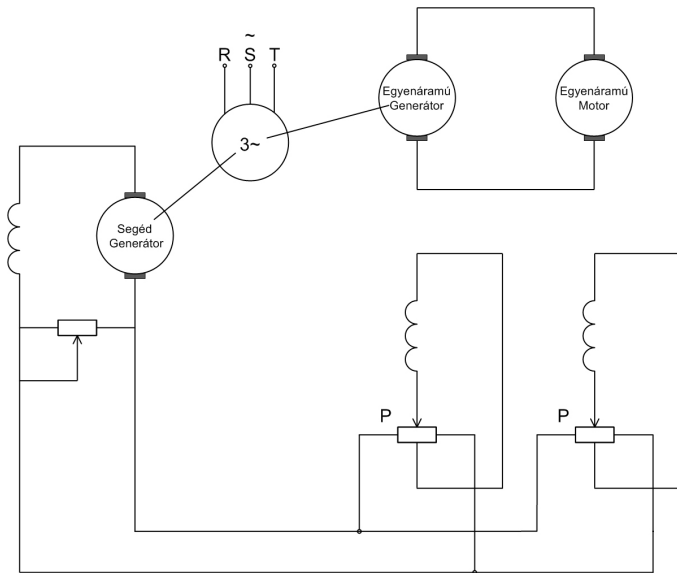


- Szabályozható bemenetek:
  - $U$  vagy  $U_k$ : A motor kapocsfeszültsége
  - $U_g$ : A motor gerjesztőfeszültsége
- NEM szabályozható bemenetek:
  - $M_t$ : A motor terhelőnyomatéka

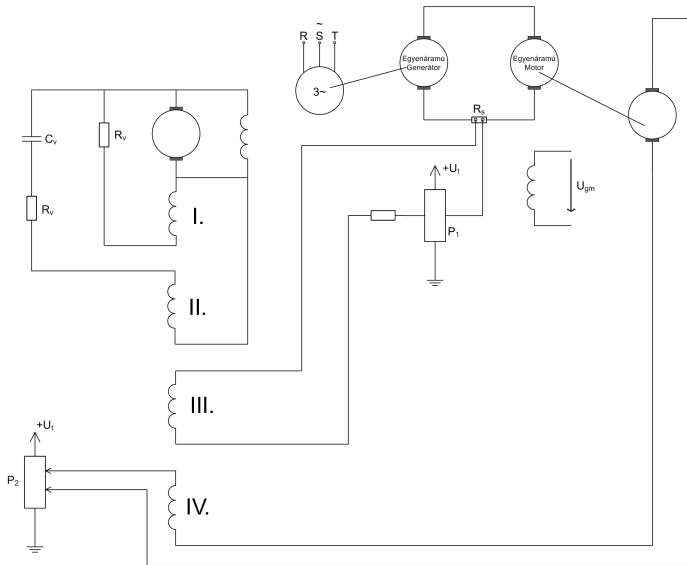
# Ward-Leonard hajtás

- Megjelenése az 1930-as évekre tehető
- A hajtás segítségével a motor a hajtás bemenetéről váltakozó feszültségű hálózatról is üzemeltethető
- Probléma:
  - Hogyan szabályozható egy egyenáramú motor fordulatszáma félvezetők nélkül
- Megoldás:
  - Egy aszinkron/egyenáramú motort használunk a forgómozgás előállítására
  - A meghajtó motor tengelyére elhelyezünk egyenáramú generátorokat
  - A generátorokról megtápláljuk az egyenáramú motort

# Ward-Leonard hajtás



## Ward-Leonard hajtás (forgógépes erősítővel)



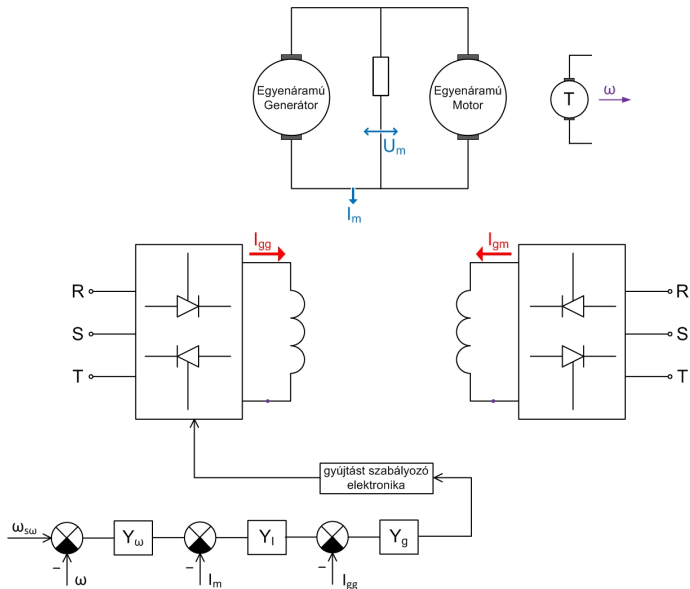
# Ward-Leonard hajtás (forgógépes erősítővel)

- Amplidin:
  - Forgógépes villamosgépes erősítőként használták
  - Jellemző erősítés: 5000-10000
  - Több gerjesztőtekercssel rendelkezik (tipikusan 4 darab)
- Gerjesztőtekercsek feladatai:
  - I.: Amplidin feszültségéről negatív visszacsatolás
  - II.: A rendszer dinamikát befolyásolja
  - III.: Az áram korlátozását látja el ( $P_1$ -el állítható be)
  - IV.: Negatív visszacsatolás a fordulatszámról

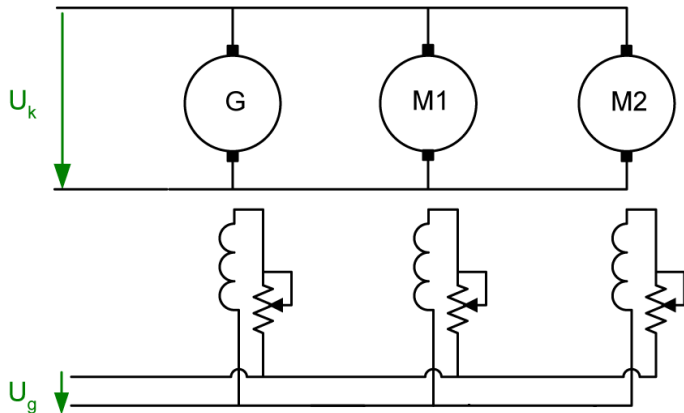
# Ward-Leonard hajtás (elektronikus vezérléssel)

- Az amplidin alkalmazása a hatásfokot csökkentette
- Kicsi az amplidin erősítési tényezője
- A félvezető technika fejlődésével az amplidin kiváltható
- Az elektronikus vezérlés előnyei:
  - Mivel az amplidin egy egyenáramú gép, ezért sok karbantartást igényel az elektronikus vezérléshez képest
  - Csökken a hajtás mérete
  - Csökken a hajtás energiafogyasztása
  - Ez elektronikus vezérlés (analóg vagy digitális) segítségével jobb és adaptívabb vezérlés készíthető felügyeleti rendszerbe köthető a hajtás

## Ward-Leonard hajtás (elektronikus vezérléssel)

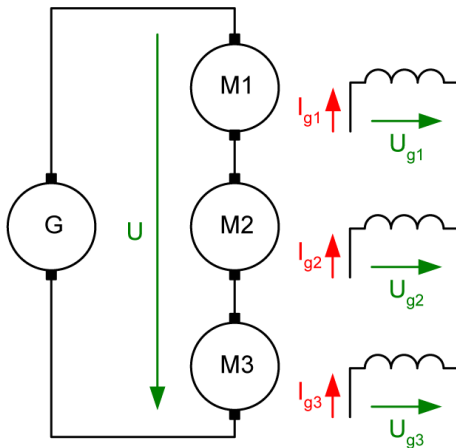


## Többsmotoros Ward-Leonard hajtás





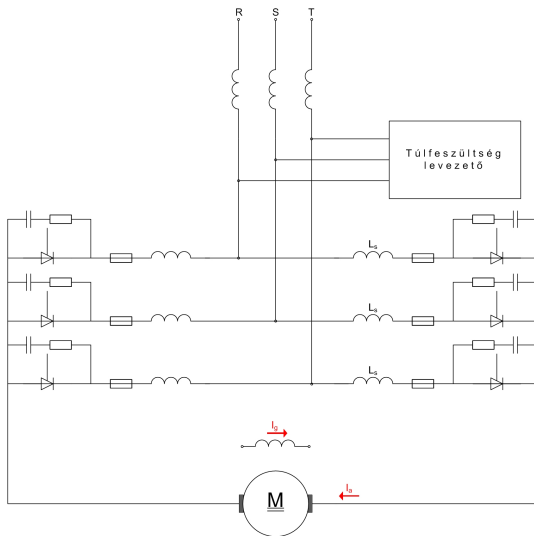
## Terhelés kiegyensúlyozott többmotoros Ward-Leonard hajtás



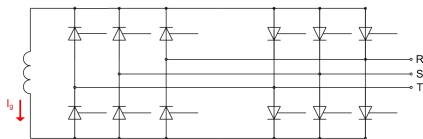
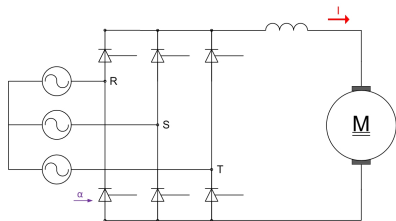
# Egyenáramú áramirányítós hajtás

- Az 1930-as évektől jelentek meg az áramirányítós hajtások  
Higanygőz-egyenirányítókat alkalmaztak először
- 1960-as évektől megjelentek az erősáramú tirisztorok és azok alkalmazták utána  
Akár több MW teljesítményre is alkalmazhatók

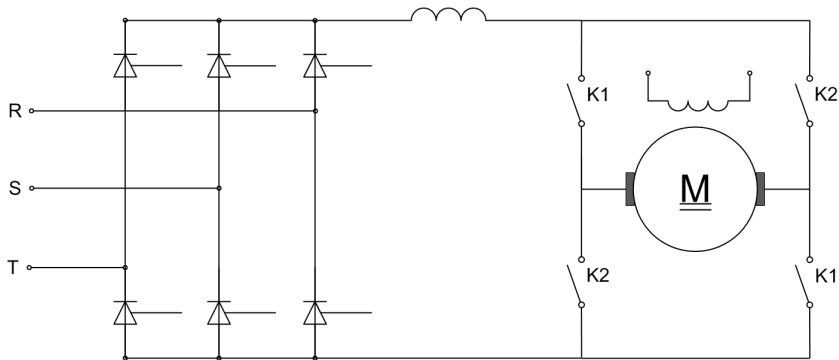
# Egyenáramú áramirányítós hajtás



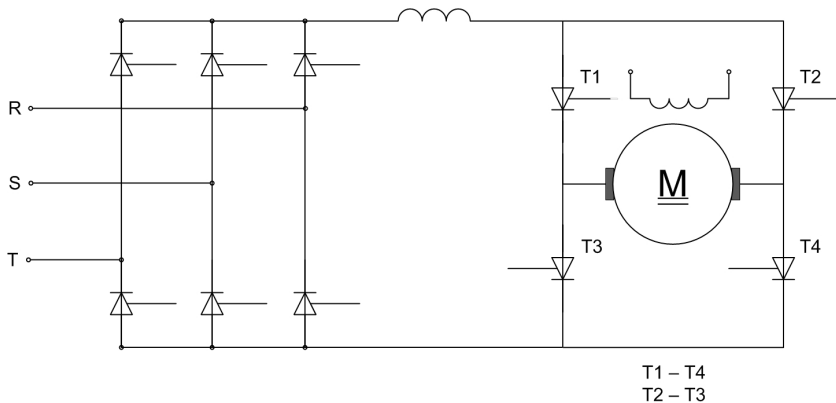
# Háromfázisú hídkapcsolás



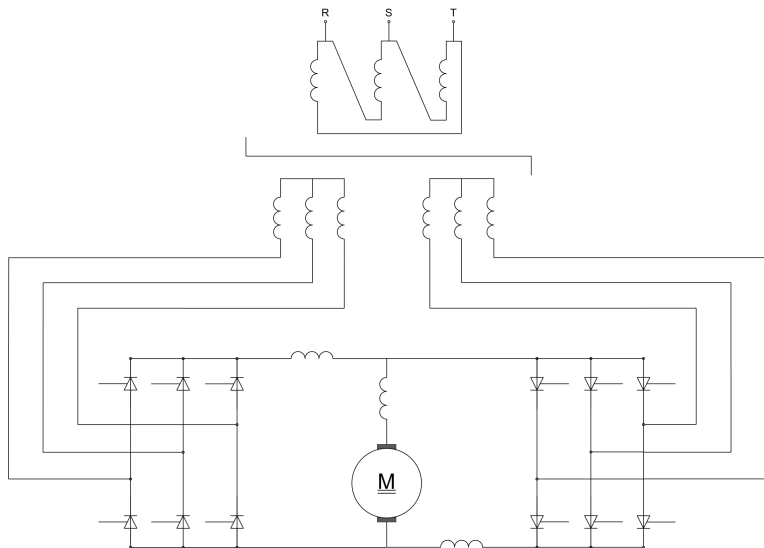
# Háromfázisú hídkapcsolás mechanikus forgásirányváltással



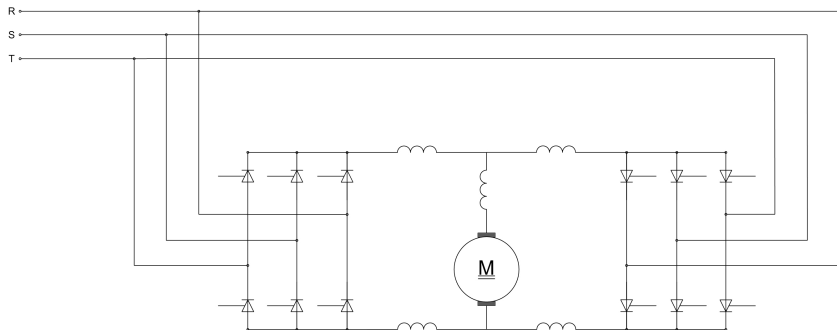
# Háromfázisú hídkapcsolás félvezető forgásirányváltással



# Áramirányítók keresztcsolása

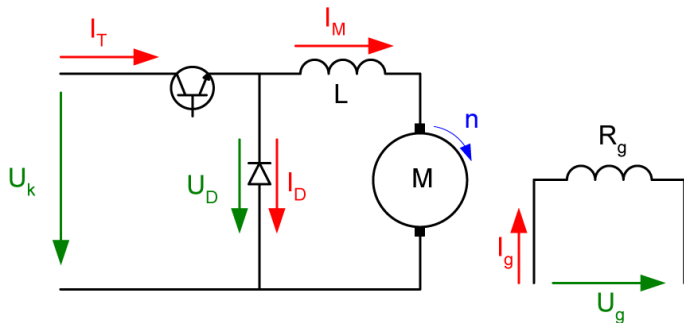


# Áramirányítók ellenpárhuzamos kapcsolása

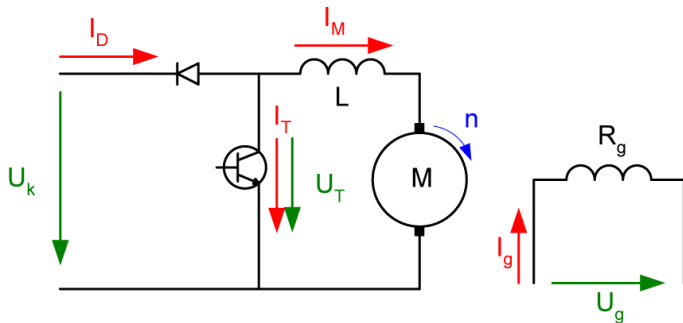




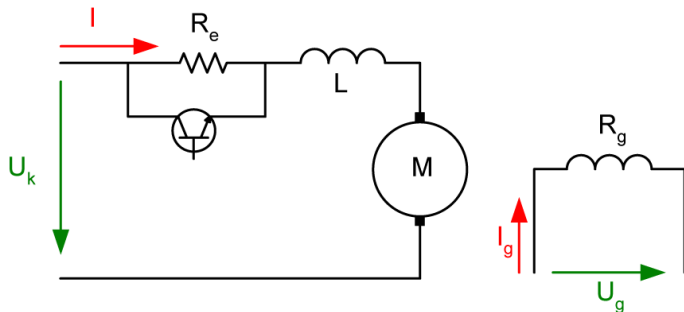
## Egynyegyedes feszültségcsökkentő szaggató



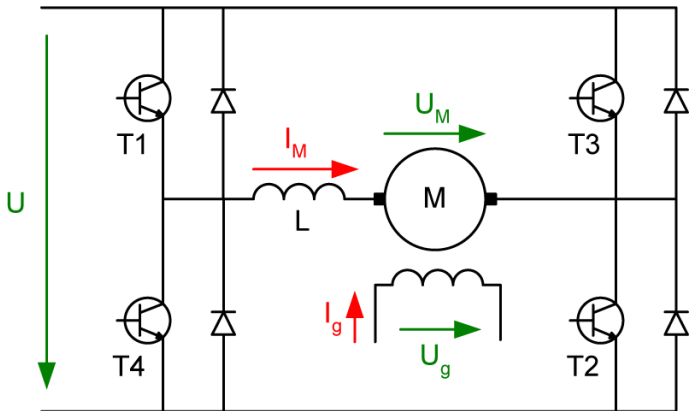
## Egynyegyed-es feszültségnövelő szaggató



# Szaggatós ellenállás változtató szaggató



## Négynegyedes szaggató



# Felhasznált irodalom

- Dr. Halász Sándor: Villamos hajtások, Egyetemi tankönyv , ISBN: 9634505171, Rotel Kft. Budapest, 1993.
- Dr. Halász Sándor: Automatizált villamos hajtások I. II., Tankönyvkiadó, 1989. 1998.
- Dr. Jamniczky Árpád: Villamos gépek üzemtana, Veszprémi Vegyipari Egyetem, 1984.
- W. Böhm: Villamos hajtások, Műszaki Könyvkiadó 1982.

**Fodor Attila, Dr. Magyar Attila:**

## **Szabályozott villamos hajtások**



**A felsőfokú informatikai oktatás  
minőségének fejlesztése,  
modernizációja**

**TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0104**



*Főkezdményezett:*  
Pannon Egyetem  
8200 Veszprém  
Egyetem u. 10.

*Kedvezményezett:*  
Szegedi Tudományegyetem  
6720 Szeged  
Dugonics tér 13.



**2014**



**MAGYARORSZÁG MEGÚJUL**



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai  
Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

# Szabályozott villamos hajtások

## BLDC motorok vezérlése

Fodor Attila és dr. Magyar Attila

Pannon Egyetem  
Műszaki Informatikai Kar  
Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék  
[foa@almos.vein.hu](mailto:foa@almos.vein.hu)

2014.

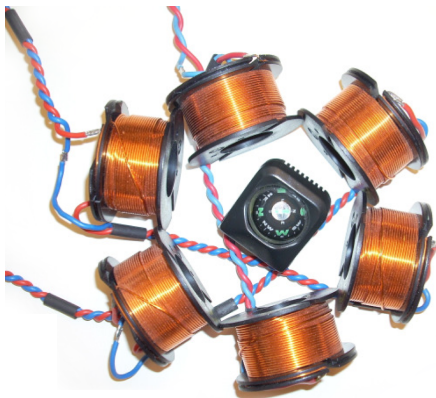
# Áttekintés

- 1 BLDC motorok vezérlése
  - Elvi felépítés
  - Forgórész
  - Állórész
  - Érzékelővel ellátott BLDC motor vezérlése
  - Érzékelő nélküli BLDC motor vezérlése
- 2 ECDC motor
- 3 BLDC motor matematikai modellje
- 4 Felhasznált irodalom



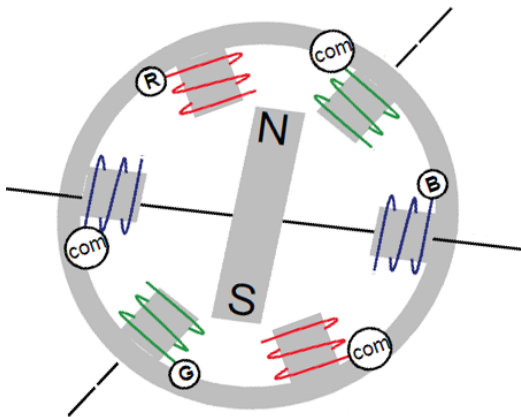
# Működési elv

- Egy állandó mágneses szinkron motor (Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM) működése könnyen bemutatható egy iránytű és néhány tekercs segítségével



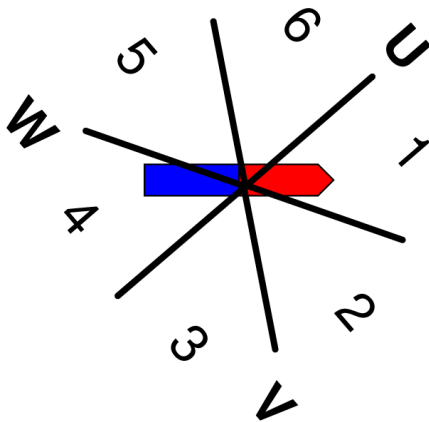
# Működési elv, Felépítés

- A különálló tekercseket az állórész vasmagjába illesztve megkapjuk a motor állórészét



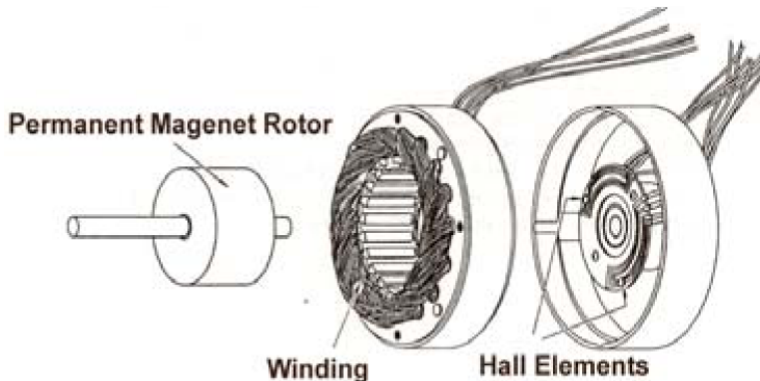
# Működési elv

- Vezérlés szempontjából a modellezett "motort" 6 vezérlési állapotra tudjuk bontani

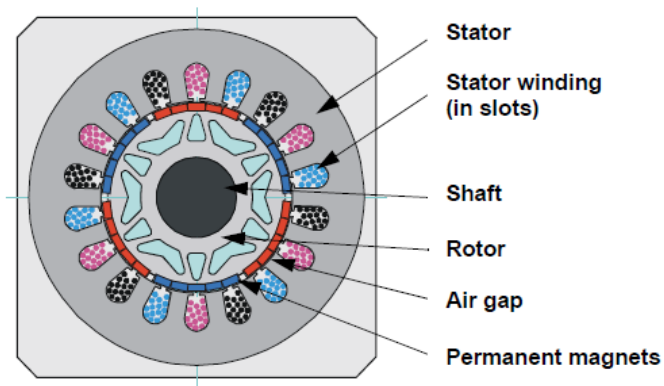


# Motor felépítése

- A motor fontosabb részei:
  - Állórész és annak tekercselése
  - Állandómágnessel rendelkező forgórész
  - Pozícióérzékelést lehetővé tevő szenzor(ok)



# Felépítés



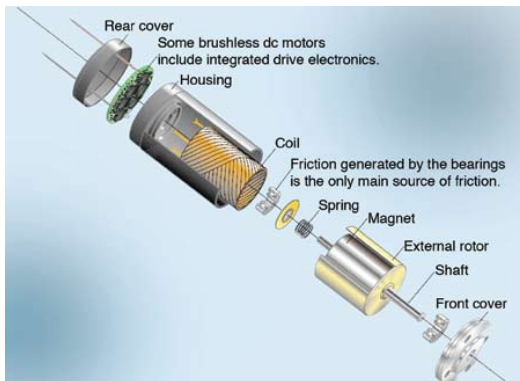
# Motor felépítése

- Az ábrán egy Texnic által gyártott BLDC motor metszete látható:



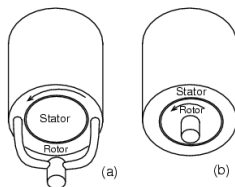
# Motor felépítése

- Sok esetben a vezérlő elektronikát és a hajtást is hozzászerelik a kis teljesítményű motorokhoz

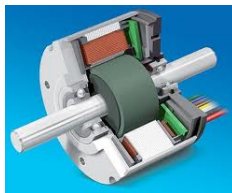


# Felépítés - Inside rotor

- Belső forgórészes kialakítás (inside rotor), elvi rajz:



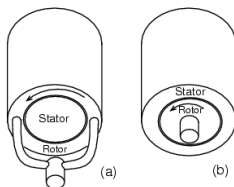
- BLDC motor "normál" felépítése: (Maxon EC motor)





# Felépítés - Outside rotor

- Külső forgórészes kialakítás (outside rotor), elvi rajz:

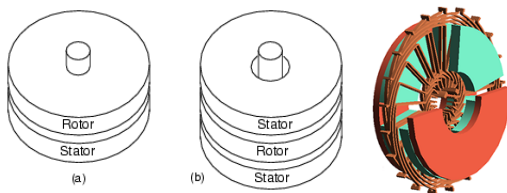


- Például motorbicikli, ventilátor, stb:

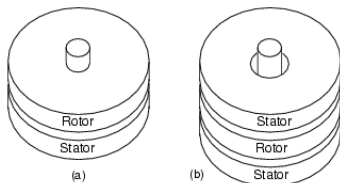


# Felépítés - Pancake motor

- Egy státoros motor (single stator pancake rotor)

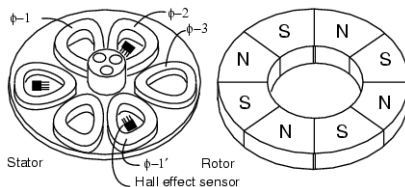


- Dupla státoros motor (double stator pancake rotor)

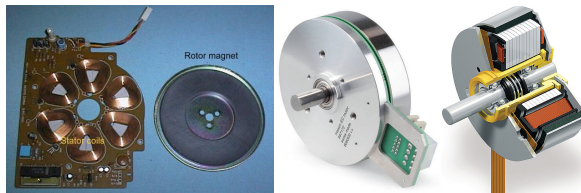


# Felépítés - Pancake motor

- Egy státoros motor (single stator pancake rotor) felépítése



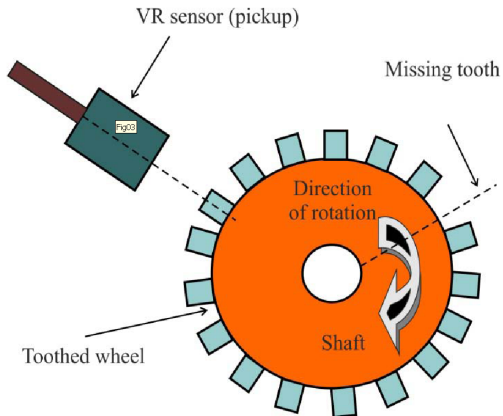
- Példa: floppy motor, Maxon EC motor



# Rotorpozíció meghatározása - VR sensor

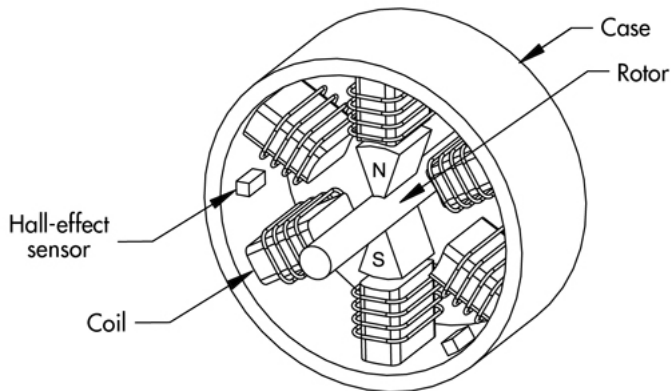
- Működési elv:

A változó reluktancia szenzor érzékeli a fogakkal teli tárcsa elfordulását



# Rotorpozíció meghatározása - Hall sensor

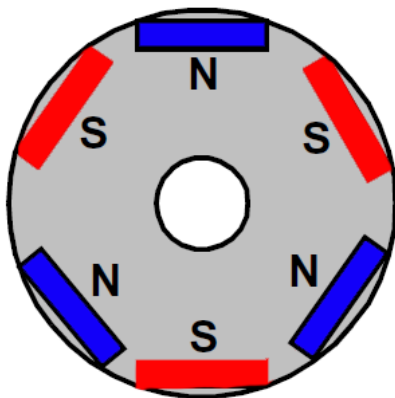
- Működési elv:  
A Hall szenzor érzékeli a forgórész mágnesese által létrehozott teret



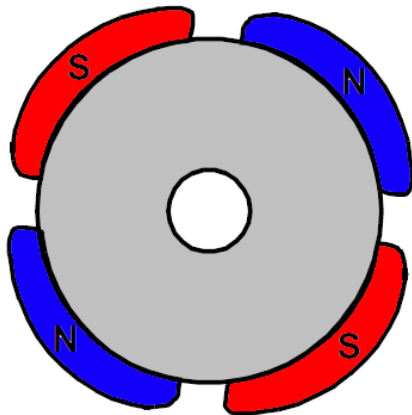
# Forgórész felépítése

- A forgórész egy vagy több állandómágnest tartalmaz
- A rotor és a mágnes alakja és elhelyezése meghatározzák a motor tulajdonságait
- Különböző felépítésű motorok más mágneses tulajdonságokkal rendelkeznek
- A következő típusokat különböztethetjük meg
  - Beágyazott (négyzetletes) mágnessel rendelkező fogórész (Rectangular) magnet embedded in the rotor
  - Külső/Kiálló mágnessel rendelkező fogórész  
Periphery magnet
  - Rotorfelületre szerelt (négyzetletes) mágnessel rendelkező fogórész (Rectangular) magnet inserted into the rotor core

## Beágyazott mágnessel rendelkező fogórész

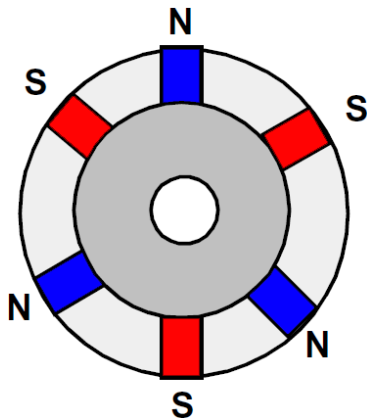


## Külső/Kiálló mágnessel rendelkező fogórész





## Rotorfelületre szerelt mágnessel rendelkező fogórész

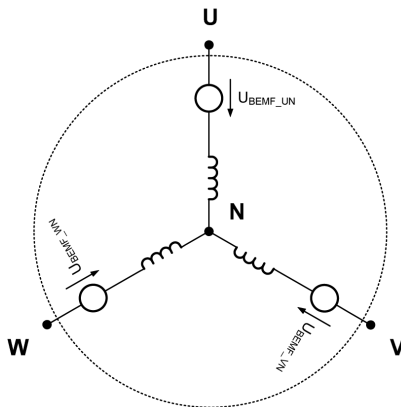


# Állórész tekercselése

- Az állórész tekercselése megegyezik az aszinkron és a szinkron motor állórészének a tekercselésével
- Szimmetrikus háromfázisú tekercselés
- Tekercsek kapcsolása lehet:
  - Csillag
  - Delta
- Tekercselési stratégiák lehetnek:
  - Hurkos
  - Hullámos

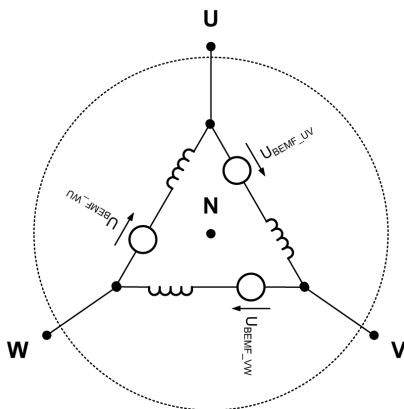
# Csillag kapcsolás

- A feszültségforrások a tekercsekben indukálódó feszültség modellezésére lettek elhelyezve



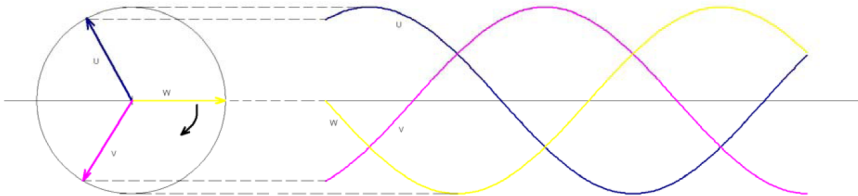
# Delta kapcsolás

- A feszültségforrások a tekercsekben indukálódó feszültség modellezésére lettek elhelyezve



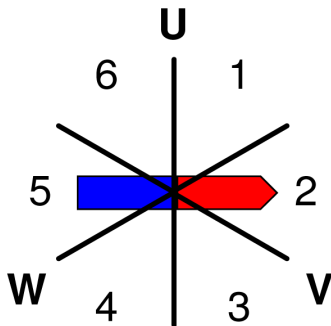
# Indukált feszültség

- A motor tengelyét megforgatva (generátor üzem), a tekercsekben szinuszos feszültség indukálódik  
(Bizonyos BLDC motorok esetében, trapéz alakú indukált feszültség is kialakulhat.)



# Vezérlés

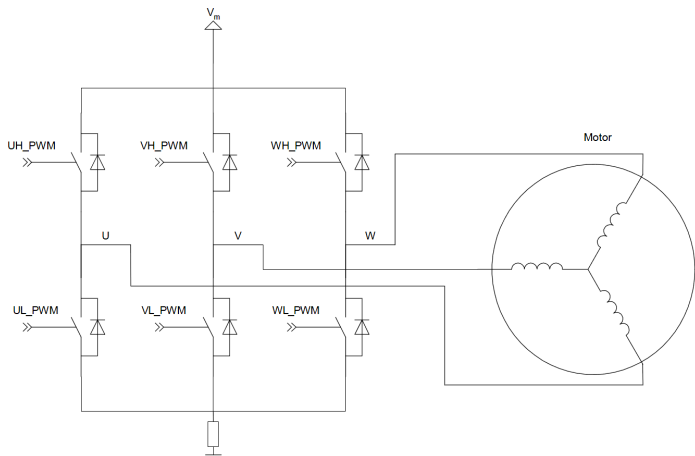
- A vezérlés szempontjából a következő részekre bontható a motor egy fordulata
- A vezérlés nem különbözik a csillag és a delta kapcsolásnál



# BLDC motor vezérlése

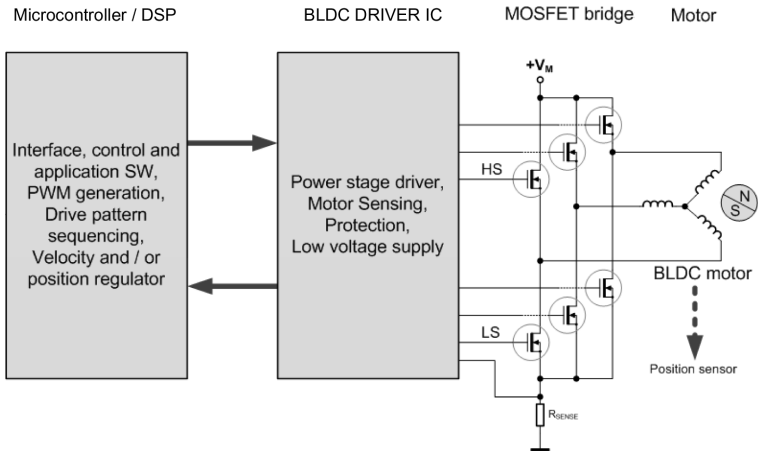
- A motor vezérléséhez a következő fontosabb részegységek szükségesek:
  - 3 fázisú híd (inverter)
  - Hídmeghajtó fokozat
  - Vezérlő áramkör (mikrokontroller vagy DSP)
  - Rotorpozíció meghatározásához szükséges szenzor(ok)

# BLDC motor meghajtó híd

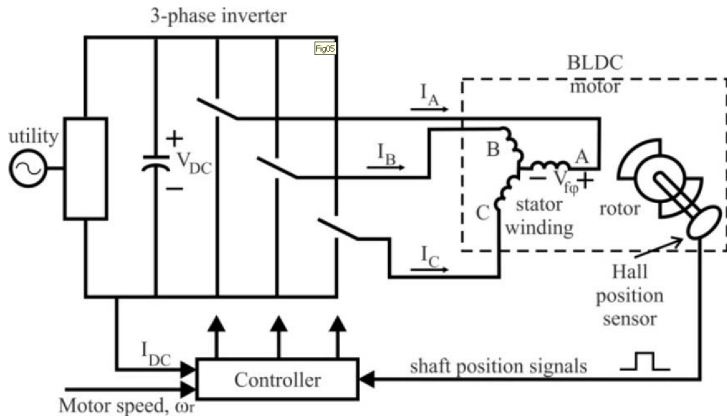




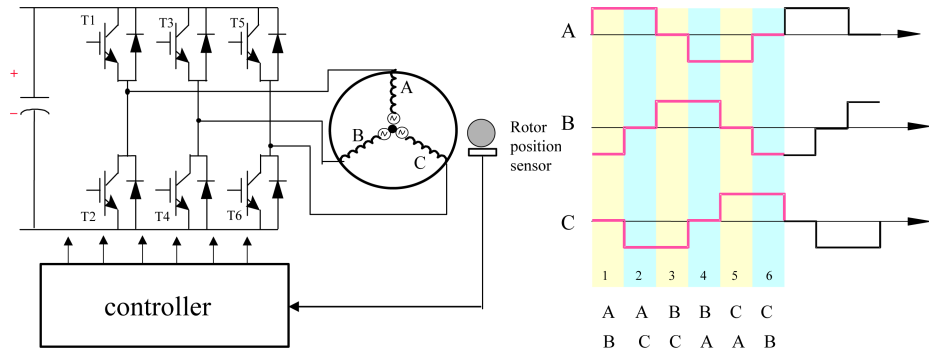
# BLDC motor vezérlésének blokkvázlata



## BLDC motor vezérlésének blokkvázlata

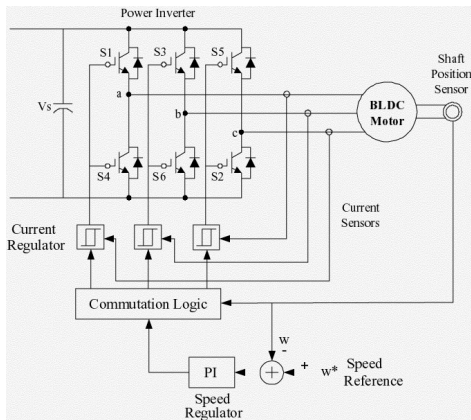


# Híd meghajtása



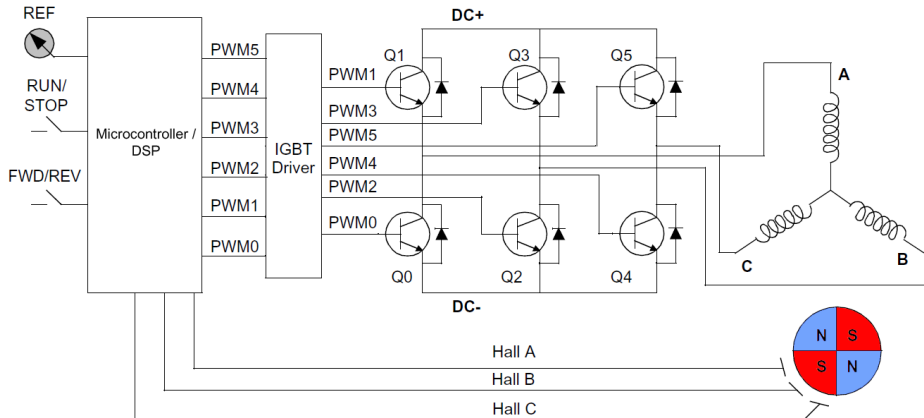
# BLDC motor meghajtása

- A fontosabb funkcionális blokkokat felrajzolva a következő módon néz ki egy BLDC motor vezérlésének blokkvázlata:



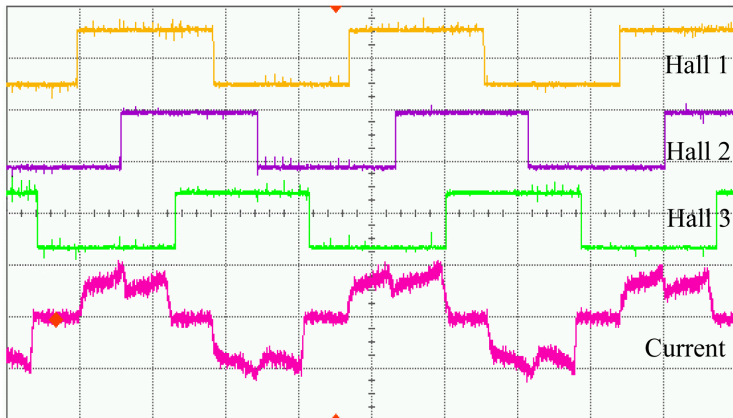
# BLDC motor meghajtása

- A fontosabb funkcionális blokkokat felrajzolva a következő módon néz ki egy BLDC motor vezérlésének blokkvázlata:



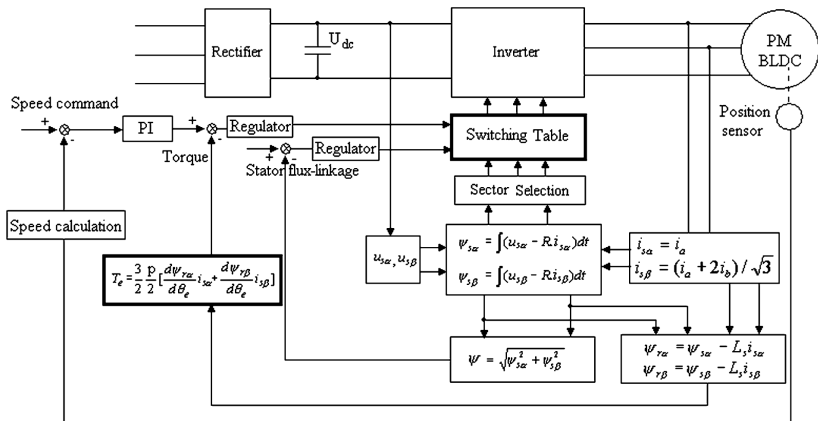
# Hall szenzorok jelei

- Forgás közben az állórészre szerelt hall szenzorok a következő jeleket szolgáltatják



# Direct Torque Control (DTC)

- Lehetőség van közvetlenül a nyomaték szabályozására is a többi motortípusnál tanultakhoz hasonlóan
- A szabályozáshoz szükség van egy motormoddellre
- DTC esetén a következő módon néz ki a szabályozás blokkvázlata



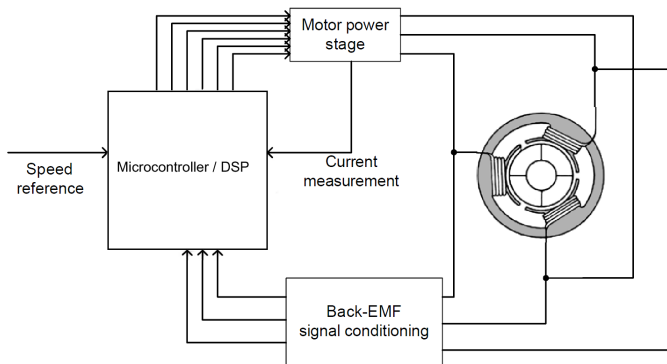
# Back-EMF

- Probléma:
  - A motor gyártásánál jelentős költséget jelent a rotorpozíciót szolgáltató szenzorok költsége
- Alapötlet:
  - Valamilyen módon az áram és/vagy feszültség jelekből meg kellene határozni a rotor helyzetét
  - Ha az áram és/vagy feszültség jelekből meghatároztuk a pozíciót, akkor nem szükséges szenzorok alkalmazása
- Megoldás1: (Back-EMF)
  - A meghajtásnál egyszerre csak 2 tekercset használunk és a harmadik tekercsben figyeljük az indukált feszültséget
  - Az indukált feszültségből következtetünk a rotor helyzetére
- Megoldás2:
  - Pontos motormodell segítségével az áram és/vagy feszültség jelek felhasználásával meghatározom a terhelési szöveget és így számolható ki a rotor helyzete
  - A gyakorlatban nem elterjedt



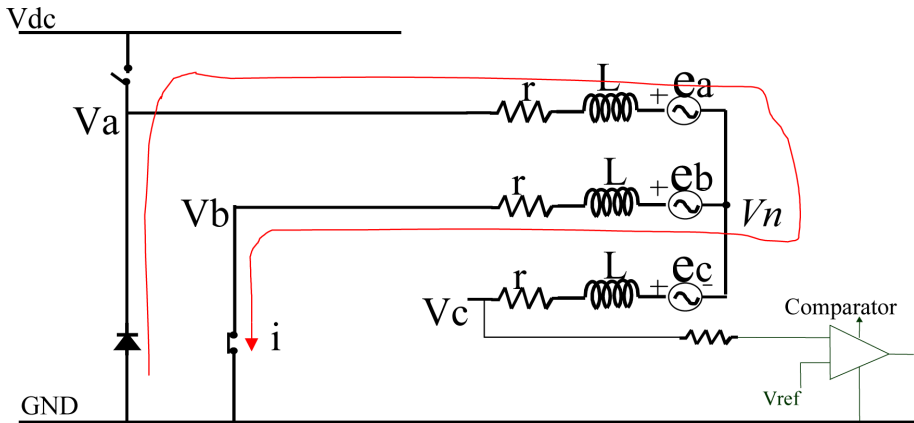
# Szabályozás blokkvázlata

- Fontosabb funkcionális blokkok a következők:
  - Híd és annak a meghajtása
  - Vezérlő mikrokontroller vagy DSP
  - Back-EMF jelfeldolgozó egység



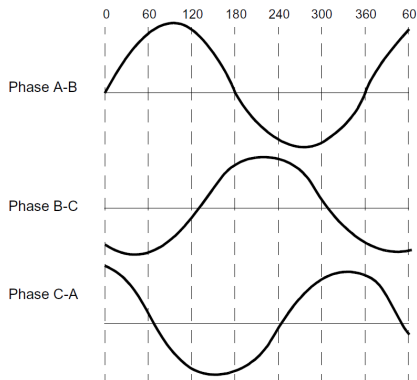
# Back-EMF

- Back-EMF (Electro Magnetic Field) alapötletének áramköri rajza



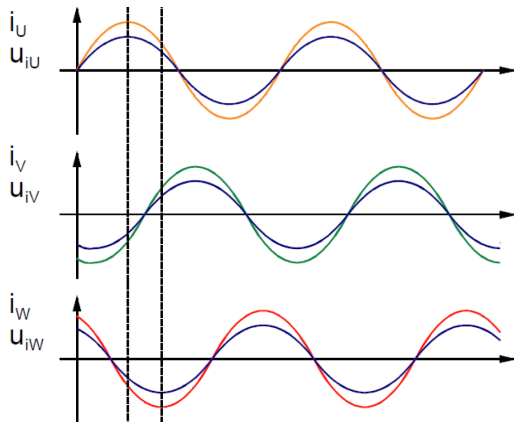
# Sinusoidal Back-EMF

- A motor felépítésétől és vezérlésétől függően az indukált feszültségjel alakja lehet:
  - Szinuszos feszültség
  - Trapéz feszültség jelalak
- Szinuszos Back-EMF jel esetén az indukált feszültség a következő:



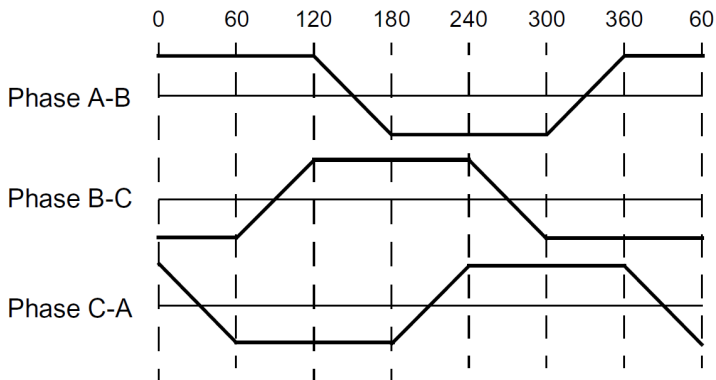
# Sinusoidal Back-EMF

- Szinuszos vezérlés esetén az indukált feszültség a következő:



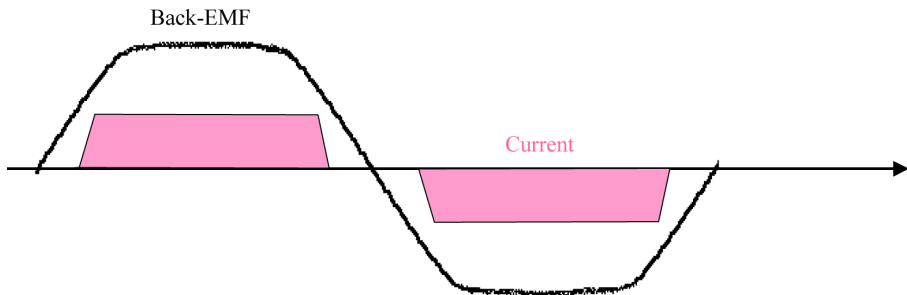
# Trapezoidal Back-EMF

- A motor felépítésétől és vezérlésétől függően az indukált feszültségjel alakja lehet:
  - Szinuszos feszültség
  - Trapéz feszültség jelalak
- Trapézos Back-EMF jel esetén az indukált feszültség a következő:



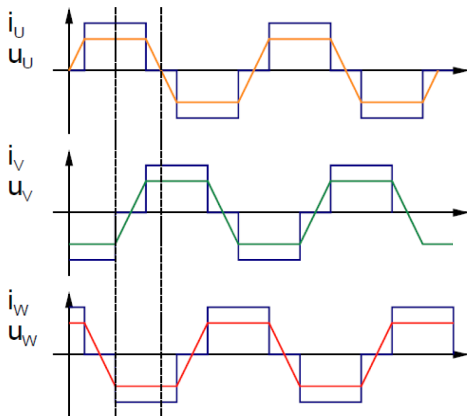
# Trapezoidal Back-EMF

- Négyszög alakú vezérlőjel esetén az indukált feszültség a következő:



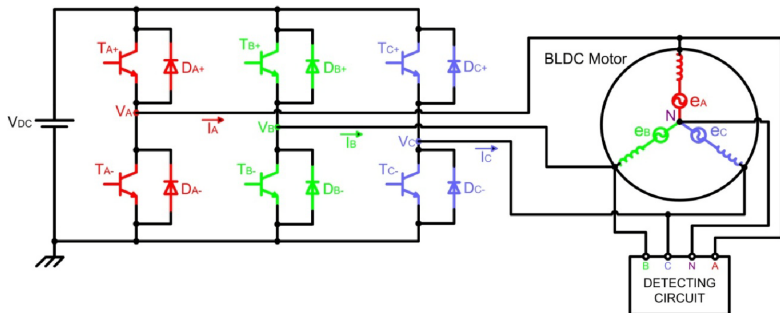
# Trapezoidal Back-EMF

- Négyszög alakú vezérlőjel esetén az indukált feszültség a következő:



# Back-EMF

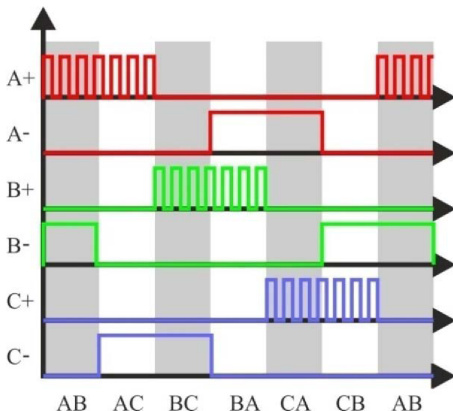
- Az indukált feszültséget mindhárom fázison érzékelni kell
- Mindhárom fázisra kell detektálást lehetővé tevő elektronikát építeni





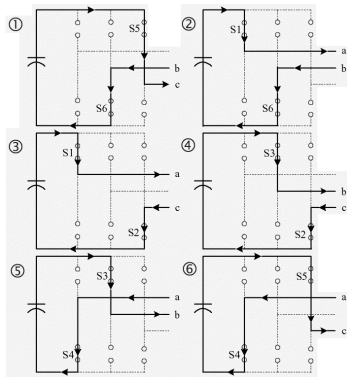
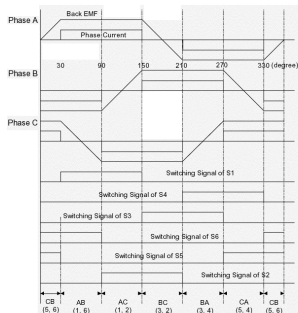
# Híd meghajtása (Back-EMF esetén)

- Minden időpillanatban az egyik fázisnak lebegnie kell (indukált feszültség detektálása)
- Minden időpillanatban csak 2 fázis kaphat vezérlést



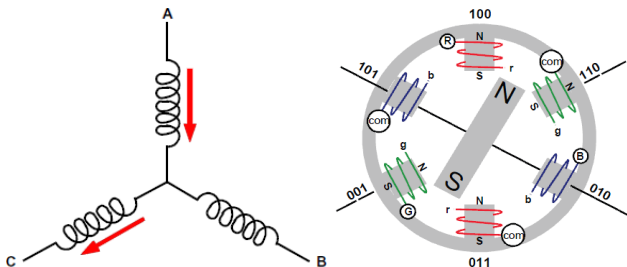
# A híd félvezetőinek kapcsolása Back-EMF esetén

- Minden időpillanatban csak 2 fázis kaphat vezérlést



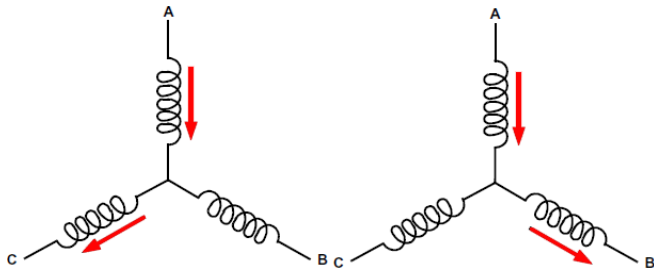
# Tekercsek kapcsolása

- Az 1-es állapotban így néz ki a tekercsek vezérlése és a rotor pozíciója



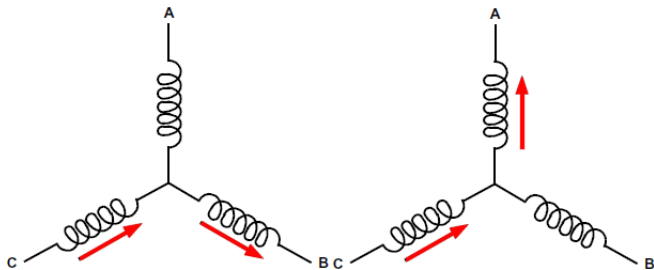
# Tekercsek kapcsolása

- 1-es és 2-es állapot



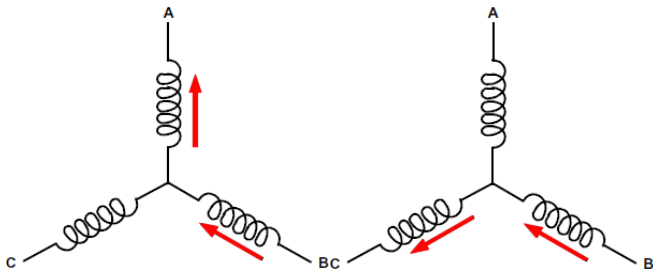
# Tekercsek kapcsolása

- 3-as és 4-es állapot

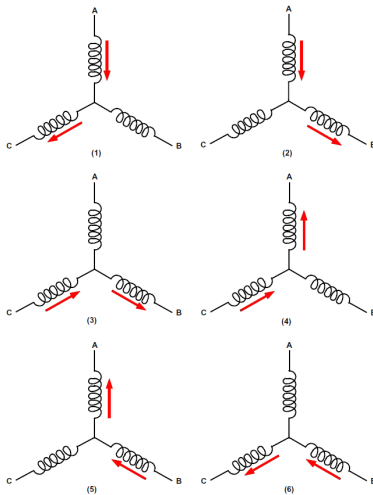


# Tekercsek kapcsolása

- 5-ös és 6-os állapot

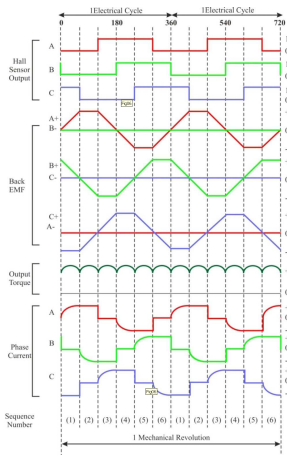


# Tekercsek kapcsolása



# Hall szenzor és Back-EMF jel összehasonlítása

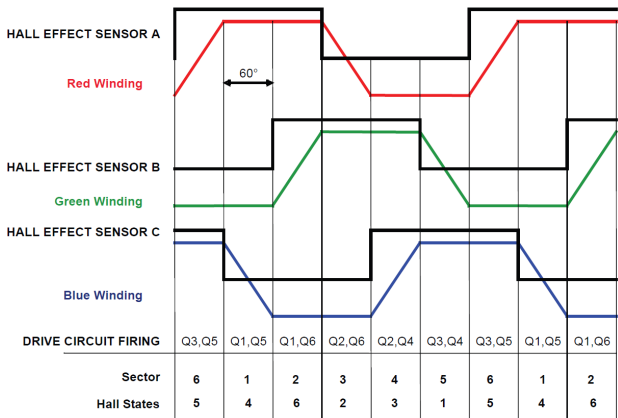
- Ha egy olyan motoron nézzük a Back-EMF jelet amelynél van hall szenzor is, akkor a következő jelalkokat kaphatjuk:





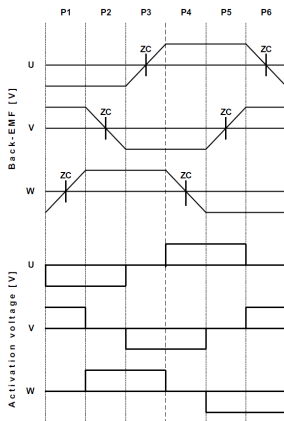
# Hall szenzor és Back-EMF jel összehasonlítása

- Ha egy olyan motoron nézzük a Back-EMF jelet amelynél van hall szenzor is, akkor a következő jelalkokat kaphatjuk:



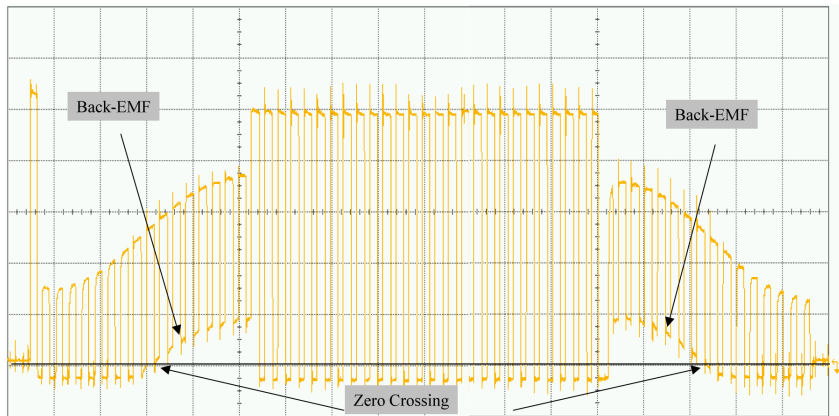
# Kommutációs pontok meghatározása

- Megfigyelve a Back-EMF jelalakot látható, hogy a GND feszültség elérése viszonylag jól detektálható



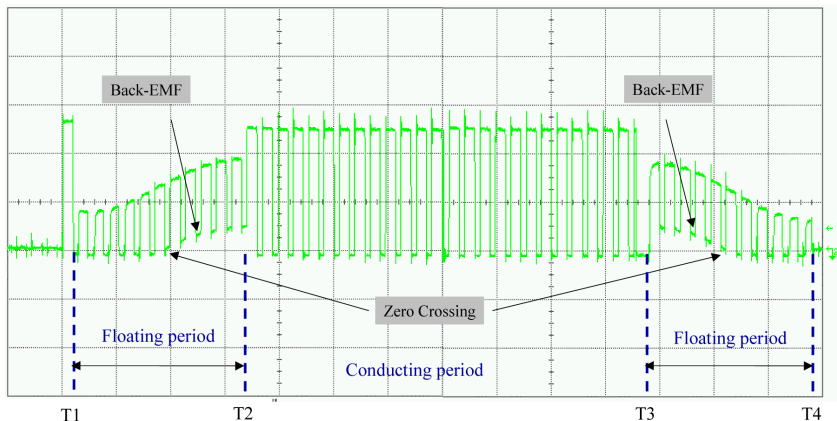
# Kommutációs pontok meghatározása

- Mérések alapján PWM-es meghajtó jel esetén a Back-EMF jelalakon a GND feszültség elérése már nehéz feladat



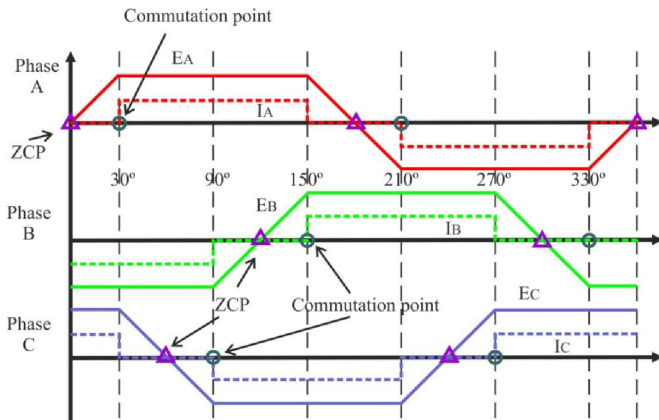
# Kommutációs pontok meghatározása - Back-EMF jel fázisai

- Mérések alapján PWM-es meghajtó jel esetén a Back-EMF jelalakon a GND feszültség elérése már nehéz feladat



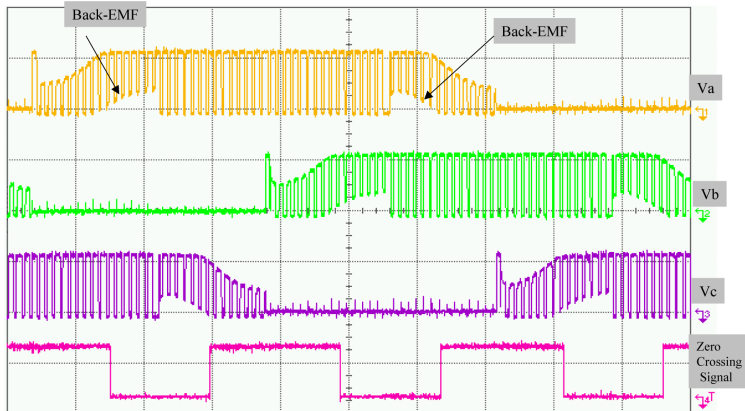
# Kommutációs pontok

- Megfigyelve a jelalakokat látható az, hogy hol kell a vezérlésnek változtatni a híd vezérlésén (kommutáció)  
ZCP (Zero Crossing Point)



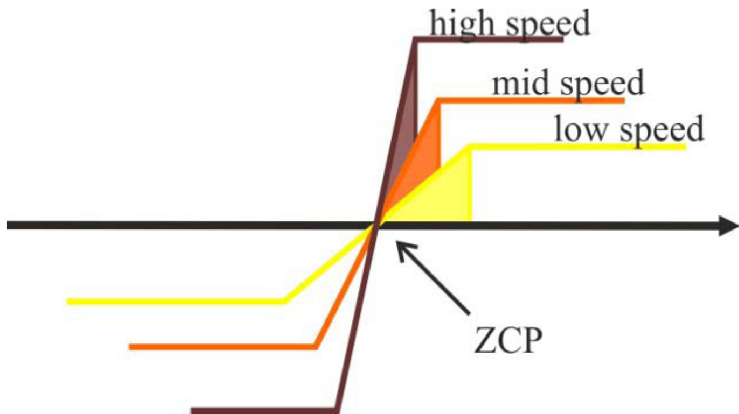
# Kommutációs pontok meghatározása

- A 3 fázishoz tartozó "Zero Crossing Point"-ok felhasználásával készíthetünk egy "Zero Crossing" jelet, amely információt ad számunkra a pozícióról



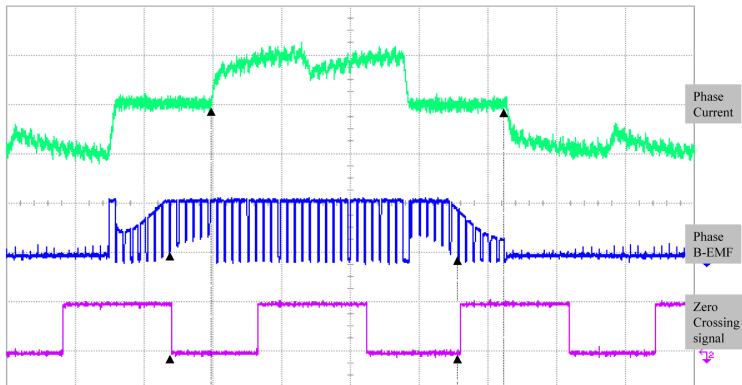
# Kommutációs pontok meghatározása

- A Back-EMF jeleknél a felfutás meredeksége a fordulatszámától függ, erre figyelni kell a kommutáció során



# Kommutációs pontok meghatározása - Alacsony fordulatszám

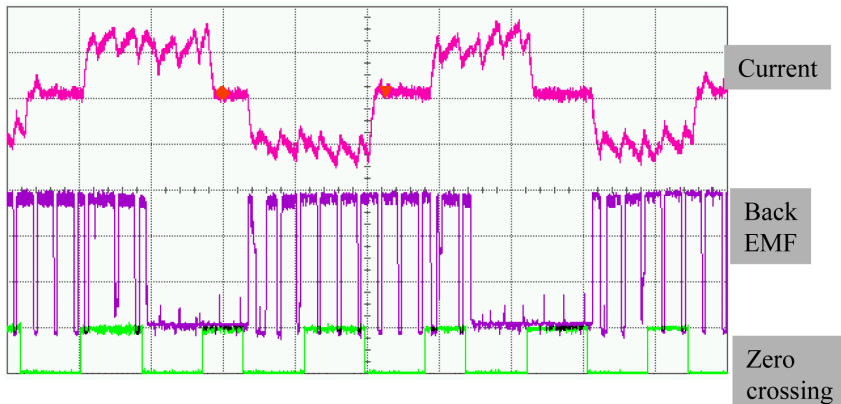
- A Back-EMF jel alakja erősen függ a motor fordulatszámától
- Alacsony fordulatszámnál viszonylag könnyedén meghatározhatóak a ZCP-ok
- Magas fordulatszámnál nehezen határozhatóak meg a ZCP-ok





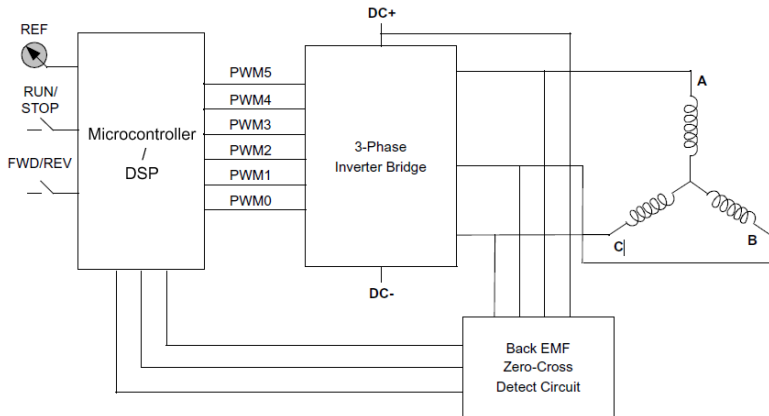
# Kommutációs pontok meghatározása - Magas fordulatszám

- A Back-EMF jel alakja erősen függ a motor fordulatszámától
- Alacsony fordulatszámnál viszonylag könnyedén meghatározhatóak a ZCP-ok
- Magas fordulatszámnál nehezen határozhatóak meg a ZCP-ok



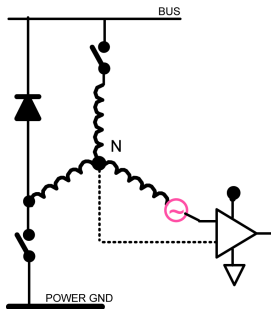
# A vezérlés blokkvázlata

- Felhasználva a ZCP információkat a vezérlés blokkvázlata a következő módon alakul



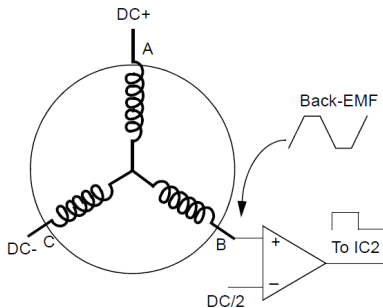
# Back-EMF mérése (ZCP meghatározása)

- Elméletileg a jel mérése a következő kapcsolással megoldható lenne
- Probléma: Nem biztos, hogy ki van vezetve a csillagpont



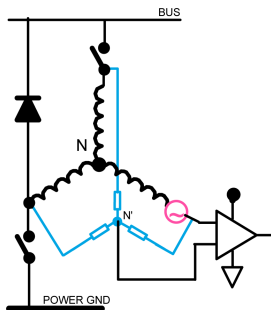
# Back-EMF mérése (ZCP meghatározása)

- Ha a tekercselés teljesen szimmetrikus, akkor a tápfeszültség felénél lesz a csillagpont feszültsége
- Probléma: Egy kis eltérés biztos, hogy van a kettő tekercs között



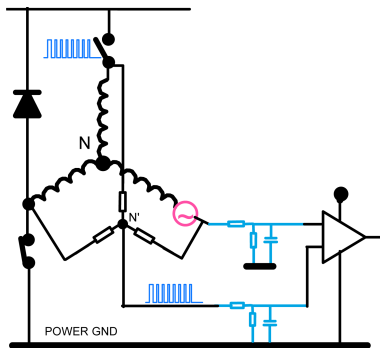
# Back-EMF mérése (ZCP meghatározása)

- Ha a tekercselés teljesen szimmetrikus, akkor a tápfeszültség felénél lesz a csillagpont feszültsége
- Megoldás: Létre kell hozni egy virtuális földpontot
- Probléma: Nincsen szűrés a Back-EMF jelen



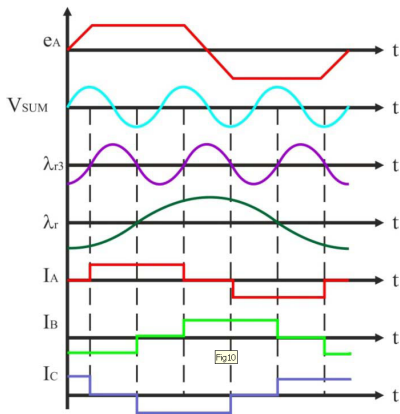
# Back-EMF mérése (ZCP meghatározása)

- Virtuális földpont alkalmazása szűréssel



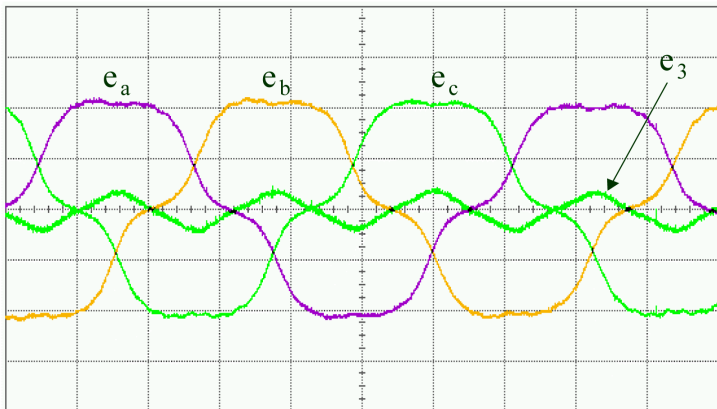
# Back-EMF (3. harmonikus)

- Megvizsgálva a motor Back-EMF jelét, fluxusát és áramait a következőt kapjuk



# Back-EMF (3. harmonikus)

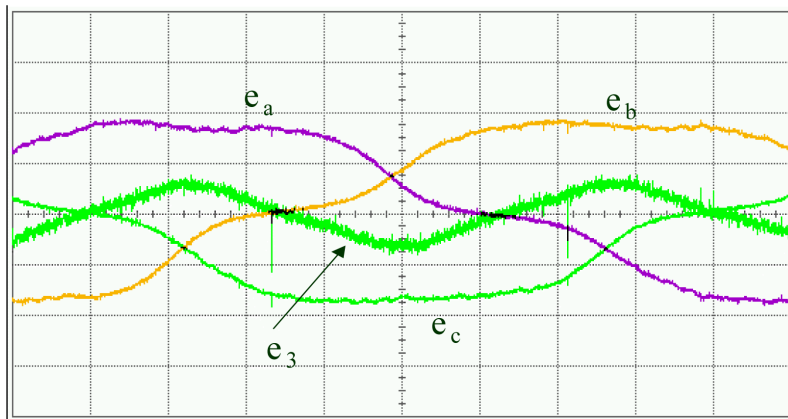
- Ha meghatározzuk a Back-EMF jel 3. felharmonikusát, akkor a következőt kapjuk (Motor1 esetén)
- A ZCP pontok megegyeznek a 3. harmonikus ZCP pontjaival





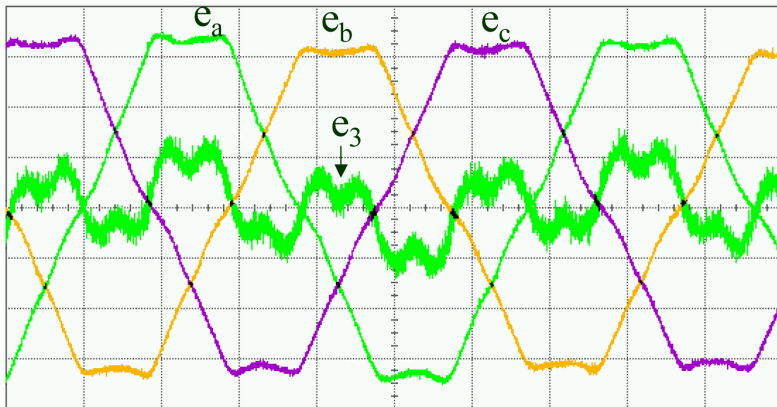
# Back-EMF (3. harmonikus)

- Ha meghatározzuk a Back-EMF jel 3. felharmonikusát, akkor a következőt kapjuk (Motor1 esetén)
- A ZCP pontok megegyeznek a 3. harmonikus ZCP pontjaival



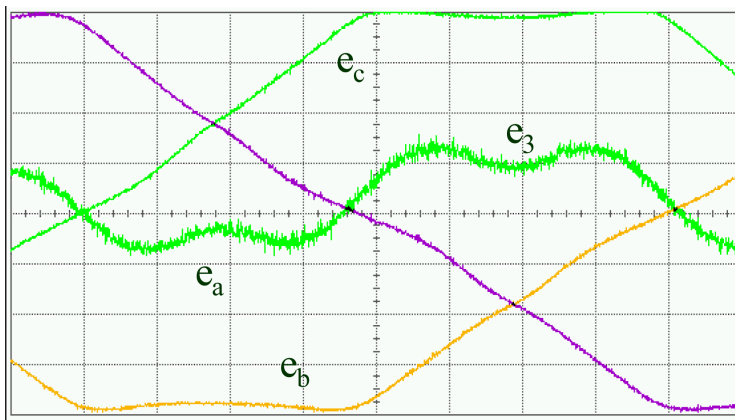
# Back-EMF (3. harmonikus)

- Ha meghatározzuk a Back-EMF jel 3. felharmonikusát, akkor a következőt kapjuk (Motor2 esetén)
- A ZCP pontok megegyeznek a 3. harmonikus ZCP pontjaival



# Back-EMF (3. harmonikus)

- Ha meghatározzuk a Back-EMF jel 3. felharmonikusát, akkor a következőt kapjuk (Motor2 esetén)
- A ZCP pontok megegyeznek a 3. harmonikus ZCP pontjaival



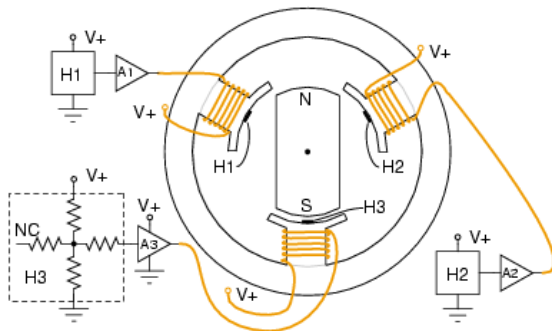
# Áttekintés

- 1 BLDC motorok vezérlése
- 2 ECDC motor**
- 3 BLDC motor matematikai modellje
- 4 Felhasznált irodalom

- Probléma:
  - A DC motornál a működéshez kommutátor szükséges
  - A szénkefék:
    - elkopnak
    - szikráznak
    - karbantartást igényelnek
- Ötlet:
  - A kommutáció az mechanikai egyenirányítás
  - Az áram egyenirányítása elektronikusan is megoldható lenne, de ahhoz ismerni kellene a rotor pozícióját
- Megoldás:
  - Hall szenzorok segítségével megoldható a pozíció detektálása

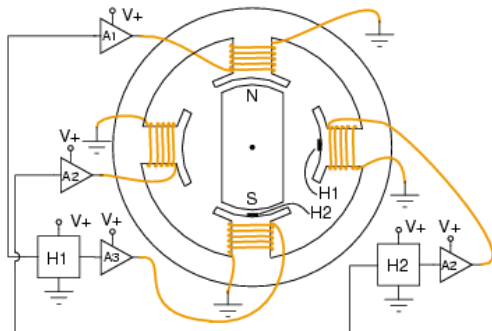
# ECDC motor felépítése

- Egy három pólusú motor vezérléséhez 3 hall szenzort kell alkalmazni
- A tekercsek és a hall szenzorok bekötése a következő:



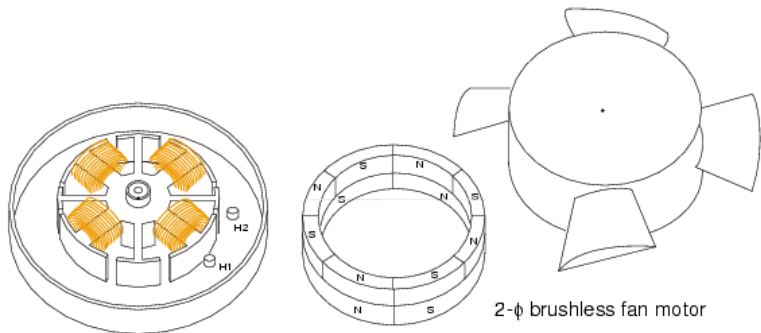
# ECDC motor felépítése

- Egy négy pólusú motor vezérléséhez 2 hall szenzor is elegendő (tekercsek ellentétesen vannak vezérelve)
- A tekercsek és a hall szenzorok bekötése a következő:



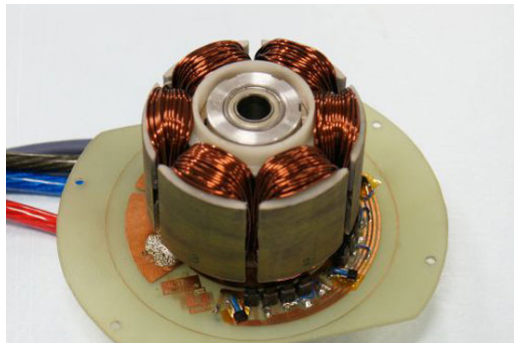
# ECDC motor alkalmazása

- Mivel egyenfeszültségről meghajtható, ezért széles körben elterjedt az alkalmazása
- Például: ventilátorok





# ECDC motor állórésze



- A fényképen jól láthatóak a hall szenzorok

# Áttekintés

- 1 BLDC motorok vezérlése
- 2 ECDC motor
- 3 BLDC motor matematikai modellje
  - BLDC motor elektromos részének modellje
  - BLDC motor mozgásegyenlete
  - BLDC motor modellje mozgásegyenlettel
- 4 Felhasznált irodalom

# A modell alkotásánál a következőket feltételezzük

- Szimmetrikus a háromfázisú állórész tekercselése
- A mágnesek állandó erősségűek
- A tekercsek egymással mágneses csatolásban vannak
- A csatlakozások veszteségei elhanyagolhatóak
- Az állórész és a forgórész permeabilitását végtelen nagynak tekintjük
- A gép fluxusának a nagysága a forgórész pozíciójától függ

# Feszültségek

- A motornak fel tudjuk írni a feszültségét fázisonként, melyek a következők:

$$u_a(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t)$$

$$u_b(t) = \hat{U} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_c(t) = \hat{U} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

- A Park transzformáció felhasználásával meg tudjuk határozni a stator feszültségét:

$$u_s = \frac{2}{3} (u_{sa} \cdot e^{j0^\circ} + u_{sb} \cdot e^{-j120^\circ} + u_{sc} \cdot e^{-j240^\circ})$$

# BLDC motor feszültsége

- Kirchhoff hurok törvényét felírva megkaphatjuk a stator feszültségét

$$u_s = R_s \cdot i_s + \frac{d\Phi_s}{dt} \quad (1)$$

- A stator fluxusa:

$$\Phi_s = L_s \cdot i_s + \Phi_{PM} \quad (2)$$

- Ahol:

- $R_s, L_s$ : A stator ellenállása és induktivitása
- $\Phi_s$ : A stator fluxusa
- $i_s, \dot{i}_s$ : A stator feszültsége és árama
- $\Phi_{PM}$ : Az állandómágnes fluxusa

# Áttérés $\alpha - \beta$ koordináta rendszerbe

- A háromfázisú koordináta rendszerből érdemes áttérni egy új koordináta rendszerbe, melynek tengelyei merőlegesek egymásra
- Az új koordináta rendszer tengelyei:  $\alpha - \beta$

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{s\gamma} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{bmatrix}$$

- Ahol:  $u_{\gamma}$  a zérus sorrendű összetevő

# Áttérés $d - q$ koordináta rendszerbe

- Az  $\alpha - \beta$  koordináta rendszerbe való áttérés után érdemes a Park transzformáció segítségével meghatározni a feszültségek  $d$ ,  $q$  és  $0$  komponenseit

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ u_{s0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{s\gamma} \end{bmatrix}$$

- Ahol:  $\alpha$  a villamos szög

# Feszültségek, áramok, fluxusok $d - q$ komponensei

- A Park transzformáció után fel tudjuk írni vektoros formában a motor feszültségeit, áramait és fluxusait
- A 0-ás összetevő teljesen szimmetrikus motor és meghajtás esetén elhanyagolható

$$\mathbf{u}_{sdq} = \begin{bmatrix} u_{sd} & u_{sq} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{i}_{sdq} = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{L}_{sdq} = \begin{bmatrix} L_{sd} & 0 \\ 0 & L_{sq} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{sdq} = \begin{bmatrix} R_{sd} & 0 \\ 0 & R_{sq} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Phi}_{sdq} = \begin{bmatrix} \Phi_{sd} & \Phi_{sq} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{\Phi}_{PMdq} = \begin{bmatrix} \Phi_{PM} & 0 \end{bmatrix}^T$$



# Motor feszültsége

- A motor forgását figyelembe véve felhasználva az (1) egyenletet felírhatjuk a motor statorának a feszültségét

$$u_{sdq} = R_{sdq} \cdot i_{sdq} + \frac{d\Phi_{sdq}}{dt} + j\omega\Phi_{sdq} \quad (3)$$

- Szétbontva d és q összetevőkre a következőt kapjuk:

$$u_{sd} = R_{sd} \cdot i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - \omega\Phi_{sq} \quad (4)$$

$$u_{sq} = R_{sq} \cdot i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + \omega\Phi_{sd} \quad (5)$$

# Stator fluxusa ( $\Phi_s$ )

- Felhasználva az (2) egyenletet felírhatjuk a motor statorának a fluxusát  $d - q$  koordináta rendszerben

$$\Phi_{sdq} = L_{sdq} \cdot i_{sdq} + \Phi_{PMdq} \quad (6)$$

- Szétbontva  $d$  és  $q$  összetevőkre a következőt kapjuk:

$$\Phi_{sd} = L_{sd} \cdot i_{sd} + \Phi_{PM} \quad (7)$$

$$\Phi_{sq} = L_{sq} \cdot i_{sq} \quad (8)$$

# State-Space modell

- A motor  $d - q$  koordinátarendszerben felírt feszültségegyenleteibe (9, 10) behelyettesítve a fluxusegyenleteket (7, 8) a következőt kapjuk:

$$u_{sd} = R_{sd} \cdot i_{sd} + \frac{d(L_{sd} \cdot i_{sd} + \Phi_{PM})}{dt} - \omega \cdot (L_{sq} \cdot i_{sq}) \quad (9)$$

$$u_{sq} = R_{sq} \cdot i_{sq} + \frac{d(L_{sq} \cdot i_{sq})}{dt} + \omega \cdot (L_{sd} \cdot i_{sd} + \Phi_{PM}) \quad (10)$$

- Állapotváltozónak választva a motor állórész áramának  $d - q$  komponenseit ( $i_{sd}$  és  $i_{sq}$ ) megkaphatjuk a motor villamos részének a state-space modelljét

# State-Space modell

- Állapotváltozónak választva a motor állórész áramának  $d - q$  komponenseit ( $i_{sd}$  és  $i_{sq}$ ) megkaphatjuk a motor villamos részének a state-space modelljét
- Az állapotváltozók idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{di_{sd}}{dt}$  és  $\frac{di_{sq}}{dt}$ ) rendezve az egyenleteket a következőt kapjuk:

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{1}{L_{sd}} \cdot (u_{sd} - R_{sd}i_{sd} + \omega L_{sq}i_{sq}) \quad (11)$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = \frac{1}{L_{sq}} \cdot (u_{sq} - R_{sq}i_{sq} - \omega L_{sd}i_{sd} - \omega \Phi_{PM}) \quad (12)$$

# State-Space modell

- A modellt mátrixos formában felírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{sd}}{dt} \\ \frac{di_{sq}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{sd}}{L_{sd}} & \frac{\omega L_{sq}}{L_{sd}} \\ -\frac{\omega L_{sd}}{L_{sq}} & -\frac{R_{sq}}{L_{sq}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \Phi_{PM} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{sd}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{sq}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix} \quad (13)$$

# Motor villamos nyomatéka ( $M_e$ )

- A mozgásegyenlet felírásához először meg kell határozni a motor villamos nyomatékát
- A villamos nyomaték minden időpillanatban az állórész fluxusának és az állórész áramának vektoriális szorzata

$$M_{edq} = k \cdot \Phi_{sdq} \times i_{sdq} \quad (14)$$

$$M_e = \frac{3}{2} z_p \cdot (\Phi_{sd} i_{sq} - \Phi_{sq} i_{sd}) \quad (15)$$

- Behelyettesítve a fluxusokat a következőt kapjuk:

$$M_e = \frac{3}{2} z_p \cdot ((L_{sd} \cdot i_{sd} + \Phi_{PM}) \cdot i_{sq} - L_{sq} \cdot i_{sq} \cdot i_{sd})$$

$$M_e = \frac{3}{2} z_p \cdot (\Phi_{PM} \cdot i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) \cdot i_{sq} \cdot i_{sd})$$

# Nyomaték és a szögsebesség kapcsolata

- Newton törvénye alapján a következő módon írhatjuk fel a gép nyomatékát:

$$2H \frac{d\omega}{dt} = M_t - M_e - D\omega \quad (16)$$

- Felírhatjuk a gép gyorsító nyomatékát:

$$2H \frac{d\omega}{dt} = M_{gy}$$

- Ahol:
  - $H$ : Inercia konstans
  - $D$ : Veszteségi konstans
  - $M_t$ : A motor terhelőnyomatéka

# BLDC motor mozgásegyenlete

- BLDC motor gyorsító nyomatéka:

$$M_{gy} = M_e - M_t - D\omega$$

- Átrendezve az (16) egyenletet megkapjuk a motor mozgásegyenletét

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2H} \cdot (M_e - M_t - D\omega) \quad (17)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2H} \cdot \left( \frac{3}{2} z_p \cdot (\Phi_{PM} \cdot i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) \cdot i_{sq} \cdot i_{sd}) - M_t - D\omega \right)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4H} \cdot z_p \cdot (\Phi_{PM} \cdot i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) \cdot i_{sq} \cdot i_{sd}) - \frac{M_t}{2H} - \frac{D\omega}{2H} \quad (18)$$



# BLDC motor mozgásegyenlettel bővített modellje

- A motor villamos részének a modelljéhez (11 és 11) hozzáírva a motor mechanikai modelljét tartalmazó egyenletet (18) a következőt kapjuk:

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{1}{L_{sd}} \cdot (u_{sd} - R_{sd}i_{sd} + \omega L_{sq}i_{sq})$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = \frac{1}{L_{sq}} \cdot (u_{sq} - R_{sq}i_{sq} - \omega L_{sd}i_{sd} - \omega \Phi_{PM})$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4H} \cdot z_p \cdot (\Phi_{PM} \cdot i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) \cdot i_{sq} \cdot i_{sd}) - \frac{M_t}{2H} - \frac{D\omega}{2H} \quad (19)$$

# Felhasznált irodalom

- Microchip: AN1083, Sensorless BLDC Control With Back-EMF Filtering, 2007
- Microchip: AN1160, Sensorless BLDC Control with Back-EMF Filtering Using a Majority Function, 2008
- Microchip: AN885, Brushless DC (BLDC) Motor Fundamentals, 2003
- Freescale Semiconductor: 3-Phase Sensorless BLDC Motor Control with BEMF Zero Crossing Using 56F805, 2003
- Tobias Wendlandt, Bernhard Dwerteg: Trinami Motion Control, Motor and motion control, 2009
- Jianwen Shao: Direct Back EMF Detection Method for Sensorless Brushless DC (BLDC) Motor Drives
- Atmel Corporation: AVR444, 2005
- Atmel Corporation: AVR498, 2009

# Felhasznált irodalom

- José Carlos Gamazo-Real, Ernesto Vázquez-Sánchez, Jaime Gómez-Gil: Position and Speed Control of Brushless DC Motors Using Sensorless Techniques and Application Trends, Sensors 2010, Vol. 10, pp. 6901-6947, DOI:10.3390/s100706901
- M. Ehsani: Control of BLDC Machines with Improved Performance
- Yong Liu, Z. Q. Zhu, David Howe: Direct Torque Control of Brushless DC Drives With Reduced Torque Ripple, IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS, Vol. 41, No. 2, MARCH/APRIL 2005 pp. 599-608
- Freescale Semiconductor: AN1913, 3-phase BLDC Motor Control with Sensorless Back-EMF ADC Zero Crossing Detection using 56F80x, 2005
- Renesas Electronics Corporation: Six Step Trapezoidal Control of a BLDC Motor Using Back-EMF, 2010

# Felhasznált irodalom

- Texas Instruments: Trapezoidal Control of BLDC Motors Using Hall Effect Sensors, 2010
- Stefán Baldursson: BLDC Motor Modelling and Control - Matlab/Simulink Implementation, 2005
- A. Tashakori, M. Ektesabi, N. Hosseinzadeh: Modeling of BLDC Motor with Ideal Back- EMF for Automotive Applications, Proceedings of the World Congress on Engineering 2011 Vol II, July 6-8, 2011, London, U.K.
- <http://openbookproject.net>
- <http://motionsystemdesign.com>
- <http://www.teknic.com>
- <http://www.maxonmotor.com>

**Fodor Attila, Dr. Magyar Attila:**

## **Szabályozott villamos hajtások**



**A felsőfokú informatikai oktatás  
minőségének fejlesztése,  
modernizációja**

**TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0104**



*Főkezdményezett:*  
Pannon Egyetem  
8200 Veszprém  
Egyetem u. 10.

*Kedvezményezett:*  
Szegedi Tudományegyetem  
6720 Szeged  
Dugonics tér 13.



**2014**



**MAGYARORSZÁG MEGÚJUL**



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

# Szabályozott villamos hajtások

## Egyenáramú gép

Fodor Attila és dr. Magyar Attila

Pannon Egyetem  
Műszaki Informatikai Kar  
Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék  
`foa@almos.vein.hu`

2014.

## 1 Egyenáramú gép

- Egyenáramú gép jellemzői
- Egyenáramú motor felépítése
- Egyenáramú gép működése
- Egyenáramú gép tekerccselése
- Egyenáramú gép alapegyenletei
- Pólusosztás
- Indukált feszültség
- Nyomaték
- Armatúra visszahatás
- Egyenáramú gépek típusai
- Veszteségek
- Teljesítménymérleg
- Jelleggörbék
- Fordulatszám szabályozás
- Egyenáramú motor indítása

# Egyenáramú gép üzemmódjai

## ● Motor

- Villamos energiát alakítja át a gép mozgási (forgási) energiává
- Alkalmazás előnye:
  - Fordulatszám tartó
  - Teljesítmény tartó
  - Egyszerűen, veszteség nélkül szabályozható a fordulatszám

## ● Generátor

- Mozgási (forgási) energiát alakítja át a gép villamos energiává, melyet a villamos fogyasztók fel tudnak használni
- Alkalmazás előnye:
  - Széles fordulatszám tartományban alkalmazható

## ● Fék

- Mozgási (forgási) energiát alakítja át a gép villamos energiává, amely hőenergiává alakul

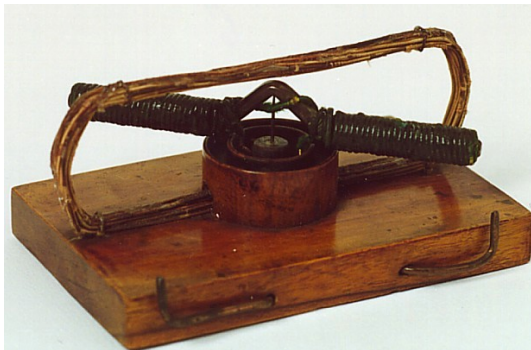


# Egyenáramú motor felépítése

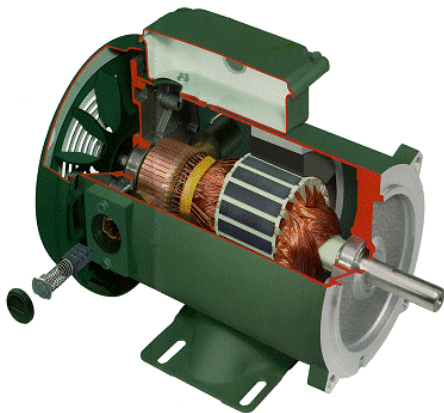
- "Egyszerű" felépítés
- Egyenáramú motor fő szerkezeti elemei:
  - Állórész
  - Forgórész
  - Légrés
  - Kommutátor
- (1 mágnes, 1 ceruza elem, 1 méter vezetékből készíthető egy forgó "egyenáramú motor")

# Villámdelejes forgony

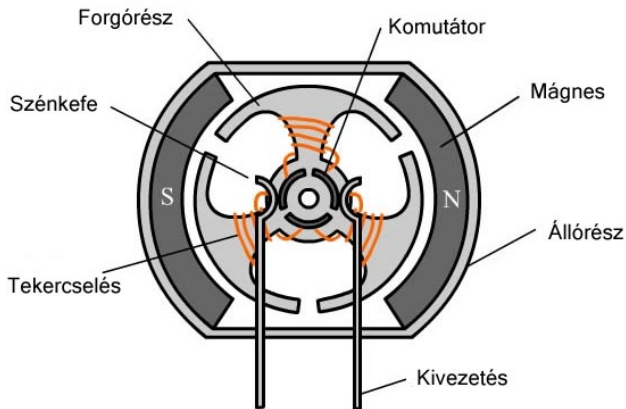
- Az első forgó mozgást végző egyenáramú motor (Magyar Iparművészeti Múzeum)



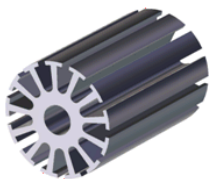
# Egyenáramú motor felépítése



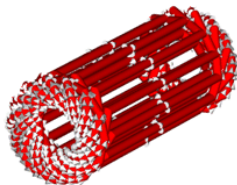
# Egyenáramú motor felépítése



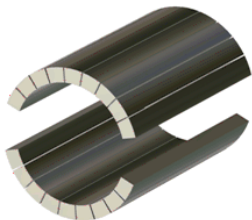
# Egyenáramú motor felépítése



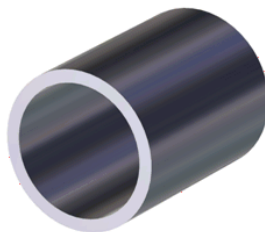
Forgórész



Tekercselés



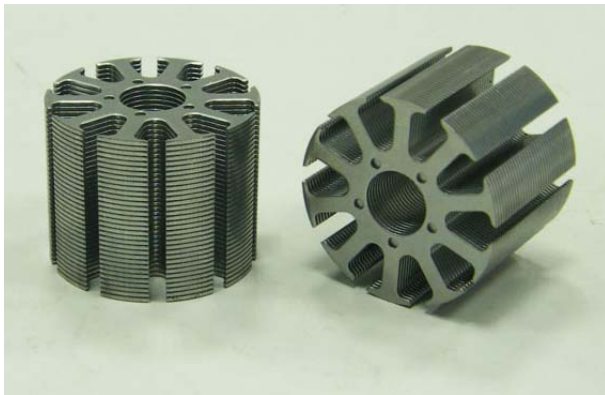
Állandó mágnes



Állórész

# Forgórész

- Jó fluxus vezető anyagból készül
- Lemezelt a vas
- Hornyokban helyezkedik el a tekercselés



# Állórész

- Jó fluxus vezető anyagból készül
- Lemezelt a vas
- Pólusokon helyezkedik el a tekercselés



# Állórész

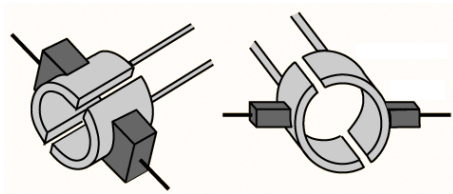
- Részei:
  - Pólus
  - Pólustörzs
  - Pólussarú
  - Gerjesztő tekercs





# Kommutátor, szénkefe

- Feladata:  
Az áram egyenirányítása mechanikai úton
- Kommutátor anyaga:  
Általában réz, bronz
- Szénkefe anyaga:  
Szintetikusan előállított szén  
Agresszív vegyi környezetben bronz

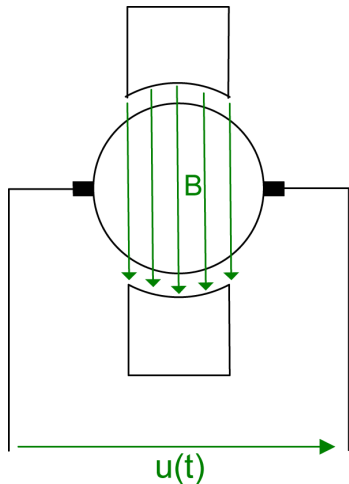


# Kommutátor, szénkefe



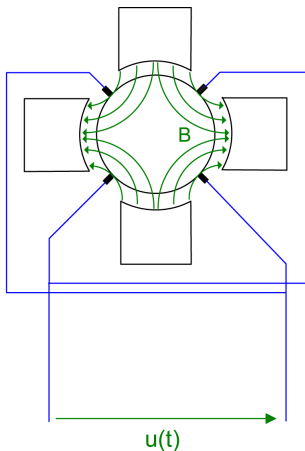
# Mágneses mező

- 2 pólus esetén (Póluspárok száma = 1)  
Homogén mágneses mező



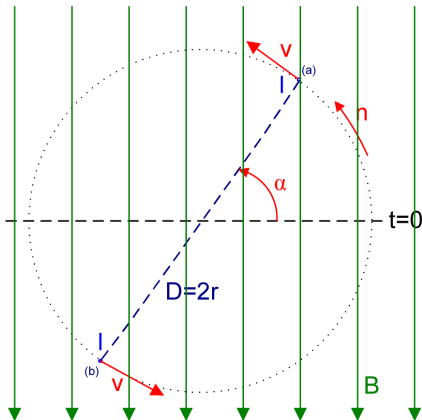
# Mágneses mező

- 4 pólus esetén (Póluspárok száma = 2)  
Homogén mágneses mező



# Indukált feszültség

- Tételezzük fel a következőket:
  - Homogén a mágneses mező
  - 2 vezetőket forgatunk a mágneses mezőben
  - A mozgás körpályán történik állandó sebességgel



Indukált feszültség kiszámítása  $U_i$ ,  $U_i(t)$ ,  $\hat{U}_i$ 

$$v = r \cdot \omega$$

$$\alpha = \omega \cdot t$$

$$U_i = B \cdot l \cdot v$$

$$U_i(t) = B \cdot l \cdot v_m(t) = B \cdot l \cdot r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha) = B \cdot l \cdot r \cdot 2\pi \cdot n \cdot \sin(\omega t)$$

$$U_i(t) = \hat{U}_i \cdot \sin(\omega t)$$

$$\hat{U}_i = B \cdot l \cdot r \cdot 2\pi \cdot n = B \cdot l \cdot D \cdot \pi \cdot n$$

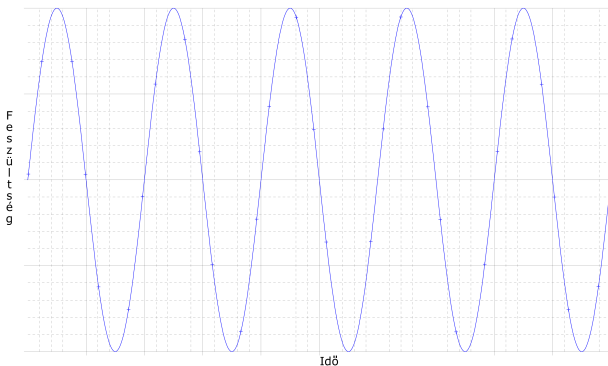
## ● Ahol:

- $v$ : kerületi sebesség
- $\omega$ : szögsebesség
- $D = 2r$ : átmérő, sugár
- $\alpha$ : elfordulás szöge
- $t$ : eltelt idő
- $l$ : vezeték hossza

# Indukált feszültség

$$U_i(t) = B \cdot l \cdot D \cdot \pi \cdot n \cdot \sin(\omega t)$$

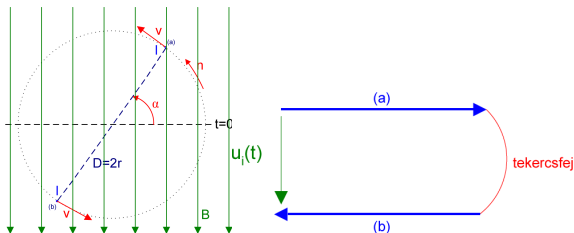
- A vezetékben szinuszos feszültség indukálódik
- A szemben lévő vezetékben ellentétes az indukált feszültség iránya



# Indukált feszültség

$$U_i(t) = B \cdot l \cdot D \cdot \pi \cdot n \cdot \sin(\omega t)$$

- A vezetékben szinuszos feszültség indukálódik
- A szemben lévő vezetékben ellentétes az indukált feszültség iránya

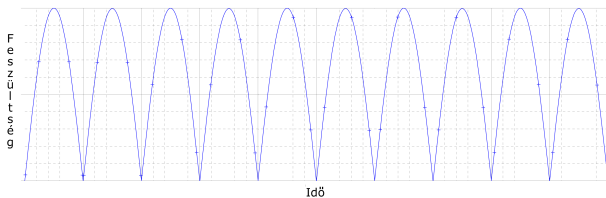
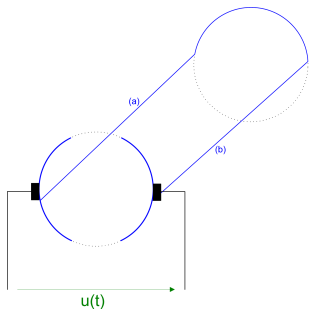


$$U'_i(t) = 2 \cdot B \cdot l \cdot D \cdot \pi \cdot n \cdot \sin(\omega t)$$



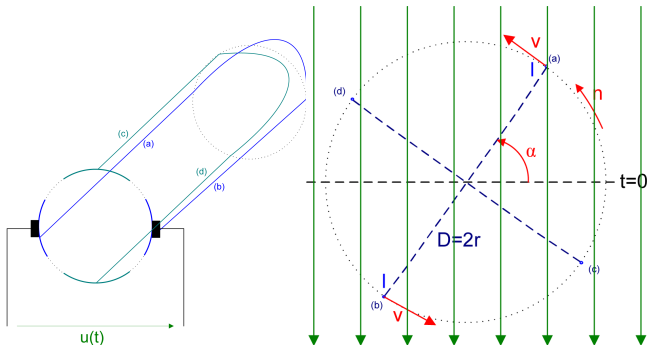
# Kapocsfeszültség ( $U(t)$ )

- A gép kapcsain az indukált feszültség abszolút értéke vehető le
- Kommutátor feladata: mechanikai egyenirányítása a feszültségnek
- 2 vezeték esetén:



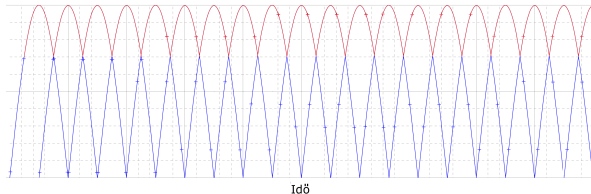
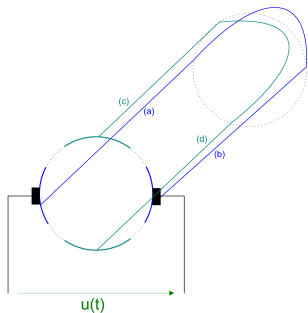
# Kapocsfeszültség ( $U(t)$ )

- A gép kapcsain az indukált feszültség abszolút értéke vehető le
- Kommutátor feladata: mechanikai egyenirányítása a feszültségnek
- 4 vezeték esetén:



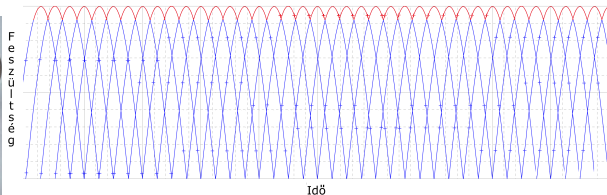
# Kapocsfeszültség ( $U(t)$ )

- A gép kapcsain az indukált feszültség abszolút értéke vehető le
- Kommutátor feladata: mechanikai egyenirányítása a feszültségnek
- 4 vezeték esetén:

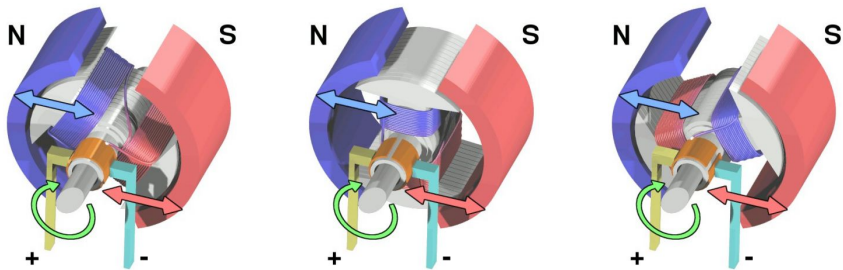


# Kapocsfeszültség ( $U(t)$ )

- A gép kapcsain az indukált feszültség abszolút értéke vehető le
- Kommutátor feladata: mechanikai egyenirányítása a feszültségnek
- Több, mint 8 vezeték esetén már majdnem egyenfeszültség vehető le a kapcsokon

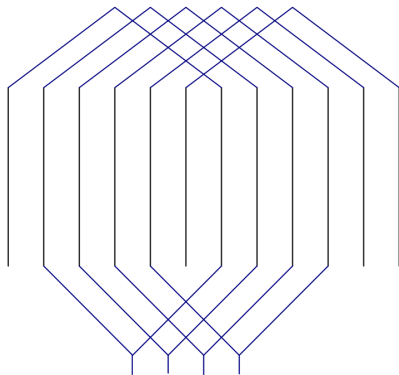


# Egyenáramú gép működése



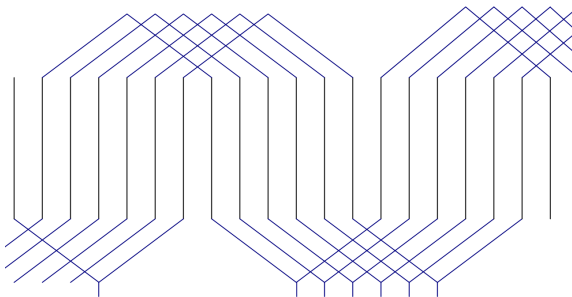
# Egyenáramú gép tekercselése - Hurkos

- A tekercselésnél a hornyokban lévő vezetékekből hurkokat képezünk és azokat kötjük össze



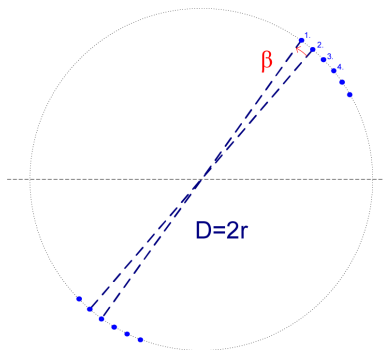
# Egyenáramú gép tekercselése - Hullámos

- A tekercselésnél a hornyokban lévő vezetékeken végighaladva járjuk végig többször a forgórészt



# Tekercselési tényező ( $\zeta$ )

- Tételezzük fel, hogy a forgórész hornyaiban 1-1 vezeték van csak.

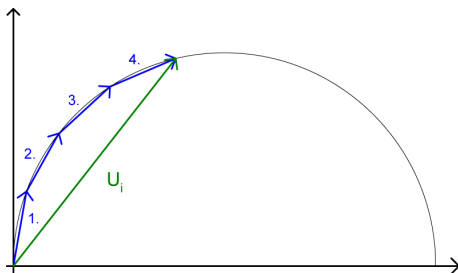


- Ahol:
  - $\beta$ : vezetékek közötti szög
  - $D = 2r$ : forgórész átmérője, sugara



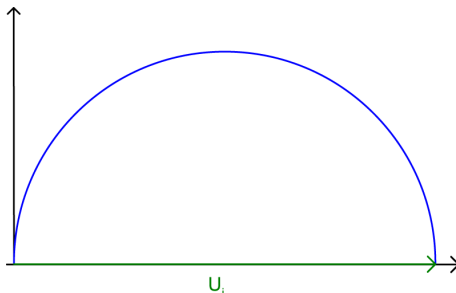
# Tekercselési tényező ( $\zeta$ )

- Különböző hornyokban lévő vezetékekben indukálódó feszültség időfüggvénye különböző
- A feszültségek vektoriális összege adja az indukált feszültséget ( $U_i$ )  
Az indukált feszültség a forgórész kerületén egymás mellett elhelyezkedő 4 vezeték esetén:



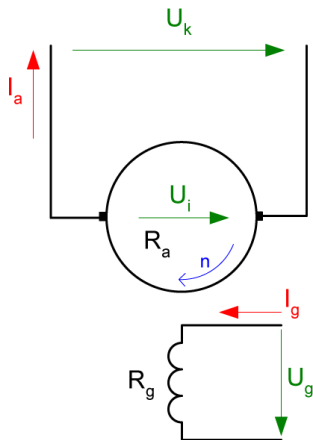
# Tekercselési tényező ( $\zeta$ )

- Vezetékekben indukálódó feszültség
- A feszültségek vektoriális összege adja az indukált feszültséget ( $U_i$ )
- A gépnél a forgórész kerületén egymás mellett végtelen sok vezetékelt feltételezünk



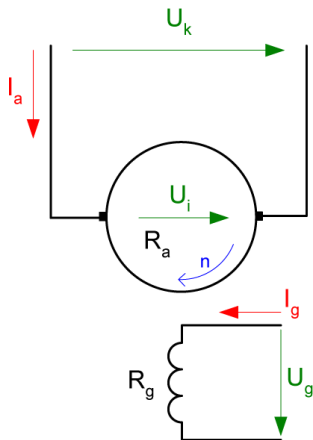
$$\zeta = \frac{2r}{r\pi} = \frac{2}{\pi}$$

# Generátor



$$U_k = U_i - I_a \cdot R_a$$

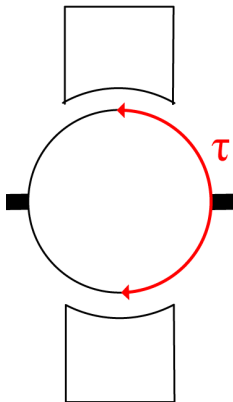
## Motor



$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a$$

# Pólusosztás ( $\tau$ )

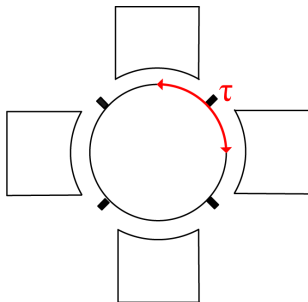
- 2 pólus közötti szög nagysága  
2 pólus esetén ( $p = 1$ )



$$\tau = r \cdot \pi = \frac{D}{2} \cdot \pi$$

# Pólusosztás ( $\tau$ )

- 2 pólus közötti szög nagysága  
4 pólus esetén ( $p = 2$ )



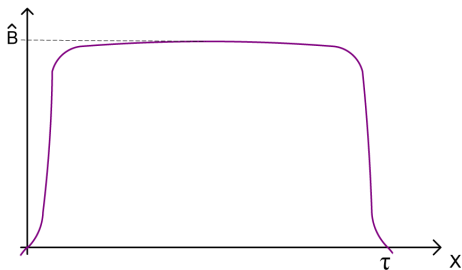
$$\tau = \frac{r}{2} \cdot \pi = \frac{D}{4} \cdot \pi = \frac{D}{2 \cdot p} \cdot \pi$$

- Tetszőleges pólusszám esetén:

$$\tau = \frac{D \cdot \pi}{2 \cdot p}$$

# Indukció

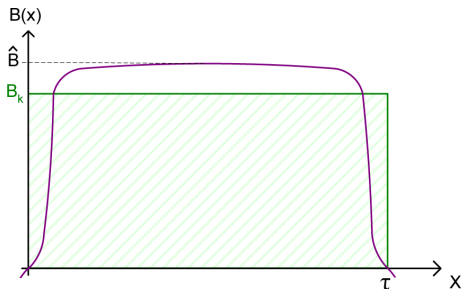
- A gép belsejében az indukció a következő:



- Nem állandó nagyságú, ezért egy középértékkel közelítjük

# Indukció

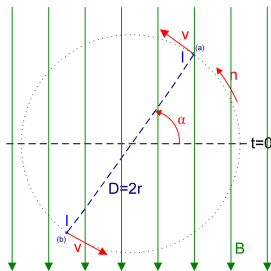
- A gép belsejében az indukciót a következő módon tudjuk közelíteni:



$$B_k = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} B(x) dx$$



## Indukált feszültség



- Az indukált feszültség kiszámolható a forgórész  $i$ -edik vezetékében:

$$\hat{U}_{ii} = B_k \cdot l \cdot v$$

- Tudjuk, hogy:

$$v = r \cdot \omega = \frac{D}{2} \cdot \omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot n$$

# Indukált feszültség

- Behelyettesítve:

$$\hat{U}_{ii} = B_k \cdot l \cdot \frac{D}{2} \cdot \omega = B_k \cdot l \cdot \frac{D}{2} \cdot 2\pi \cdot n = B_k \cdot l \cdot D \cdot \pi \cdot n$$

- Tudjuk, hogy: (a gép felülete)

$$A' = l \cdot D \cdot \pi$$

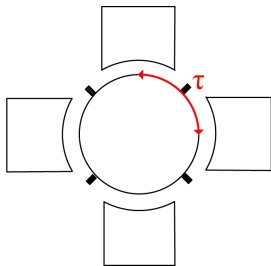
- A pólusosztás összefüggését átrendezve:

$$\tau = \frac{D \cdot \pi}{2 \cdot p} \Rightarrow D = \frac{\tau \cdot 2 \cdot p}{\pi}$$

- Behelyettesítve:

$$\hat{U}_{ii} = B_k \cdot l \cdot \frac{\tau \cdot 2 \cdot p}{\pi} \pi \cdot n = B_k \cdot l \cdot \tau \cdot 2 \cdot p \cdot n$$

# Indukált feszültség



- Tudjuk, hogy: (2 pólus közötti felület)

$$A = l \cdot \tau$$

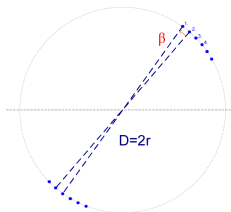
- Tudjuk, hogy: (1 darab pólus fluxusa)

$$\phi_p = B_k \cdot A = B_k \cdot l \cdot \tau$$

- Behelyettesítve:

$$\hat{U}_{ii} = 2p \cdot n \cdot \phi_p$$

# Indukált feszültség



- A tekercselés összes vezetékére kiszámítva az indukált feszültséget:

$$U_i = \frac{z}{a} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot p \cdot n \cdot \phi_p$$

- Bevezetve egy gépre jellemző konstans ( $c$ ):

$$c = \frac{z}{a} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot p$$

- A gép indukált feszültsége:

$$U_i = c \cdot n \cdot \phi_p$$

# Nyomaték

- Tudjuk, hogy a gép feszültsége ( $U_k$  és  $U_i$ ) és árama ( $I$  és  $I_a$ )
- A forgórész villamos teljesítményét közelíthetjük a következővel:

$$P_{forg} \approx U_i \cdot I_a$$

- A mechanikai teljesítmény definíció szerint:

$$P_{mech} = 2\pi \cdot M \cdot n$$

- Ezeket (közelítéssel) egyenlővé téve meghatározhatjuk a nyomatékot:

$$c \cdot n \cdot \phi_p \cdot I_a = 2\pi \cdot M \cdot n$$

- A nyomatékot kifejezve:

$$M = \frac{c \cdot n \cdot \phi_p \cdot I_a}{2\pi \cdot n}$$

# Nyomaték

- A nyomatékot kifejezve:

$$M = \frac{c \cdot n \cdot \phi_p \cdot I_a}{2\pi \cdot n}$$

- Bevezetve egy gépre jellemző konstanst ( $k$ ):

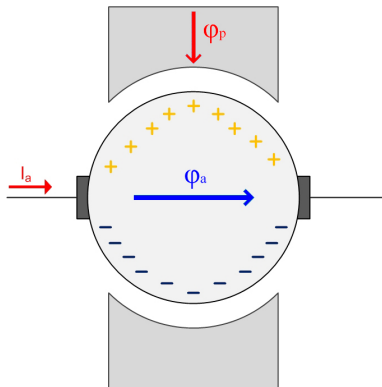
$$k = \frac{c}{2 \cdot \pi}$$

- A gép nyomatéka:

$$M = k \cdot \phi_p \cdot I_a$$

# Armatúra reakció

- Ahogy terheljük a gépet az armatúra áram miatt ( $I_a$ ) egy a főfluxusra ( $\phi_p$ ) merőleges fluxus is keletkezik ( $\phi_a$ )

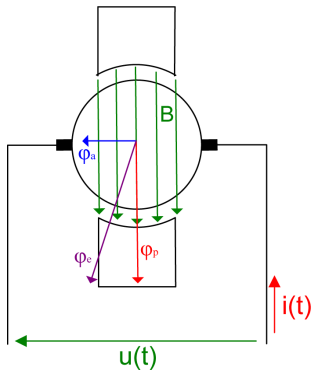


# Armatúra reakció

- Ahogyan terheljük a gépet az armatúra áram miatt ( $I_a$ ) egy a főfluxusra ( $\phi_p$ ) merőleges fluxus is keletkezik ( $\phi_a$ )

$$\phi_a = k' \cdot I_a$$

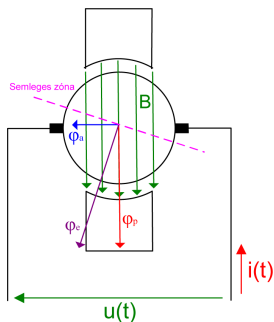
- Az armatúra reakció ( $\phi_a$ ) miatt az eredő fluxus ( $\phi_e$ ) megváltozik





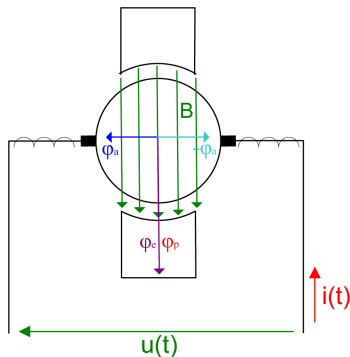
# Semleges zóna eltolódása

- A semleges zóna mindig az eredő fluxusra merőleges
- A semleges zóna eltolódása miatt feszültség alatt álló vezetőket zárnánk rövidre a szénkefékkel
- Megoldási lehetőségek:
  - Mozgatni kell a szénkeféket
  - Az armatúra reakcióval ( $\phi_a$ ) egyező nagyságú, de ellentétes irányú fluxust kell létrehozni a gépen belül



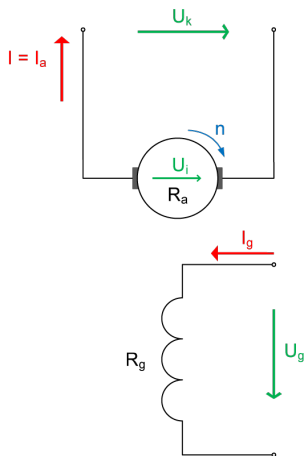
# Armátúra visszahatás kompenzálása

- Gyakorlatban egy segédpólus gépbe való építésével kompenzálják az armátúra visszahatást

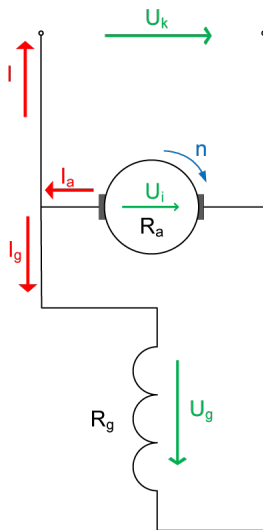


$$\overline{\Phi_p} + \overline{\Phi_c} + (-\overline{\Phi_a}) = \overline{\Phi_p}$$

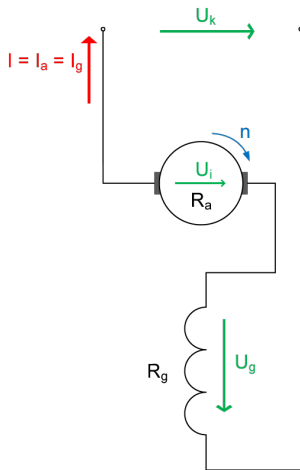
# Külső gerjesztésű generátor



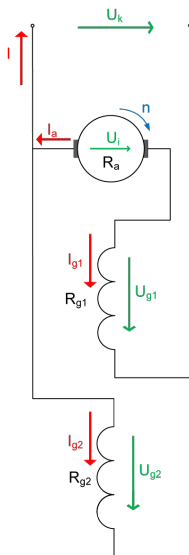
# Párhuzamos gerjesztésű generátor



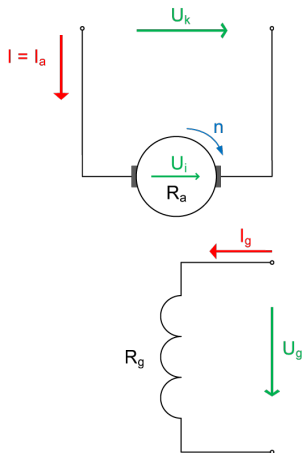
# Soros gerjesztésű generátor



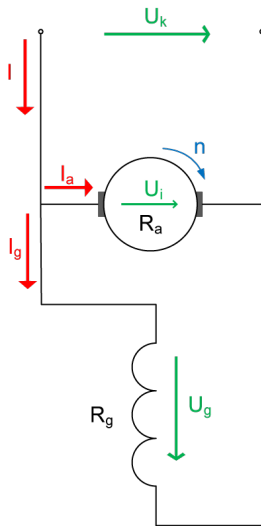
## Vegyes gerjesztésű generátor



# Külső gerjesztésű motor

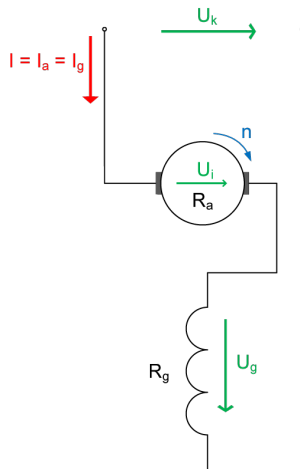


# Párhuzamos gerjesztésű motor

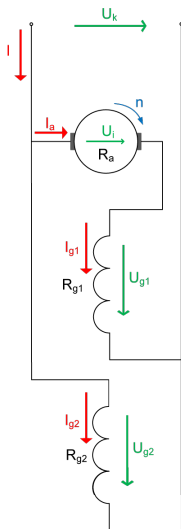




# Soros gerjesztésű motor



## Vegyes gerjesztésű motor



# Veszteségek

- Armatúra veszteség ( $P_a$ )
  - Az armatúrán hővé alakuló teljesítmény

$$P_a = I_a^2 \cdot R_a$$

- Ahol:
  - $I_a$ : Az armatúra árama
  - $R_a$ : Az armatúra ellenállása
- Gerjesztési veszteség ( $P_g$ )
  - A gerjesztő tekercsen hővé alakuló teljesítmény

$$P_g = I_g^2 \cdot R_g = \frac{U_g^2}{R_g}$$

- Ahol:
  - $U_g$ : A gerjesztőtekercs feszültsége
  - $I_g$ : A gerjesztőtekercs árama
  - $R_g$ : A gerjesztőtekercs ellenállása

# Veszteségek

- Kefe veszteség ( $P_{kefe}$ )
  - A kefék nem teljes felületen érintkeznek a kommutátorral
  - A szénkeféken van valamekkora feszültségesés (kb. 2V kefénként)
  - A szénkeféken az armatúra áram folyik keresztül
  - A szénkeféken hővé alakuló teljesítmény

$$P_{kefe} = 2 \cdot U_{kefe} \cdot I_{kefe} \simeq 2 \cdot 2V \cdot I_{kefe}$$

- Ahol:
  - $I_a$ : Az armatúra árama
  - $U_{kefe} \simeq 2V$ : Egy szénkefe feszültségesése

# Veszteségek

- Vasveszteség ( $P_{v0}$ )
  - A vasban folyó áram okozza (fel és lemágnesezés, örvényáramok különösen az armatúra lemezelt vasában)
  - A vas lemezelésével csökkenthető a nagysága
- Súrlódási veszteség ( $P_s$ )
  - Okai:
    - Csapágyak
    - Szénkefék-kommutátor súrlódása
    - Közegellenállás
  - Fordulatszámmal arányos
- Üresjárási veszteség:
  - Vasveszteség és a súrlódási veszteség összege

$$P'_{v0} = P_{v0} + P_s$$

# Motor teljesítménymérlege

- Leadott (hasznos) teljesítmény:

$$P_{tengely}$$

- Felvett teljesítmény:

$$P_{vill}$$

- Teljesítményveszteség:

$$P_v = P_a + P_g + P_{kefe} + P_{v0} + P_s$$

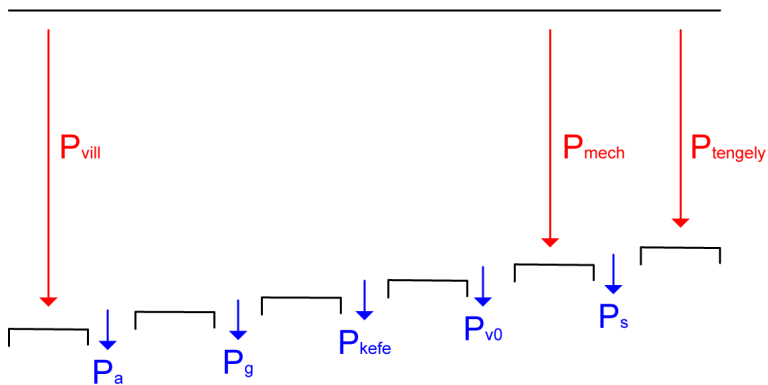
- Hatásfok:

$$\eta = \frac{P_{tengely}}{P_{vill}} = \frac{P_{vill} - P_v}{P_{vill}} = 1 - \frac{P_v}{P_{vill}}$$

- Ahol:

- $P_{tengely}$ : Tengely teljesítmény
- $P_{vill}$ : Villamos teljesítmény

# Motor teljesítménymérlege



# Generátor teljesítménymérlege

- Leadott (hasznos) teljesítmény:

$$P_{vill}$$

- Felvett teljesítmény:

$$P_{tengely}$$

- Teljesítményvesztés:

$$P_v = P_a + P_g + P_{kefe} + P_{v0} + P_s$$

- Hatásfok:

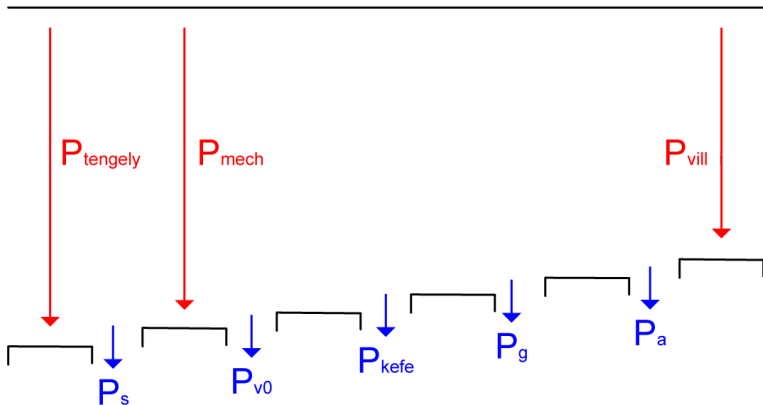
$$\eta = \frac{P_{vill}}{P_{tengely}} = \frac{P_{tengely} - P_v}{P_{tengely}} = 1 - \frac{P_v}{P_{tengely}}$$

- Ahol:

- $P_{tengely}$ : Tengely teljesítmény
- $P_{vill}$ : Villamos teljesítmény

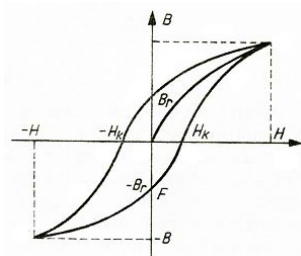


# Generátor teljesítménymérlege

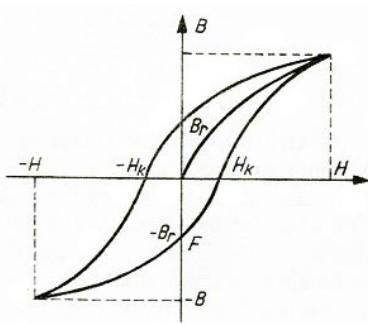


# Vasanyag mágnesezési görbéje

- A zárt görbe vonal megmutatja, hogy a  $H$  mágneses gerjesztő térerősség esetén hogyan változik a  $B$  mágneses indukció
- A görbe által bezárt terület arányos a vas átmágnesezéséhez szükséges energiával.
- Hiszterézisveszteség: a váltakozó irányú gerjesztéssel elvesző energia
- $B_r$ : remanens indukció



## Vasanyag mágnesezési görbéje



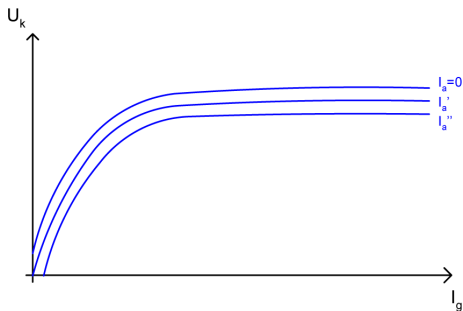
$$H = \frac{N_g \cdot I_g}{l} = k_1 \cdot I_g$$

$$U_i = c \cdot n \cdot \phi_p = c \cdot n \cdot B \cdot A$$

$$U_k = U_i - I_a \cdot R_a$$

# Belső jelleggörbe

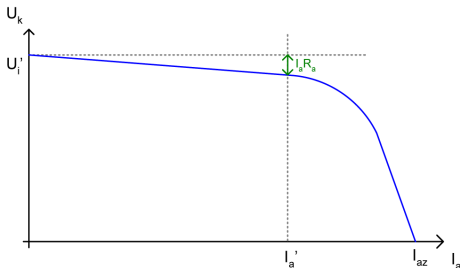
- Hogyan változik a generátor kapocsfeszültsége a gerjesztő áram függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $M = \text{állandó}$
  - $I_a = \text{állandó}$



$$U_k = c \cdot n \cdot \phi_p - I_a \cdot R_a$$

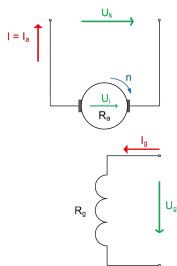
# Külső jelleggörbe

- Hogyan változik a generátor kapocsfeszültsége az armatúra áram függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $n = \text{állandó}$
  - $I_g = \text{állandó} \rightarrow \phi_p = \text{állandó}$



$$U_k = U_i - I_a \cdot R_a = c \cdot n \cdot \phi_p - I_a \cdot R_a$$

# Külső gerjesztésű generátor



$$I = I_a$$

$$U_k = U_i - I_a \cdot R_a = c \cdot n \cdot \phi_p - I_a \cdot R_a$$

- Teljesítmények:

$$P_g = I_g^2 \cdot R_g = \frac{U_g^2}{R_g}, \quad P_a = I_a^2 \cdot R_a$$

$$P_{vill} = U_k \cdot I_a = U_k \cdot I$$

# Kűlső gerjesztésű generátor

- Zárlat:

$$U_k = 0$$

$$U_k = c \cdot n \cdot \phi_p - I_a \cdot R_a = 0$$

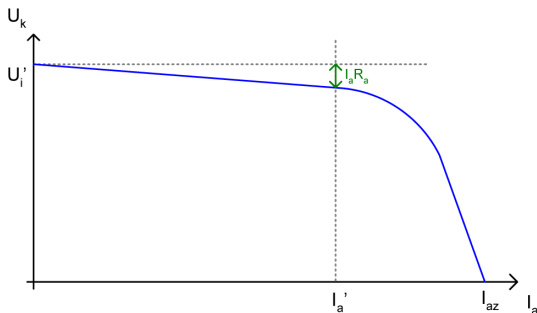
$$I_{az} = \frac{U_i}{R_a} = \frac{c \cdot n \cdot \phi_p}{R_a} \approx (8 \div 10) \cdot I_{an}$$

**Zárlat esetén gondoskodni kell a védelemről!**

- Nagy fordulatszámnál ( $I_a \gg I_{an}$ ) nem tökéletes az armatúra visszahatás kompenzálása, ezért tér el a valóságos körbe az eredetitől
- Névleges teljesítményig ( $I_a \cdot R_a \ll U_i$ ) feszültségtartó a generátor

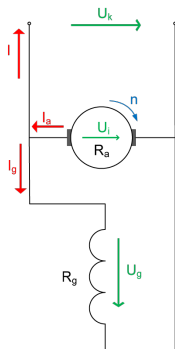
# Külső gerjesztésű generátor

- Hogyan változik a generátor kapocsfeszültsége az armatúra áram függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $n = \text{állandó}$
  - $I_g = \text{állandó}$





## Párhuzamos gerjesztésű generátor



$$U_k = U_g, I = I_a - I_g$$

$$U_k = U_i - I_a \cdot R_a = c \cdot n \cdot \phi_p - I_a \cdot R_a$$

- Teljesítmények:

$$P_g = I_g^2 \cdot R_g = \frac{U_k^2}{R_g}, P_a = I_a^2 \cdot R_a$$

# Párhuzamos gerjesztésű generátor

- Nem kell a géphez külső gerjesztést alkalmazni
- Széles tartományban feszültségtartó
- Zárlat:

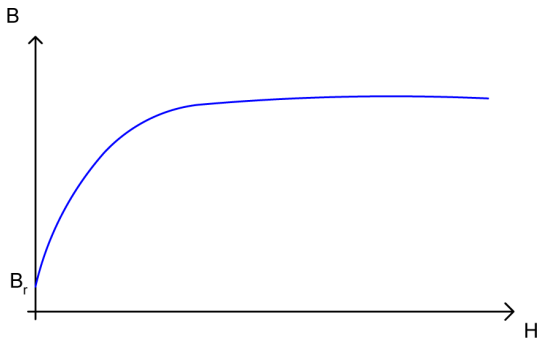
$$U_k = U_g = 0$$

$$I_{az} = \frac{U_k}{R_a} \ll \cdot I_{an}$$

Zárlat elleni védelemről nem kell gondoskodni  
Zárlatra nem érzékeny

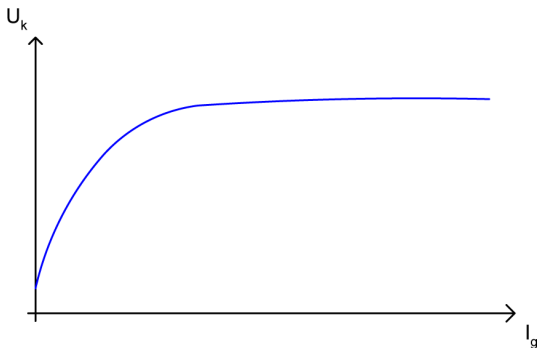
# Párhuzamos gerjesztésű generátor

- A gép indulásához a kezdeti gerjesztést a vas remanens gerjesztése adja



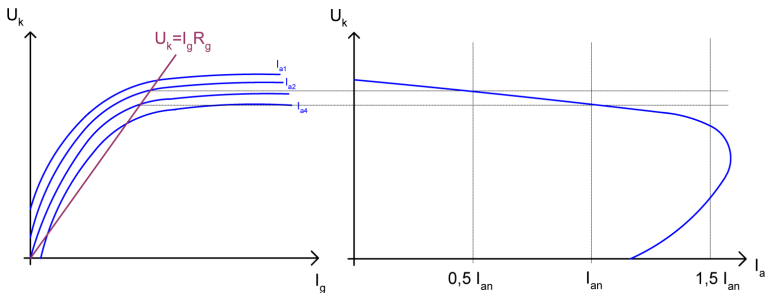
# Párhuzamos gerjesztésű generátor

- Hogyan változik a generátor kapocsfeszültsége a gerjesztő áram függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $n = \text{állandó}$
  - $I_a = \text{állandó}$

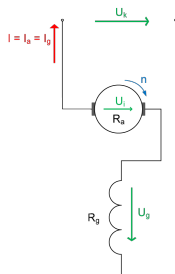


# Párhuzamos gerjesztésű generátor

- Hogyan változik a generátor kapocsfeszültsége a gerjesztő áram függvényében különböző armatúraáramok esetén
- Feltételezzük, hogy
  - $n = \text{állandó}$
  - $I_a = \text{állandó}$



# Soros gerjesztésű generátor



$$I = I_a = I_g$$

$$U_k = U_i - I_a \cdot R_a - I_g \cdot R_g = c \cdot n \cdot \phi_p - I \cdot (R_a + R_g)$$

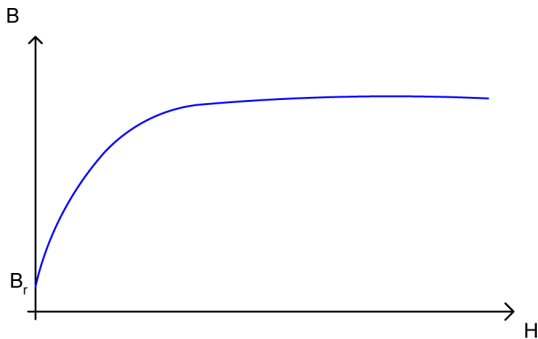
- Teljesítmények:

$$P_g = I_g^2 \cdot R_g, \quad P_a = I_a^2 \cdot R_a$$

$$P_{vill} = U_k \cdot I$$

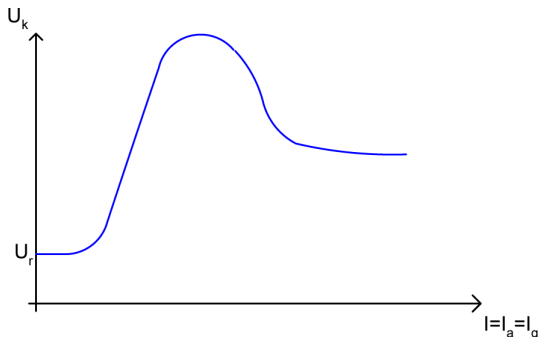
# Soros gerjesztésű generátor

- A gép indulásához a kezdeti gerjesztést a vas remanens gerjesztése adja



# Soros gerjesztésű generátor

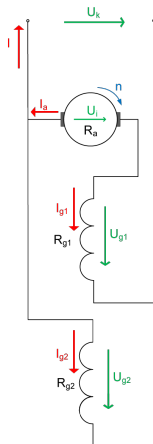
- Hogyan változik a generátor kapocsfeszültsége az áram függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $n = \text{állandó}$



- A gép nemlinearitása miatt a soros gerjesztésű gépet nem szokták generátorként használni



## Vegyes gerjesztésű (kompond) generátor

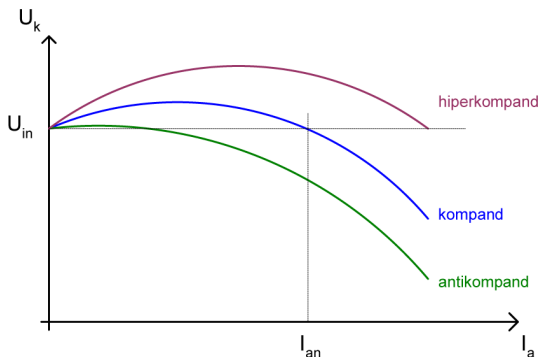


$$I = I_a - I_{g2}$$

$$U_k = U_i - I_a \cdot R_a - I_a \cdot R_g$$

# Vegyes gerjesztésű (kompond) generátor

- Hogyan változik a generátor kapocsfeszültsége az armatúra áram függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $n = \text{állandó}$



# Egyenáramú motor általános összefüggései

- Alapegyenletek:

$$U_i = c \cdot n \cdot \phi_p$$

$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a = c \cdot n \cdot \phi_p + I_a \cdot R_a$$

$$M = k \cdot \phi_p \cdot I_a$$

- Fordulatszám:

$$n = \frac{U_k - I_a \cdot R_a}{c \cdot \phi_p}$$

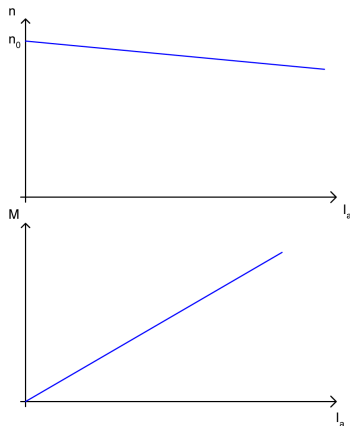
- Ha  $I_a = 0$ , akkor kifejezhető az üresjárási fordulatszám  $n_0$

$$n_0 = \frac{U_k}{c \cdot \phi_p}$$

- Ha megszakad a gerjesztő áram ( $I_g = 0$ ), akkor a pólusfluxus  $\phi_p = 0$
- Ha a pólusfluxus  $\phi_p = 0$ , akkor  $n \rightarrow \infty$
- Az armatúrát le kell választani a hálózatról

# Egyenáramú motor általános összefüggései

- Hogyan változik a motor fordulatszáma és a nyomatéka az armatúra áram függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $U_k = \text{állandó}$



## Egyenáramú motor mechanikai jelleggörbéje

$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a = c \cdot n \cdot \phi_p + I_a \cdot R_a$$

$$I_a = \frac{U_k - c \cdot n \cdot \phi_p}{R_a}$$

$$M(n) = k \cdot \phi_p \cdot \frac{U_k - c \cdot n \cdot \phi_p}{R_a}$$

$$M(n) = k \cdot \frac{\phi_p}{R_a} \cdot U_k - c \cdot k \cdot \frac{\phi_p^2}{R_a} \cdot n$$

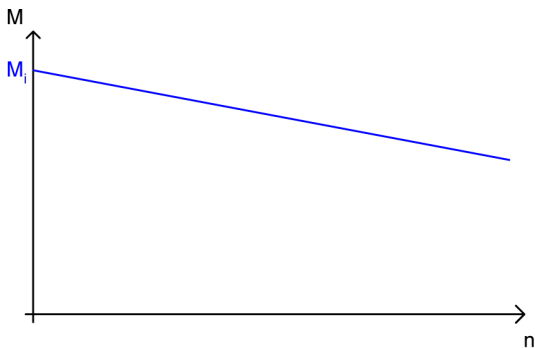
$$M(n) = M_i - c \cdot k \cdot \frac{\phi_p^2}{R_a} \cdot n$$

- Indítónyomaték ( $M_i$ ):

$$M_i = k \cdot \frac{\phi_p}{R_a} \cdot U_k$$

# Egyenáramú motor mechanikai jelleggörbéje

- Hogyan változik a motor nyomatéka a fordulatszám függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $U_k = \text{állandó}$
  - $\phi_p = \text{állandó}$



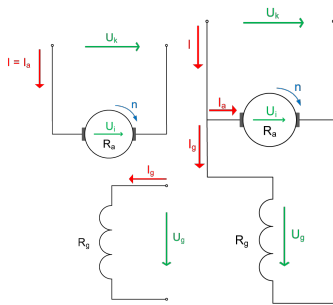
# Egyenáramú motor mechanikai jelleggörbéje

- Az üresjárási fordulatszám meghatározható a nyomatékból is
- Ha a nyomaték 0, akkor a motor az üresjárási (maximális) fordulatszámmal forog

Ha  $M = 0$ , akkor  $n = n_0$

$$n_0 = \frac{\frac{k \cdot \phi_p}{R_a} \cdot U_k}{\frac{c \cdot k \cdot \phi_p^2}{R_a}} = \frac{U_k}{c \cdot \phi_p}$$

## Külső és párhuzamos gerjesztésű motor



$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a = c \cdot n \cdot \phi_p + I_a \cdot R_a$$

- Teljesítmények:

$$P_g = I_g^2 \cdot R_g = \frac{U_g^2}{R_g}, \quad P_a = I_a^2 \cdot R_a$$

$$P_{vill} = U_k \cdot I_a = U_k \cdot I$$



# Külső és párhuzamos gerjesztésű motor

- Fordulatszám:

$$n = \frac{U_k - I_a \cdot R_a}{c \cdot \phi_p}$$

- Nyomaték:

$$M = k \cdot I_a \cdot \phi_p$$

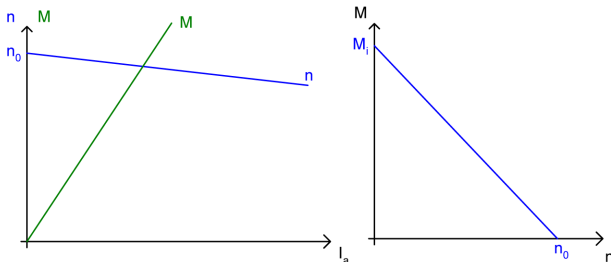
$$M = k \cdot \frac{\phi_p}{R_a} \cdot U_k - c \cdot k \cdot \frac{\phi_p^2}{R_a} \cdot n$$

$$M = M_i - c \cdot k \cdot \frac{\phi_p^2}{R_a} \cdot n$$

$$M_i = k \cdot \frac{\phi_p}{R_a} \cdot U_k$$

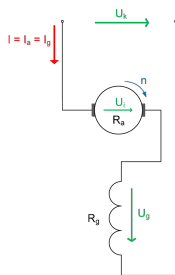
# Külső és párhuzamos gerjesztésű motor

- Hogyan változik a motor fordulatszáma és nyomatéka az armatúra áram és a fordulatszám függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $U_k = \text{állandó}$
  - $I_g = \text{állandó}$



- Fordulatszám-tartó/Sebességtartó (széles tartományban terhelhető úgy, hogy csak néhány százalékkal változik a fordulatszám)

# Soros gerjesztésű motor



$$I = I_a = I_g, \quad R = R_a + R_g$$

$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a + I_a \cdot R_g = c \cdot n \cdot \phi_p + I \cdot (R_a + R_g)$$

$$U_k = U_i + I \cdot R$$

- Teljesítmények:

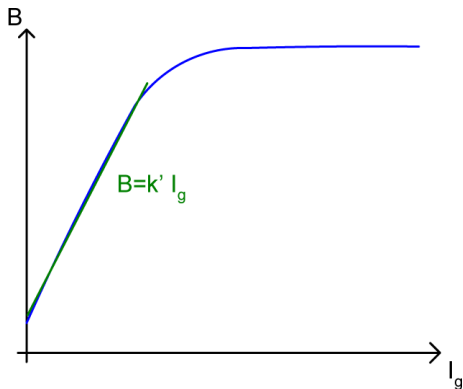
$$P_g = I_g^2 \cdot R_g = \frac{U_g^2}{R_g}, \quad P_a = I_a^2 \cdot R_a, \quad P_{vill} = U_k \cdot I_a = U_k \cdot I$$

# Soros gerjesztésű motor

- Gerjesztés:

$$I_g = I$$

$$\phi_p = K \cdot I$$



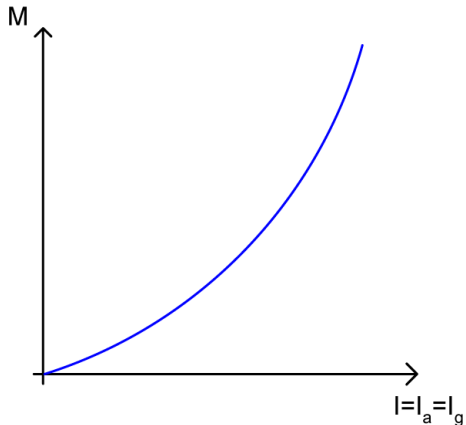
- A görbe lineáris szakaszán kell használni a gépet

# Soros gerjesztésű motor

- Nyomaték:

$$M = k \cdot I \cdot \phi_p$$

$$M = k \cdot K \cdot I^2$$



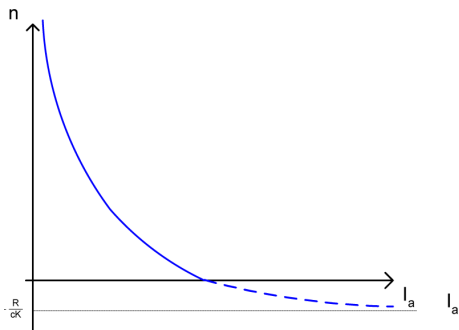
# Soros gerjesztésű motor

- Fordulatszám:

$$U_k = c \cdot n \cdot \phi_p + I \cdot R$$

$$n = \frac{U_k - I \cdot R}{c \cdot \phi_p} = \frac{U_k - I \cdot R}{c \cdot K \cdot I}$$

$$n = \frac{U_k}{c \cdot K \cdot I} - \frac{R}{c \cdot K}$$



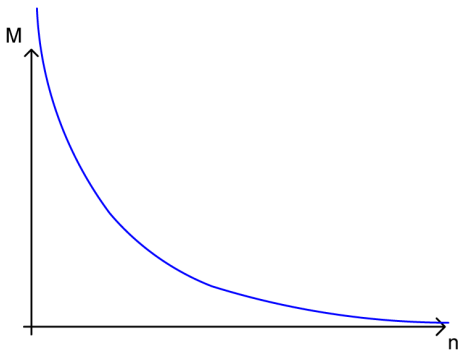
# Soros gerjesztésű motor

- Mechanikai teljesítmény:

$$M = k \cdot K \cdot I^2$$

$$M_{mech} = 2\pi \cdot M \cdot n$$

- Feltételezzük, hogy
  - $P_{mech} = \text{állandó}$



# Soros gerjesztésű motor

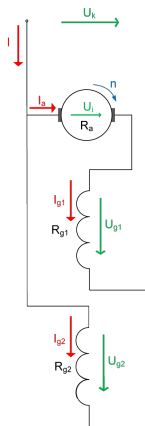
- Ha a motoron nincsen terhelés ( $M = 0$ ), akkor a fordulatszám megszalad ( $n \rightarrow \infty$ )
- Egyenáramú soros motort üresen járatni tilos
- Nyomaték függvény vizsgálata:

$$M = k \cdot K \cdot I^2$$

- A nyomaték mindig pozitív
- Szinuszos hálózatról is üzemeltethető



## Vegyes gerjesztésű motor

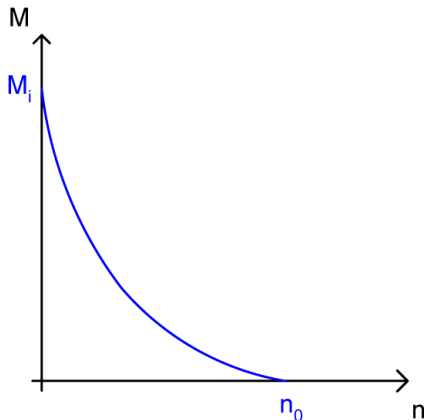


$$I = I_a + I_{g2}$$

$$U_k = U_i - I_a \cdot R_a - I_a \cdot R_g$$

# Vegyes gerjesztésű motor

- Hogyan változik a motor nyomatéka a fordulatszám függvényében
- Feltételezzük, hogy
  - $P_{mech} = \text{állandó}$



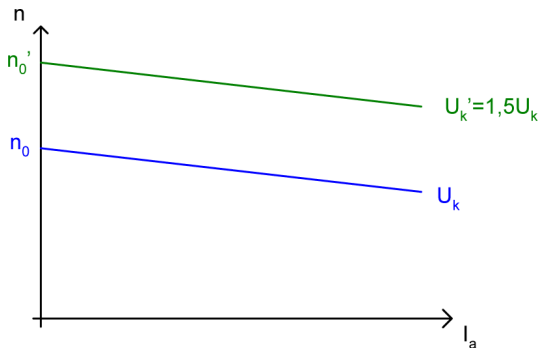
# Fordulatszám szabályozás

- Elméleti összefüggés:

$$n = \frac{U_k - I_a \cdot R_a}{c \cdot \phi_p}$$

- Szabályozási lehetőségek
  - Kapocsfeszültség változtatása ( $U'_k$ )
  - Armatúra körü ellenállás változtatása ( $R'_a$ )
  - Gerjesztés változtatása ( $\phi'_p$ )

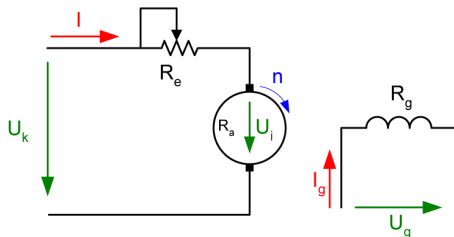
# Kapocsfeszültség változtatása



$$n_0 = \frac{U_k}{c \cdot \phi_p}, \quad n'_0 = \frac{U'_k}{c \cdot \phi_p} = \frac{3}{2} \cdot n_0$$

- A fordulatszám növelhető és csökkenthető

# Armatúra köri ellenállás változtatása



$$R'_a = R_a + R_e, \quad n = \frac{U_k - I_a \cdot (R_a + R_e)}{c \cdot \phi_p}$$

- A fordulatszám csak csökkenthető
- Az  $R_e$  ellenállás teljesítménye:

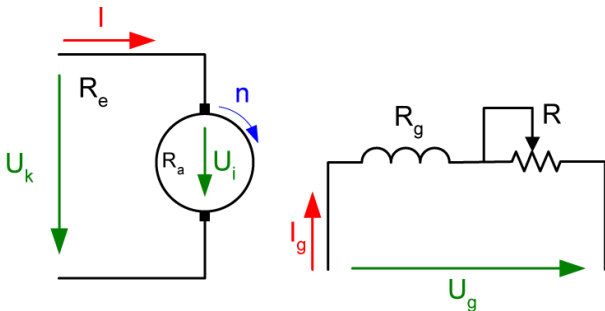
$$P_v = I_a^2 \cdot R_e$$

# Gerjesztés változtatása

- Nagy teljesítményű gépeknél nem hatékony az első két módszer
  - Nagy az armatúra áram ( $I_a$ )
  - Nagy lenne az armatúra körébe beiktatott ellenállás vesztesége
$$P_v = I_a^2 \cdot R_e$$
  - Nagy teljesítménynél költséges lenne a kapocsfeszültséget szabályozó elektronika
- Egyszerűbb és olcsóbb a kisebb gerjesztő feszültséget/áramot változtatni
- A gerjesztőáram soha nem szakadhat meg üzem közben ( $I_g \neq 0$ )
- Szabályozás lehetőségei
  - Külső gerjesztésű gépnél:  
A gerjesztő feszültség külső szabályozása
  - Összes géptípus esetében:  
Ellenállás beiktatásával

# Gerjesztés változtatása

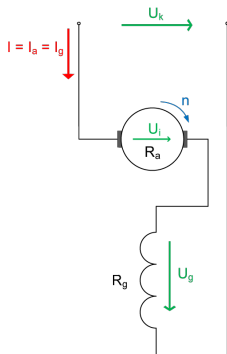
- Gerjesztőköri ellenállás beiktatása:



$$I'_g = \frac{U_g}{R_g + R}$$

# Gerjesztés változtatása

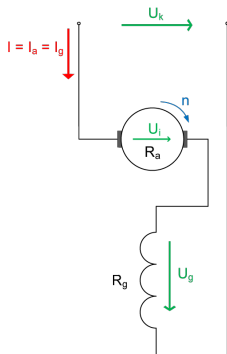
- Soros gerjesztésű gép esetében (gerjesztő áram csökkentése)





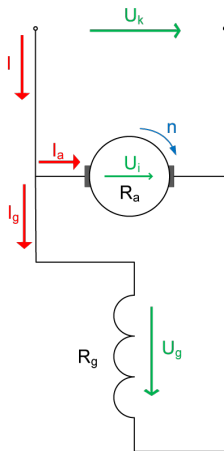
# Gerjesztés változtatása

- Soros gerjesztésű gép esetében (gerjesztő áram növelése)



# Gerjesztés változtatása

- Párhuzamos gerjesztésű gép esetében (gerjesztő áram csökkentése)



# Egyenáramú motor indítása (problémafelvetés)

- Indítás pillanatában a fordulatszám 0-val egyenlő

$$n = 0$$

$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a = c \cdot n \cdot \phi_p + I_a \cdot R_a = I_a \cdot R_a$$

$$I_a = \frac{U_k}{R_a}$$

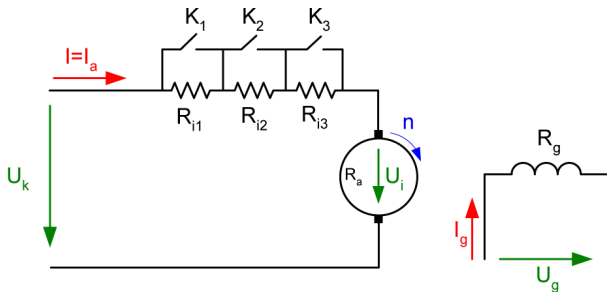
- Nagy teljesítményű motoroknál:

$$I_{ai} \simeq (10 \div 20) \cdot I_{an}$$

- Megoldás:
  - Armatúra körbe indító ellánállások beiktatása
  - A kapocsfeszültség ( $U_k$ ) folyamatos növelése az indítás után

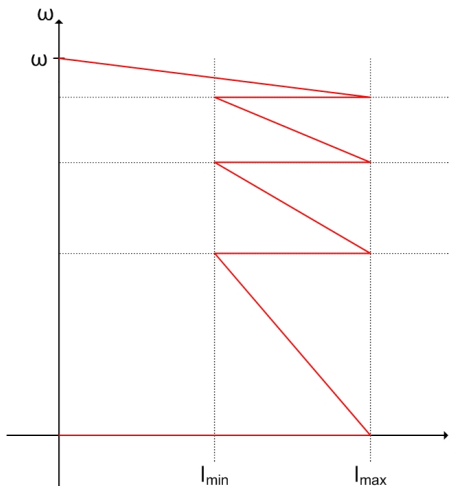
# Nagyteljesítményű egyenáramú motor indítása

- A fordulatszám növekedésével az indító ellánállásokat rövidre kell zárni



# Nagyteljesítményű egyenáramú motor indítása

- A körfrekvencia az áram függvényében



# Nagyteljesítményű egyenáramú motor indítása

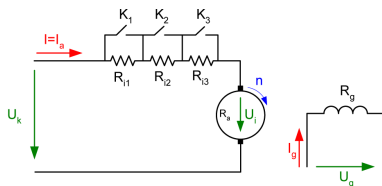
- $R_i$  ellenállások meghatározása:

$$U_k - U_i = I_{an} \cdot (R_a + R_{i0}) = I_{ai} \cdot (R_a + R'_{i0})$$

$$R'_{i0} = R_{i1} + R_{i2}$$

$$\frac{I_{ai}}{I_{an}} = a = \frac{R_a + R_{i0}}{R_a + R'_{i0}}$$

$$a = \frac{R_a + R'_{i0}}{R_a + R''_{i0}}$$



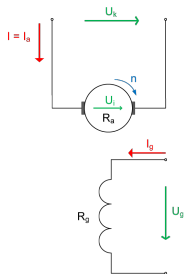
# Forgásirányváltás (Reverzálás)

- Forgásirányt az állórész vagy a forgórész mágneses mező irányának a felcserélésével lehet váltani  
Működés közben csak a külső gerjesztésű gépnél valósítható meg
- Egyszerre csak az egyiket szabad megváltoztatni.
- Soros, párhuzamos gerjesztésű gépet a forgásirány változtatáshoz le kell állítani
- Figyelni kell arra, hogy a gerjesztő áram nem lehet 0  
(Ha forgás közben megszűnik a gerjesztés, akkor a pólusfluxus 0 lesz, így a motor fordulatszámja megszalad.)

$$n = \frac{U_k - I_a \cdot R_a}{c \cdot \phi_p}$$

# Külső gerjesztésű motor forgásirányának megváltoztatása

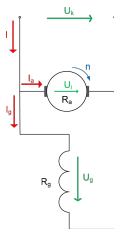
- Forgásirányt az állórész vagy a forgórész mágneses mezőjének irányának a felcserélésével lehet
- Lehetséges módszerek:
  - A forgórész (armatúra) áramának ( $I_a$ ) az irányát változtatjuk meg (Kapocsfeszültség ( $U_k$ ) irányának a megváltoztatása)  
Nagy teljesítményű gépeknél nem használják, mert nagy az armatúra árama ( $I_a$ )
  - A gerjesztés áramirányának ( $I_g$ ) megcserélése  
 $I_g$  kisebb, mint az  $I_a$ , ezért könnyebben megvalósítható





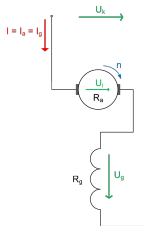
# Párhuzamos gerjesztésű motor forgásirányváltása

- Forgásirányt az állórész vagy a forgórész mágneses mező irányának a felcserélésével lehet váltani
- Ugyanaz a feszültség van rákapcsolva az armatúrára, mint a gerjesztőtekercsre ( $U_k = U_g$ )
- Forgásirányváltás lépései:
  - Motor leállítása
  - A gerjesztőtekercs kapcsainak megcserélése
  - Motor elindítása



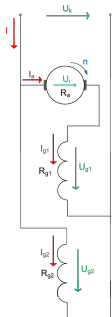
# Soros gerjesztésű motor forgásirányváltása

- Forgásirányt az állórész vagy a forgórész mágneses mező irányának a felcserélésével lehet váltani
- Ugyanaz az armatúra és a gerjesztőtekerecs árama ( $I_g = I_a = I$ )
- Forgásirányváltás lépései:
  - Motor leállítása
  - A gerjesztőtekerecs kapcsainak megcserélése
  - Motor elindítása



# Vegyes gerjesztésű motor forgásirányváltása

- Forgásirányt az állórész vagy a forgórész mágneses mező irányának a felcserélésével lehet váltani
- 2 gerjesztő tekerecs van, így ha az egyiket lekapcsoljuk akkor is van gerjesztés
- Menet közben is megcserélhetőek a gerjesztőtekercek kapcsai (Ekkor a gép viselkedésének a jellege megváltozhat, gyakorlatban nem elterjedt az alkalmazása.)



# Fékezés módjai

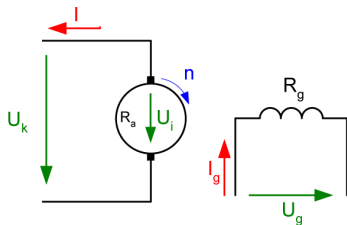
- Ha csökkenteni szeretnénk a motor fordulatszámát, akkor fékeznünk kell a motort
- Fékezés módjai:
  - Hasznofékezés  
Az energiát a hálózatba tápláljuk vissza
  - Dinamikus fékezés  
A forgási energiát hővé alakítjuk
  - Ellenáramú fékezés  
Megfordítjuk a motor forgásirányát (A motor a fékezés közben jobban melegszik.)

## Haszonfékezés

$$U_k = U_i + I_a \cdot R_a = c \cdot n \cdot \phi_p + I_a \cdot R_a$$

$$I_a = \frac{U_k - U_i}{R_a} = \frac{U_k - c \cdot n \cdot \phi_p}{R_a}$$

- Ha  $U_i > U_k$ , akkor az armatúra áram ( $I_a$ ) iránya megfordul
- Energiát táplál a gép a hálózatba (generátoros üzem)

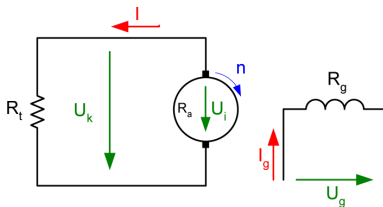


# Dinamikus fékezés

- A forgási energiát hővé alakítjuk

$$P_{R_t} = I^2 \cdot R_t$$

- Hűteni kell az ellenállást



# Felhasznált irodalom

- Dr. Halász Sándor: Villamos hajtások, Egyetemi tankönyv , ISBN 9634505171, Rotel Kft. Budapest, 1993.
- Dr. Halász Sándor: Automatizált villamos hajtások I. II., Tankönyvkiadó, 1989. 1998.
- Dr. Jamniczky Árpád: Villamos gépek üzemtana, Veszprémi Vegyipari Egyetem, 1984.
- W. Böhm: Villamos hajtások, Műszaki Könyvkiadó 1982.

# Felhasznált irodalom

- <http://www.jedliktarsasag.hu>
- <http://www.rcgroups.com>
- <http://www.scribde.com>
- <http://liambean.hubpages.com>
- <http://www.cst.com>
- <http://elpaso.apogee.net>
- <http://www.amazon.com>
- <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/comtat.html>
- <http://surabaya.olx.co.id/terima-pesanan-onderdil-dan-service-dinamo-motor-dc-iid-327128647>
- <http://www.vilaglex.hu>



**Fodor Attila, Dr. Magyar Attila:**

## **Szabályozott villamos hajtások**



**A felsőfokú informatikai oktatás  
minőségének fejlesztése,  
modernizációja**

**TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0104**



*Főkezdményezett:*  
Pannon Egyetem  
8200 Veszprém  
Egyetem u. 10.

*Kedvezményezett:*  
Szegedi Tudományegyetem  
6720 Szeged  
Dugonics tér 13.



**2014**



**MAGYARORSZÁG MEGÚJUL**



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai  
Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

# Szabályozott villamos hajtások

## Szinkron gép modellezése

Fodor Attila és dr. Magyar Attila

Pannon Egyetem  
Műszaki Informatikai Kar  
Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék  
`foa@almos.vein.hu`

2014.

# Áttekintés

- 1 Szinkron gép modellezése
  - Tervezés és Modellezés lépései
  - Park transzformáció
- 2 Szinkron generátor modellezése
- 3 Szinkron generátor modellezése (csillapító tekercs nélkül)
- 4 Szinkron motor modellezése (indítókalka nélkül)

# Hajtás (vezérlő) tervezésének lépései

- 1 Motor modell elkészítése (esetleg irodalomból való kiválasztása)
- 2 Motor modell validálása (Ha a motor modell saját fejlesztés)
- 3 Motor modell paramétereinek érzékenységvizsgálata
- 4 Motor modell paramétereinek becslése (mérések alapján)
- 5 Szabályozó kiválasztása és megtervezése
- 6 Szabályozó validálása a szimulációk alapján
- 7 Szabályozó megépítése, megírása (DSP-re)
- 8 Erősáramú kapcsolástechnika kiválasztása, megtervezése, szimulációja
- 9 Erősáramú és gyengeáramú áramkörök megépítése, élesztése
- 10 A hajtás tesztelése, paraméterek finomhangolása

# Modellezés lépései

- 1 Modellezés feltételeinek felírása
- 2 Villamos egyenletek, összefüggések felírása
- 3 Mechanikai egyenletek (mozgásegyenlet) felírása
- 4 Egyenletrendszer rendezése (state-space alak)
- 5 Modell validálása

# A modell alkotásánál a következőket feltételezzük

- Szimmetrikus a háromfázisú állórész tekercselése
- Csak egy gerjesztő tekercs van
- Kettő darab csillapító tekercs van
- A tekercsek egymással mágneses csatolásban vannak
- A csatlakozások veszteségei elhanyagolhatóak
- Az állórész és a forgórész permeabilitását végtelen nagyra tekintjük
- A gép fluxusának a nagysága a forgórész pozíciójától függ

# Villamos részek modellezése

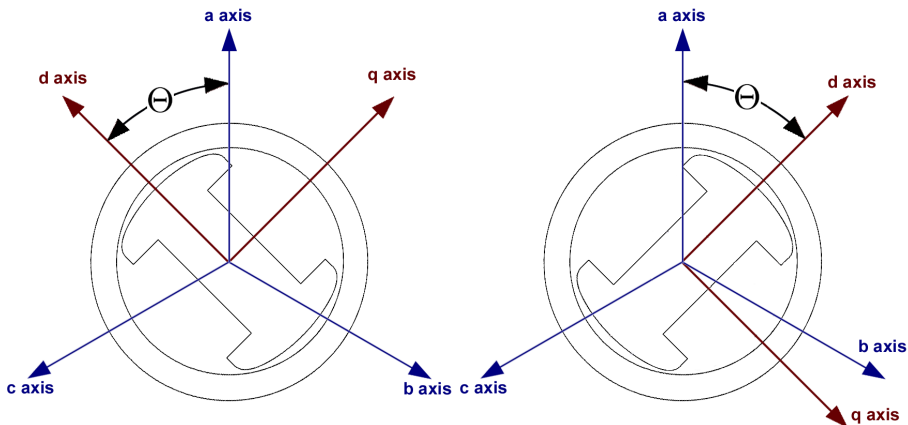
- Általánoságban felírható a KHT:

$$v = \pm \sum_{j=1}^J (r_j \cdot i_j) \pm \sum_{j=1}^J (\dot{\lambda}_j)$$

- Ahol:
  - Pozitív iránynak a kifelé folyó áramirányt tekintjük
  - $r_j$ : a  $j$ -edik tekercs ellenállása
  - $i_j$ : a  $j$ -edik tekercs folyó áram
  - $\lambda_j$ : a  $j$ -edik tekercs fluxusa

# Állórész és forgórész pozíció

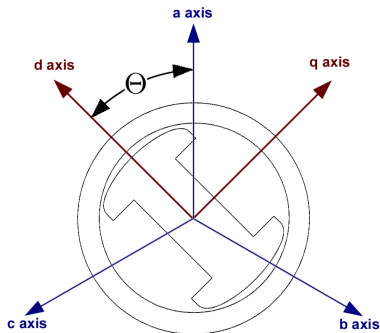
- A gépen belül 2 mágneses mező van:
  - Forgórész mágneses mezeje
  - Állórész mágneses mezeje





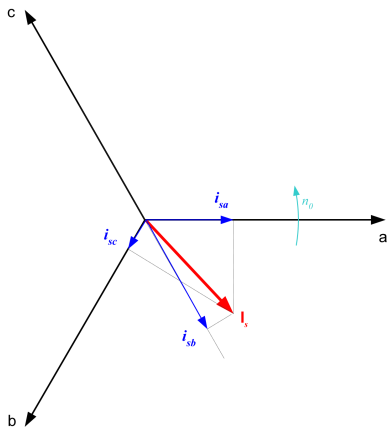
# Park transzformáció

- A gép forgórészéhez hozzárendeljük az új koordináta-rendszer  $d$  tengelyét
- A forgórészhez rögzített koordináta-rendszer  $n_0$  fordulatszámmal fog forogni
- Az állórész áramát ebbe a  $d - q$  koordináta-rendszerbe kell áttranszformálni



# Park transzformáció

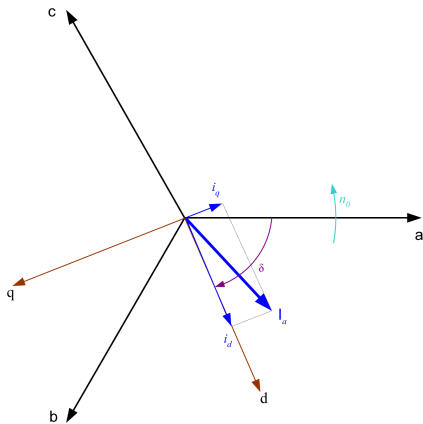
- Az állórész/armatúra/stator árama és annak vetületei:



$$I_s = \frac{2}{3} (i_{sa} \cdot e^{j0^\circ} + i_{sb} \cdot e^{-j120^\circ} + i_{sc} \cdot e^{-j240^\circ})$$

# Park transzformáció

- Az állórész/armatúra/stator árama és annak  $d$  és  $q$  tengelyre való vetületei:



# Park transzformáció

$$i_0 = \frac{2}{3} [i_a + i_b + i_c]$$

$$i_d = \frac{2}{3} \left[ i_a \cdot \cos(\Theta) + i_b \cdot \cos\left(\Theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cdot \cos\left(\Theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

$$i_q = \frac{2}{3} \left[ i_a \cdot \sin(\Theta) + i_b \cdot \sin\left(\Theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cdot \sin\left(\Theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

- Ahol:

- $i_a$ ,  $i_b$  és  $i_c$ : Fázisáramok
- $i_0$ ,  $i_d$  és  $i_q$ : Fázisáramok 0,  $d$  és  $q$  komponensei
- $\Theta$  [rad]: Az  $a$  fázis feszültsége és a forgórész közötti szög

# Park transzformáció (mátrixos forma)

- Felírhatóak az áramok a következő alakban:

$$\mathbf{i}_{0dq} = [ i_0 \quad i_d \quad i_q ]^T$$

$$\mathbf{i}_{abc} = [ i_a \quad i_b \quad i_c ]^T$$

- A fázisáramok 0,  $d$  és  $q$  komponensei a következő képpen számolhatóak ki:

$$\mathbf{i}_{0dq} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{i}_{abc}$$

- Ahol:
  - $\mathbf{P}$ : Park transzformációs mátrix

$$\mathbf{P} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\Theta) & \cos(\Theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\Theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin(\Theta) & \sin(\Theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\Theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

# Park transzformáció

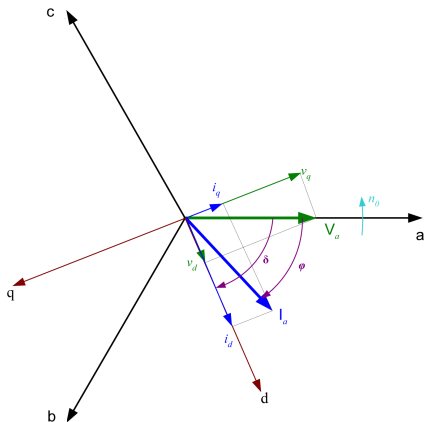
- Az  $a$  fázis feszültsége és a forgórész közötti szög ( $\Theta$ ) a következő módon határozható meg:

$$\Theta = \omega_r t + \delta + \pi/2$$

- Ahol
  - $\omega_r$ : A gép forgási sebessége
  - $\delta$ : A szinkron gép terhelési szöge

# Park transzformáció

- A gép feszültségeinek is meghatározható a  $d$  és  $q$  vetülete:



# Park transzformáció

- A gép feszültségeinek és a fluxusoknak is meghatározható a  $d$  és  $q$  vetülete:

$$\mathbf{v}_{0dq} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}_{abc}$$

$$\lambda_{0dq} = \mathbf{P} \cdot \lambda_{abc}$$

- Ahol:

$$\mathbf{v}_{0dq} = [ v_0 \quad v_d \quad v_q ]^T$$

$$\mathbf{v}_{abc} = [ v_a \quad v_b \quad v_c ]^T$$

$$\lambda_{0dq} = [ \lambda_0 \quad \lambda_d \quad \lambda_q ]^T$$

$$\lambda_{abc} = [ \lambda_a \quad \lambda_b \quad \lambda_c ]^T$$



# Park transzformáció

- Mivel a Park transzformáció megfordítható, azért a  $0$ ,  $d$  és  $q$  összetevőkből meghatározható az  $a$ ,  $b$  és  $c$  fázisáram a következő módon:

$$\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{0dq}$$

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{0dq}$$

$$\boldsymbol{\phi}_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \boldsymbol{\phi}_{0dq}$$

- Ahol:
  - $\mathbf{P}$ : Park transzformációs mátrix

# Park transzformáció

- Teljesítmény is felírható a feszültségek és az áramok  $0$ ,  $d$  és  $q$  komponenseivel:

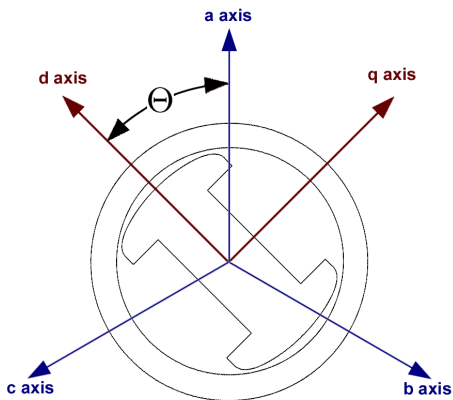
$$\begin{aligned} p &= v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = \mathbf{v}_{abc}^T \mathbf{i}_{abc} = \\ &= (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{v}_{0dq})^T (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{i}_{0dq}) = \\ &= \mathbf{v}_{0dq}^T (\mathbf{P}^{-1})^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{i}_{0dq} \\ &= \mathbf{v}_{0dq}^T \mathbf{P} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{i}_{0dq} = \\ &= \mathbf{v}_{0dq}^T \mathbf{i}_{0dq} = \\ &= v_d i_d + v_q i_q + v_0 i_0 \end{aligned}$$

# Áttekintés

- 1 Szinkron gép modellezése
- 2 Szinkron generátor modellezése
  - A generátor fluxusegyenletei
  - Szinkron generátor feszültségegyenletei
  - Szinkron generátor árammodellje
  - Szinkron generátor fluxusmodellje
  - Relatív egység
  - Szinkron generátor mozgásegyenlete
  - Szinkron generátor terhelési szöge
- 3 Szinkron generátor modellezése (csillapító tekercs nélkül)
- 4 Szinkron motor modellezése (indítókalicka nélkül)

# Állórész és forgórész pozíció

- A gépen belül 2 mágneses mező van:
  - Forgórész mágneses mezeje
  - Állórész mágneses mezeje



# A tekercselés

- A modellezés feltételezése szerint a gép a modell szempontjából 6 egymással csatolásban lévő tekercset tartalmaz, melyek a következők:
  - $a$  fázis tekercse  
(továbbiakban  $a$  index)
  - $b$  fázis tekercse  
(továbbiakban  $b$  index)
  - $c$  fázis tekercse  
(továbbiakban  $c$  index)
  - Gerjesztőtekercs  
(továbbiakban  $F$  index)
  - Csillapító tekercs  $d$  komponens  
(továbbiakban  $D$  index)
  - Csillapító tekercs  $q$  komponens  
(továbbiakban  $Q$  index)

# Fluxusegyenlet

- A tekercselések közötti mágneses csatolásokat a következő módon írhatjuk fel:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} & L_{FD} & L_{FQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{DF} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{QF} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1)$$

- Ahol:
  - $L_{xy}$  a csatolt induktivitások a tekercsek között

# A tekercselés induktivitása

- Az állórész öninduktivitásai:

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos(2\Theta)$$

$$L_{bb} = L_s + L_m \cos(2(\Theta - \frac{2\pi}{3}))$$

$$L_{cc} = L_s + L_m \cos(2(\Theta + \frac{2\pi}{3}))$$

- A forgórész öninduktivitásai:

$$L_{FF} = L_F$$

$$L_{DD} = L_D$$

$$L_{QQ} = L_Q$$

# A tekercselés induktivitása

- Az állórész-állórész tekercselés csatolt induktivitásai:

$$\begin{aligned}L_{ab} &= L_{ba} = -M_s - L_m \cos\left(2\left(\Theta - \frac{\pi}{6}\right)\right) \\L_{bc} &= L_{cb} = -M_s - L_m \cos\left(2\left(\Theta - \frac{\pi}{2}\right)\right) \\L_{ca} &= L_{ac} = -M_s - L_m \cos\left(2\left(\Theta + \frac{5\pi}{6}\right)\right)\end{aligned}$$

- A forgórész-forgórész tekercselés csatolt induktivitásai:

$$L_{FD} = L_{DF} = M_R$$

$$L_{FQ} = L_{QF} = 0$$

$$L_{DQ} = L_{QD} = 0$$



# A tekercselés induktivitása

- Az állórész és a forgórész gerjesztésének csatolt induktivitásai:

$$L_{aF} = L_{Fa} = M_F \cos(\Theta)$$

$$L_{bF} = L_{Fb} = M_F \cos\left(\Theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$L_{cF} = L_{Fc} = M_F \cos\left(\Theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

# A tekercselés induktivitása

- Az állórész és a forgórész csillapító tekercsének ( $D$ ) csatolt induktivitásai:

$$L_{aD} = L_{Da} = M_D \cos(\Theta)$$

$$L_{bD} = L_{Db} = M_D \cos\left(\Theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$L_{cD} = L_{Dc} = M_D \cos\left(\Theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

- Az állórész és a forgórész csillapító tekercsének ( $Q$ ) csatolt induktivitásai:

$$L_{aQ} = L_{Qa} = M_Q \cos(\Theta)$$

$$L_{bQ} = L_{Qb} = M_Q \cos\left(\Theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$L_{cQ} = L_{Qc} = M_Q \cos\left(\Theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

# Szinkron generátor fluxusa

- Behelyettesítve az induktivitásokat felírható a generátor fluxusa:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{aa} & \mathbf{L}_{aR} \\ \mathbf{L}_{Ra} & \mathbf{L}_{RR} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (2)$$

- Ahol:

- $\mathbf{L}_{RR}$ : Rotor-rotor csatolt induktivitás mátrix
- $\mathbf{L}_{aa}$ : Állórész-állórész csatolt induktivitás mátrix
- $\mathbf{L}_{Ra}, \mathbf{L}_{aR}$ : Forgórész-állórész és állórész-forgórész csatolt induktivitás mátrix
- $\mathbf{P}$ : Park transzformációs mátrix
- $\mathbf{I}_3$ : 3x3-as egység mátrix

# Szinkron generátor fluxusa

- Elvégezve a mátrix műveleteket megkapjuk a gép fluxusát 0-d-q koordináta-rendszerben

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & kM_F & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & 0 & kM_Q \\ 0 & kM_F & 0 & L_F & M_R & 0 \\ 0 & kM_D & 0 & M_R & L_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

- Ahol:

$$L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2}L_m$$

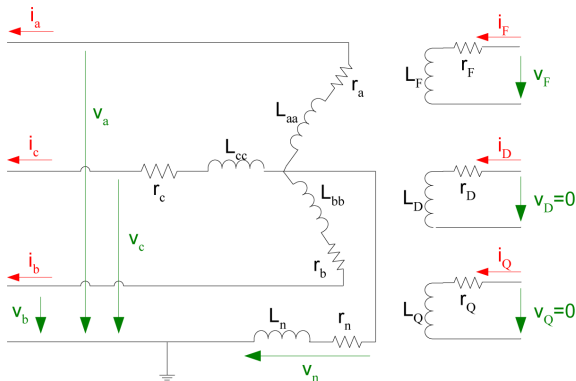
$$L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2}L_m$$

$$L_0 = L_s - 2M_s$$

$$k = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

# Szinkron generátor tekercsei

- Felrajzolva a generátor helyettesítő kapcsolását a következőt kapjuk:



# Szinkron generátor feszültségvenletei

- Minden tekercsre fel tudjuk írni KHT-ét  
A felírásnál figyelembe kell venni, hogy a tekercsek csatolásban vannak egymással!

$$\mathbf{v} = -\mathbf{r}\mathbf{i} - \dot{\boldsymbol{\lambda}} + \mathbf{v}_n$$

- Blokkmátrix formában felírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abc} \\ \mathbf{v}_{FDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{abc} \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{FDQ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

- Ahol:

$$\mathbf{R}_{abc} = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 \\ 0 & 0 & r_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{FDQ} = \begin{bmatrix} r_F & 0 & 0 \\ 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix}$$

# Szinkron generátor feszültség egyenletei

- Mátrix formában felírva behelyettesítve az ellenállás értékeket a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ -v_F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_b \\ \dot{\lambda}_c \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_D \\ \dot{\lambda}_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_n \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4)$$

- Ahol:
  - $v_n$ : Csillagpont feszültsége (neutrális feszültség)

$$\mathbf{v}_n = -\mathbf{r}_n \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \mathbf{L}_n \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix}$$

# A csillagpont feszültsége

- Mátrixos formában felírva a csillagpont feszültségét a következőt kapjuk:

$$\mathbf{v}_n = -\mathbf{R}_n \mathbf{i}_{abc} - \mathbf{L}_{nm} \dot{\mathbf{i}}_{abc}$$

- Ahol:

$$\mathbf{L}_{nm} = \begin{bmatrix} L_n & L_n & L_n \\ L_n & L_n & L_n \\ L_n & L_n & L_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_n = \begin{bmatrix} r_n & r_n & r_n \\ r_n & r_n & r_n \\ r_n & r_n & r_n \end{bmatrix}$$



# Áttérés 0-d-q koordináta rendszerbe

- A Park transzformációt felhasználva a feszültségeket fel tudjuk írni 0-d-q koordináta rendszerben a következő módon:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abc} \\ \mathbf{v}_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{0dq} \\ \mathbf{v}_{FDQ} \end{bmatrix}$$

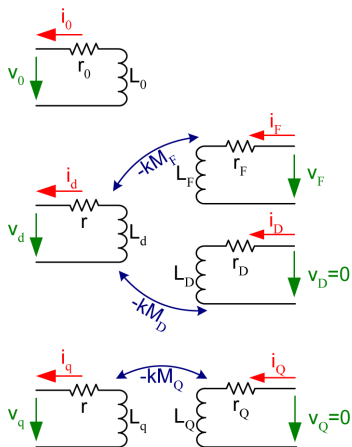
# Áttérés 0-d-q koordináta rendszerbe

- Kiszámolva az előző műveleteket a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \\
 = & \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \\
 = & \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{R}_{abc}\mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_{FDQ} \end{bmatrix} \quad (5)
 \end{aligned}$$

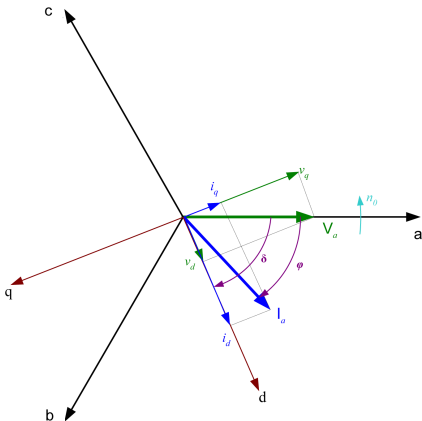
# Generátor helyettesítő kapcsolás

- A 0-d-q koordináta-rendszerbe átalakított helyettesítő kapcsolás:



# A feszültségek és az áramok vektorábrája

- A gép feszültségeinek is meghatározható a  $d$  és  $q$  vetülete:



# Tekercselés ellenállása

- Kihhasználva azt, hogy a hálózat szimmetrikus háromfázisú hálózat és szimmetrikus a szinkron generátor, ezért felírhatjuk a következőt:

$$(r_a = r_b = r_c = r)$$

- Behelyettesítve az  $R_{abc}$  mátrixba a következőt kapjuk:

$$\hat{R}_{abc} = R_{abc} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix}$$

# Fluxusok deriváltjai

- Ahhoz, hogy ki tudjuk számolni a feszültségét a generátornak meg kell határoznunk a fluxusok deriváltjait

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_{FDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}\dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_{FDQ} \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{P}\dot{\lambda}_{abc}$  a következő képpen tudjuk szorzatként deriválni:

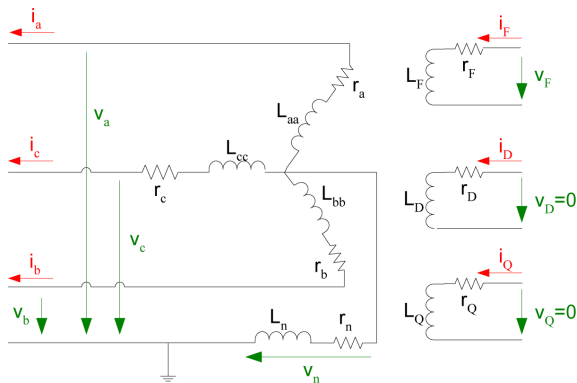
$$\mathbf{P}\dot{\lambda}_{abc} = \dot{\lambda}_{0dq} - \dot{\mathbf{P}}\lambda_{abc} = \dot{\lambda}_{0dq} - \dot{\mathbf{P}}\mathbf{P}^{-1}\lambda_{0dq}$$

- A kifejezést kiszámolva a következőt kapjuk:

$$\dot{\mathbf{P}}\mathbf{P}^{-1}\lambda_{0dq} = \omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega\lambda_q \\ \omega\lambda_d \end{bmatrix}$$

# Csillagpont feszültsége

- A gép feszültségének a meghatározásához meg kell határoznunk a csillagpont feszültségét



## Csillagpont feszültsége

- Hasonlóan a fázisfeszültségekhez meg kell határoznunk a csillagpont feszültségének 0-d-q koordináta-rendszerben lévő komponenseit:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{n}_{0dq} &= \mathbf{P}\mathbf{v}_n = -\mathbf{P}\mathbf{R}_n\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{i}_{abc} - \mathbf{P}\mathbf{L}_{nm}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{P}\dot{\mathbf{i}}_{abc} = \\
 &= -\mathbf{P}\mathbf{R}_n\mathbf{P}^{-1}\mathbf{i}_{0dq} - \mathbf{P}\mathbf{L}_{nm}\mathbf{P}^{-1}\dot{\mathbf{i}}_{0dq} = \\
 &= \begin{bmatrix} -3r_n i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3L_n \dot{i}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$



# Szinkron generátor feszültsége

- Felhasználva a feszültségegyenletet (3. egyenlet) és abba behelyettesítve a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{0dq} \\ \mathbf{v}_{FDQ} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{0dq} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{FDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{0dq} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{0dq} \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{FDQ} \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\lambda}_{0dq} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{0dq} \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6}$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Behelyettesítve a gép feszültségegyenletébe (6. egyenlet) a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_d \\ v_F \\ v_D = 0 \\ v_q \\ v_Q = 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r + 3r_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & \omega L_q & \omega kM_Q \\ 0 & 0 & r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_d & -\omega kM_F & -\omega kM_D & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix} - \\
 - \begin{bmatrix} L_0 + 3L_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & kM_F & kM_D & 0 & 0 \\ 0 & kM_F & L_F & M_R & 0 & 0 \\ 0 & kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_q & kM_Q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kM_Q & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_0 \\ \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_D \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_Q \end{bmatrix} \quad (7)$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Szimmetrikus rendszert feltételezve a csillagpont feszültsége ( $v_0$ ) 0V-al egyenlő
- Behelyettesítve a feszültségegyenletbe a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{dq} \\ \mathbf{v}_{FDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{dq} \\ \mathbf{i}_{FDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{dq} \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{FDQ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{0dq} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (8)$$

- Ahol:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_R = \begin{bmatrix} r_F & 0 & 0 \\ 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\omega\lambda_q \\ \omega\lambda_d \end{bmatrix}$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Szimmetrikus rendszert feltételezve a gép feszültsége a következő:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_F \\ v_D = 0 \\ v_q \\ v_Q = 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & \omega L_q & \omega kM_Q \\ 0 & r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_D & 0 & 0 \\ -\omega L_d & -\omega kM_F & -\omega kM_D & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} L_d & kM_F & kM_D & 0 & 0 \\ kM_F & L_F & M_R & 0 & 0 \\ kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_q & kM_Q \\ 0 & 0 & 0 & kM_Q & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (9)$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Felírva egyszerűsített mátrix formában a következőt kapjuk:

$$\mathbf{v}_{dFDqQ} = -\mathbf{R}_{RS\omega} \mathbf{i}_{dFDqQ} - \mathbf{L} \dot{\mathbf{i}}_{dFDqQ}$$

- Ahol:

$$\mathbf{v}_{dFDqQ} = [v_d \quad v_F \quad v_D \quad v_q \quad v_Q]^T$$

$$\mathbf{i}_{dFDqQ} = [i_d \quad i_F \quad i_D \quad i_q \quad i_Q]^T$$

$$\dot{\mathbf{i}}_{dFDqQ} = [\dot{i}_d \quad \dot{i}_F \quad \dot{i}_D \quad \dot{i}_q \quad \dot{i}_Q]^T$$

$$\mathbf{R}_{RS\omega} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & \omega L_q & \omega k M_Q \\ 0 & r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_D & 0 & 0 \\ -\omega L_d & -\omega k M_F & -\omega k M_D & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix}$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Felírva egyszerűsített mátrix formában a következőt kapjuk:

$$\mathbf{v}_{dFDqQ} = -\mathbf{R}_{RS}\omega \mathbf{i}_{dFDqQ} - \mathbf{L} \dot{\mathbf{i}}_{dFDqQ}$$

- Ahol:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_d & kM_F & kM_D & 0 & 0 \\ kM_F & L_F & M_R & 0 & 0 \\ kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_q & kM_Q \\ 0 & 0 & 0 & kM_Q & L_Q \end{bmatrix}$$

# Szinkron generátor árammodellje

- A modell kialakításakor meg kell határoznunk, hogy milyen modellt szeretnénk majd használni, annak a függvényében kell rendeznünk az egyenletrendszert

$$\mathbf{v}_{dFDqQ} = -\mathbf{R}_{RS\omega} \mathbf{i}_{dFDqQ} - \mathbf{L} \dot{\mathbf{i}}_{dFDqQ}$$

- Árammodell esetében az áramok idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{i_d}{dt}$ ,  $\frac{i_F}{dt}$ ,  $\frac{i_D}{dt}$ ,  $\frac{i_q}{dt}$  és  $\frac{i_Q}{dt}$ ) kell rendezni az egyenletrendszert
- Fluxusmodell esetében a fluxusok idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{\phi_d}{dt}$ ,  $\frac{\phi_F}{dt}$ ,  $\frac{\phi_D}{dt}$ ,  $\frac{\phi_q}{dt}$  és  $\frac{\phi_Q}{dt}$ ) kell rendezni az egyenletrendszert
- Egyszerűsített mátrix formában a következőt kapjuk:

$$\dot{\mathbf{i}}_{dFDqQ} = -\mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{RS\omega} \cdot \mathbf{i}_{dFDqQ} - \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{dFDqQ} \quad (10)$$

# Szinkron generátor árammodellje

- Ahhoz, hogy a modellel tudjunk számolni meg kell határoznunk a  $\mathbf{L}^{-1}$  kifejezés értékét

$$\mathbf{L}^{-1} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ 0 & L_{22} \end{bmatrix}$$

- Ahol  $\mathbf{L}_{11}$  és  $\mathbf{L}_{22}$  egy-egy almatrix, melynek értékei a következők:

$$\mathbf{L}_{11} = K_L \begin{bmatrix} -(L_D L_F - M_R^2) & kM_F L_D - kM_D M_R & kM_D L_F - M_R kM_F \\ -(-kM_F L_D + M_R kM_D) & -L_D L_d + kM_D kM_D & M_R L_d - kM_F kM_D \\ kM_D L_F - M_R kM_F & -M_R L_d + kM_D kM_F & -(L_F L_d - kM_F^2) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{22} = \frac{1}{-L_Q L_q + k^2 M_Q^2} \begin{bmatrix} -L_Q & kM_Q \\ kM_Q & -L_q \end{bmatrix}$$

$$K_L = \frac{1}{-L_D L_d L_F + L_D kM_F^2 + kM_D kM_D L_F + M_R^2 L_d - M_R kM_F kM_D - kM_D kM_F M_R}$$



# Szinkron generátor árammodellje

- Szinkron generátor árammodellje blokkmátrix formában a következő:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_D \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{RSw} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ 0 \\ -v_q \\ 0 \end{bmatrix}$$

# Szinkron generátor fluxusmodellje

- A modell kialakításakor meg kell határoznunk, hogy milyen modellt szeretnénk majd használni, annak a függvényében kell rendeznünk az egyenletrendszert

$$\mathbf{v}_{dFDqQ} = -\mathbf{R}_{RS\omega} \cdot \mathbf{i}_{dFDqQ} - \mathbf{L} \cdot \dot{\mathbf{i}}_{dFDqQ}$$

- Fluxusmodell esetében a fluxusok idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{\phi_d}{dt}$ ,  $\frac{\phi_F}{dt}$ ,  $\frac{\phi_D}{dt}$ ,  $\frac{\phi_q}{dt}$  és  $\frac{\phi_Q}{dt}$ ) kell rendezni az egyenletrendszert
- A gép áramaiból meg tudjuk határozni a fluxusokat a következő módon:

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{1}{L_d} (\lambda_d - \lambda_{AD}) \\ i_q &= \frac{1}{L_q} \lambda_q \\ i_F &= \frac{1}{L_F} (\lambda_F - \lambda_{AD}) i_D = \frac{1}{L_D} (\lambda_D - \lambda_{AD}) \end{aligned}$$

- Ahol:

$$\lambda_{AD} = (i_d + i_F + i_D) L_{AD}$$

# Szinkron generátor áramai

- A generátor áramai felírhatóak a fluxusokkal a következő formában:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{l_d} & 0 & 0 & -\frac{1}{l_d} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l_F} & 0 & -\frac{1}{l_F} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{l_D} & -\frac{1}{l_D} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{l_q} & 0 & -\frac{1}{l_q} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{l_Q} & -\frac{1}{l_Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_{AD} \\ \lambda_q \\ \lambda_Q \\ \lambda_{AQ} \end{bmatrix} \quad (11)$$

- Ahol:
  - $l_d$ ,  $l_F$  és  $l_D$ : csatolt induktivitások

# Szinkron generátor fluxusmodellje

- Ezek után fel tudjuk írni a szinkron generátor fluxusmodelljét a következő formában:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_D \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\lambda}_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{I_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_d}\right) & \frac{r}{I_d} \frac{L_{MD}}{I_F} & \frac{r}{I_d} \frac{L_{MD}}{I_D} & -1 & 0 \\ \frac{r_F}{I_F} \frac{L_{MD}}{I_F} & -\frac{r_F}{I_F} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_F}\right) & \frac{r_F}{I_F} \frac{L_{MD}}{I_D} & 0 & 0 \\ \frac{r_D}{I_D} \frac{L_{MD}}{I_d} & \frac{r_D}{I_D} \frac{L_{MD}}{I_F} & -\frac{r_D}{I_D} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_D}\right) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -\frac{r}{I_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{I_q}\right) & \frac{r}{I_q} \frac{L_{MQ}}{I_Q} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_Q}{I_Q} \frac{L_{MQ}}{I_q} & -\frac{r_Q}{I_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{I_Q}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_q \\ \lambda_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ 0 \\ -v_q \\ 0 \end{bmatrix}$$

# Relatív egységek alkalmazása

- Mivel a szinkron gépeknél különböző nagyságrenddel különbözik egymástól az armatúra és a gerjesztőkör feszültségei, áramai és fluxusai, ezért érdemes relatív egységeket alkalmazni.
- A relatív egységek közül bizonyos egység értékeket megválaszthatunk, bizonyos egység értékeket pedig ki kell számolni.
- Egységnek érdemes a gép névleges üzemi értékei közül választani, például:

- Szabadon választható:

$$S_B = \text{Gép névleges teljesítménye } VA/3$$

$$V_B = \text{Gép névleges feszültsége } V/\sqrt{3}$$

$$I_B = \text{Gép névleges árama } A$$

$$\omega_B = 2\pi f \text{ rad/s}$$

- Adódó mennyiségek (idő, fluxus, ellenállás, induktivitás):

$$t_B = 1/(2\pi f \text{ Hz}) \quad \phi_B = V_B \cdot t_B$$

$$R_B = V_B/I_B \quad L_B = V_B/(I_B/t_B)$$

# Energiamérleg

- A generátor energiamérlegét felírva a következőt kapjuk:

$$dW_{Mech} = dW_{Field} + dW_{LossesMech} + dW_{Electr}$$

- Forgóveszteség ( $W_{Electr}$ ):

$$dW_{rot} = dW_{LossesMech} + dW_{LossesField}$$

- Ahol:
  - $W_{Mech}$ : Mechanikai energia
  - $W_{Field}$ : Mágneses mező energiája
  - $W_{LossesField}$ : A mező vesztesége
  - $W_{LossesMech}$ : Mechanikai veszteség
  - $W_{Electr}$ : Villamos veszteségek

# Energia, teljesítmény

- A gép kimenő energiáját a következő összefüggés adja meg:

$$dW_{out} = dW_{Mech} - dW_{Field} - dW_{\Omega}$$

- Idő szerint deriválva a kimenő energiát a következőt kapjuk:

$$\frac{dW_{out}}{dt} = \frac{dW_{Mech}}{dt} - \frac{dW_{Field}}{dt} - \frac{dW_{\Omega}}{dt}$$

$$P_{out} = P_{Mech} - P_{Field} - P_{\Omega} \quad (12)$$

- Ahol:
  - $W_{\Omega}$ : Az energiaveszteség

# Kimeneti teljesítmény

- A szinkron generátorok esetén a kimenő teljesítmény a villamos teljesítmény, melyet a következő képpen kaphatunk meg 3 fázisú hálózatban:

$$p_{out} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = \mathbf{v}_{abc}^T \cdot \mathbf{i}_{abc}$$

- Vektoros formában felírva az áramot és a feszültséget

$$\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{0dq}$$

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{0dq}$$

- A feszültségekből a teljesítményt a következő képpen kaphatjuk meg:

$$\begin{aligned} p_{out} &= (\mathbf{v}_{0dq} \cdot \mathbf{P}^{-1})^T \cdot \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{0dq} = \\ &= \mathbf{v}_{0dq}^T \cdot (\mathbf{P}^{-1})^T \cdot \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{i}_{0dq} = \mathbf{v}_{0dq}^T \cdot \mathbf{i}_{0dq} \end{aligned}$$



# Nyomaték

- A gép szögsebességét a következő módon kaphatjuk meg:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

- A mechanikai teljesítményt a nyomatékból a következő definíció alapján kaphatjuk meg:

$$P_{mech} = M_{mech} \cdot \omega$$

- A gép mágneses mezejének a nyomatékát a következő módon írhatjuk fel:

$$M_{Field} = (i_0 \frac{\lambda_0}{d\theta} + i_d \frac{\lambda_d}{d\theta} + i_q \frac{\lambda_q}{d\theta})$$

- A generátor villamos nyomatékát ezek után a következő módon írhatjuk fel:

$$T_{Electr} = T_{Mech} - T_{Field}$$

# Nyomaték

- Newton törvénye alapján a következő módon írhatjuk fel a gép nyomatékát:

$$\frac{2H}{\omega_B} \dot{\omega} = T_{Mech} - T_{Electr} - D\omega$$

- Figyelembe véve a szögsebesség és az idő relatív egysége közötti összefüggést

$$t_u = \omega_B t$$

$$\omega_u = \frac{\omega}{\omega_B}$$

- Felírhatjuk a gép gyorsító nyomatékát:

$$2H\omega_B \frac{d\omega_u}{dt_u} = T_{acc}$$

- Ahol:
  - $H$ : Inercia konstans
  - $\omega_B$ : Szögsebesség relatív egysége
  - $t_u$ : Idő relatív egysége

# Nyomaték

- A gép gyorsító nyomatéka:

$$T_{acc} = 2H\omega_B \frac{d\omega_u}{dt_u}$$

- A  $2H\omega_B$  konstansra bevezethetünk egy új értéket:

$$\tau_j = 2H\omega_B$$

- Így a gép gyorsító nyomatékára a következőt kapjuk:

$$T_{acc} = \tau_j \cdot \frac{d\omega_u}{dt_u}$$

- Ezek után felírhatjuk a gép villamos nyomatékát a gép fluxusaiból és a gép áramából a következő módon:

$$T_{Electr} = \frac{1}{3}(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$

## Nyomaték

- Behelyettesítve a 12 egyenletbe a gép kimenő teljesítményét a következőt kapjuk:

$$p_{out} = \omega(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) - \left( i_0 \frac{\lambda_0}{dt} + i_d \frac{\lambda_d}{dt} + i_q \frac{\lambda_q}{dt} \right) - r(i_0^2 + i_d^2 + i_q^2) - 3r_n i_0^2 \quad (13)$$

- Teljesen szimmetrikus rendszer esetében:

$$i_0 = 0$$

- A következő formára egyszerűsíthető a gép kimenő teljesítményegyenlete:

$$p_{out} = \omega(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) - \left( i_d \frac{\lambda_d}{dt} + i_q \frac{\lambda_q}{dt} \right) - r(i_d^2 + i_q^2) \quad (14)$$

# Gyorsítónyomaték

- Ezek után felírható a gép gyorsítónyomatéka a következő formában:

$$T_{acc} = T_{mech} - \frac{T_{elect3}}{3} - T_{dump} = T_{mech} - T_{elect} - T_{dump} \quad (15)$$

- Ahol

- $T_{mech}$ : A gép mechanikai nyomatéka
- $T_{elect}$ : A gép villamos nyomatéka
- $T_{dump}$ : Veszteségi nyomaték

$$T_{dump} = D\omega$$

- $D$ : Veszteségi konstans

# Villamos nyomaték

- A gép villamos nyomatéka a gép fluxusaiból határozható meg

$$\lambda_d = L_d i_d + kM_F i_F + kM_D i_D \quad (16)$$

$$\lambda_q = L_q i_q + kM_Q i_Q \quad (17)$$

- Behelyettesítve a villamos nyomatékot megadó összefüggésbe a következőt kapjuk:

$$T_{elect3} = \begin{bmatrix} L_d i_q & kM_F i_q & kM_D i_q & -L_q i_d & -kM_Q i_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (18)$$

# Villamos nyomaték

- A gép villamos nyomatéka a gép fluxusaiból határozható meg

$$\lambda_d = L_d i_d + kM_F i_F + kM_D i_D \quad (19)$$

$$\lambda_q = L_q i_q + kM_Q i_Q \quad (20)$$

- Természetesen csak a fluxusokkal is kifejezhető a villamos nyomaték, a következő képpen:

$$T_{elect3} = \lambda_d \lambda_q \frac{L_{MD} - L_{MQ}}{l_d l_q} - \lambda_d \lambda_Q \frac{L_{MQ}}{l_q l_Q} + \\ + \lambda_q \lambda_F \frac{L_{MD}}{l_d l_F} + \lambda_q \lambda_D \frac{L_{MD}}{l_d l_D} \quad (21)$$

# Szögsebesség

- Felírható szögsebesség deriváltja felhasználva az  $\dot{\omega} = \frac{T_{acc}}{\tau_j}$  összefüggést
- Árammodell esetében a következőt használjuk:

$$\dot{\omega} = -\frac{L_q i_q i_d}{3\tau_j} - \frac{kM_F i_q i_F}{3\tau_j} - \frac{kM_D i_q i_D}{3\tau_j} + \frac{L_q i_d i_q}{3\tau_j} + \frac{kM_Q i_d i_Q}{3\tau_j} - \frac{D\omega}{\tau_j} + \frac{T_{mech}}{\tau_j} \quad (22)$$

- Mátrixos formában:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} -\frac{L_d i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_F i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_D i_q}{3\tau_j} & \frac{L_q i_d}{3\tau_j} & \frac{kM_Q i_d}{3\tau_j} & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \\ \omega \end{bmatrix} + \frac{T_{mech}}{\tau_j} \quad (23)$$





# Szögsebesség

- Felírható szögsebesség deriváltja az  $\dot{\omega} = \frac{T_{acc}}{\tau_j}$  összefüggést felhasználva
- Fluxusmodell esetében a következőt használjuk:

$$\begin{aligned} \dot{\omega} = & -\lambda_d \lambda_q \frac{L_{MD} - L_{MQ}}{3\tau_j l_d l_q} + \lambda_d \lambda_Q \frac{L_{MQ}}{3\tau_j l_q l_Q} - \lambda_q \lambda_F \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_F} - \\ & - \lambda_q \lambda_D \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_D} - \frac{D\omega}{\tau_j} + \frac{T_{mech}}{\tau_j} \end{aligned} \quad (24)$$

- Mátrixos formában:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d^2} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_F} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_D} \lambda_q & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j l_d^2} \lambda_d & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j l_d l_Q} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_q \\ \lambda_Q \\ \omega \end{bmatrix} + \frac{T_m}{\tau_j} \quad (25)$$

# Szögsebesség bővített modell

- Az egyenletet a fluxusmodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_D \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\lambda}_Q \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{l_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{l_d}\right) & \frac{r}{l_d} \frac{L_{MD}}{l_F} & \frac{r}{l_d} \frac{L_{MD}}{l_D} & -\omega & 0 & 0 \\ \frac{r_F}{l_F} \frac{L_{MD}}{l_F} & -\frac{r_F}{l_F} \left(1 - \frac{L_{MD}}{l_F}\right) & \frac{r_F}{l_F} \frac{L_{MD}}{l_D} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r_D}{l_D} \frac{L_{MD}}{l_D} & \frac{r_D}{l_D} \frac{L_{MD}}{l_F} & -\frac{r_D}{l_D} \left(1 - \frac{L_{MD}}{l_D}\right) & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & -\frac{r}{l_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{l_q}\right) & \frac{r}{l_q} \frac{L_{MQ}}{l_Q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_Q}{l_Q} \frac{L_{MQ}}{l_q} & -\frac{r_Q}{l_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{l_Q}\right) & 0 \\ \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d^2} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_F} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_D} \lambda_q & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j l_q^2} \lambda_d & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j l_d l_Q} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_q \\ \lambda_Q \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ 0 \\ -v_q \\ 0 \\ \frac{T_m}{\tau_j} \end{bmatrix}$$

# Terhelési szög

- A terhelési szöget felírhatjuk a szinkron körfrekvenciából és a gép körfrekvenciájából

$$\delta = \delta_0 + \int_{t_0}^t (\omega - \omega_R) dt$$

- Kifejezve a gép terhelési szögének idő szerinti deriváltját a következőt kapjuk:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_R$$

- Kifejezve a gép terhelési szögének idő szerinti deriváltját relatív egységekkel a következőt kapjuk:

$$\dot{\delta} = \omega - 1$$

- A fluxus- és az árammodellbe is belerakható így a terhelési szög



# Terhelési szöggel bővített fluxusmodell

- A terhelési szög egyenletét a fluxusmodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_D \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\lambda}_Q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{l_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{l_d}\right) & \frac{r}{l_d} \frac{L_{MD}}{l_F} & \frac{r}{l_d} \frac{L_{MD}}{l_D} & -\omega & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r_F}{l_F} \frac{L_{MD}}{l_F} & -\frac{r_F}{l_F} \left(1 - \frac{L_{MD}}{l_F}\right) & \frac{r_F}{l_F} \frac{L_{MD}}{l_D} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r_D}{l_D} \frac{L_{MD}}{l_d} & \frac{r_D}{l_D} \frac{L_{MD}}{l_F} & -\frac{r_D}{l_D} \left(1 - \frac{L_{MD}}{l_D}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & -\frac{r}{l_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{l_q}\right) & \frac{r}{l_q} \frac{L_{MQ}}{l_Q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_Q}{l_Q} \frac{L_{MQ}}{l_q} & -\frac{r_Q}{l_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{l_Q}\right) & 0 & 0 \\ \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d^2} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_F} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_D} \lambda_q & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j l_q^2} \lambda_d & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j l_d l_Q} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_q \\ \lambda_Q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ 0 \\ -v_q \\ 0 \\ \frac{T_m}{\tau_j} \\ -1 \end{bmatrix}$$

# Áttekintés

- 1 Szinkron gép modellezése
- 2 Szinkron generátor modellezése
- 3 Szinkron generátor modellezése (csillapító tekercs nélkül)
  - A generátor fluxusegyenletei
  - Szinkron generátor feszültség egyenletei
  - Szinkron generátor árammodellje
  - Szinkron generátor fluxusmodellje
  - Szinkron generátor mozgásegyenlete
  - Szinkron generátor terhelési szöge
- 4 Szinkron motor modellezése (indítókalka nélkül)

# Szinkron generátor modellezése (csillapító tekercs nélkül)

- A generátor modellezésénél kiindulhatunk a generátor csillapítótekercseket tartalmazó modelljéből
- Energiaáramlás szempontjából mindenben megegyezik a kidolgozott modellel
- Szükséges módosítások:
  - A helyettesítő kapcsolásból el kell távolítani a kettő csillapítótekercset
  - A modell villamos részéből el kell távolítani a kettő csillapítótekercs csatolt indukivitásait



# A tekercselés

- A modellezés feltételezései szerint a gép a modell szempontjából 4 egymással csatolásban lévő tekercset tartalmaz, melyek a következők:
  - $a$  fázis tekercse  
(továbbiakban  $a$  index)
  - $b$  fázis tekercse  
(továbbiakban  $b$  index)
  - $c$  fázis tekercse  
(továbbiakban  $c$  index)
  - Gerjesztőtekercs  
(továbbiakban  $F$  index)

# Fluxusegyenlet

- A tekercselések közötti mágneses csatolásokat a következő módon írhatjuk fel:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \end{bmatrix} \quad (26)$$

- Ahol:
  - $L_{xy}$  a csatolt induktivitások a tekercsek között
  - A csatolt induktivitások számítása megegyezik a csillapító tekercsel ellátott generátor számításával

# Szinkron generátor fluxusa

- Behelyettesítve az induktivitásokat felírható a motor fluxusa:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{aa} & \mathbf{L}_{aR} \\ \mathbf{L}_{Ra} & \mathbf{L}_{RR} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_F \end{bmatrix} \quad (27)$$

- Ahol:
  - $\mathbf{L}_{RR}$ : Rotor-rotor csatolt induktivitás mátrix
  - $\mathbf{L}_{aa}$ : Állórész-állórész csatolt induktivitás mátrix
  - $\mathbf{L}_{Ra}, \mathbf{L}_{aR}$ : Forgórész-állórész és állórész-forgórész csatolt induktivitás mátrix
  - $\mathbf{P}$ : Park transzformációs mátrix
  - $\mathbf{I}_1$ : 1x1-es egységmátrix

# Szinkron generátor fluxusa

- Elvégezve a mátrix műveleteket megkapjuk a gép fluxusát 0-d-q koordináta-rendszerben

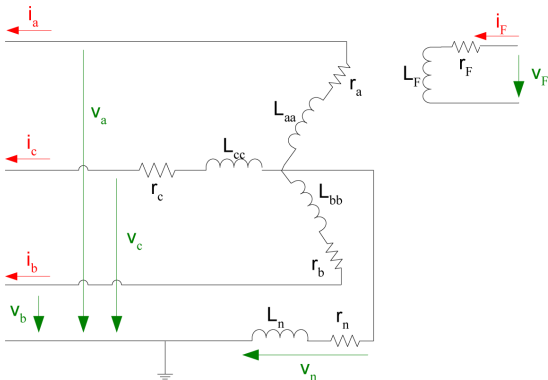
$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & kM_F \\ 0 & 0 & L_q & 0 \\ 0 & kM_F & 0 & L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ i_F \end{bmatrix}$$

- Ahol:

$$\begin{aligned} L_d &= L_s + M_s + \frac{3}{2}L_m \\ L_q &= L_s + M_s - \frac{3}{2}L_m \\ L_0 &= L_s - 2M_s \\ k &= \sqrt{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

# Szinkron generátor tekercsei

- Felrajzolva a generátor helyettesítő kapcsolását a következőt kapjuk:



# Szinkron generátor feszültségvenletei

- Minden tekercsre fel tudjuk írni KHT-ét  
A felírásnál figyelembe kell venni, hogy a tekercsek csatolásba vannak egymással!

$$\mathbf{v} = -\mathbf{r}\mathbf{i} - \dot{\boldsymbol{\lambda}} + \mathbf{v}_n$$

- Blokkmátrix formában felírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abc} \\ \mathbf{v}_F \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{i}_F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{abc} \\ \dot{\lambda}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

- Ahol:

$$\mathbf{R}_{abc} = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 \\ 0 & 0 & r_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_F = [ r_F ]$$

# Szinkron generátor feszültség egyenletei

- Mátrix formában felírva behelyettesítve az ellenállás értékeket a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ -v_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_b \\ \dot{\lambda}_c \\ \dot{\lambda}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (29)$$

- Ahol:
  - $v_n$ : Csillagpont feszültsége (neutrális feszültség)
  - A  $v_n$  értékét ugyanúgy tudjuk meghatározni, mint a csillapítótekercsrel ellátott motor esetében

# Áttérés 0-d-q koordináta rendszerbe

- A Park transzformációt felhasználva a feszültségeket fel tudjuk írni 0-d-q koordináta rendszerben a következő módon:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abc} \\ \mathbf{v}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{0dq} \\ \mathbf{v}_F \end{bmatrix}$$



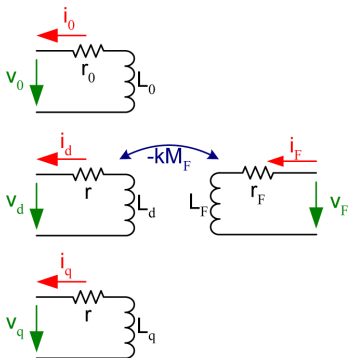
## Áttérés 0-d-q koordináta rendszerbe

- Kiszámolva az előző műveleteket a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_F \end{bmatrix} \\
 = & \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_F \end{bmatrix} \\
 = & \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{R}_{abc}\mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_F \end{bmatrix} \quad (30)
 \end{aligned}$$

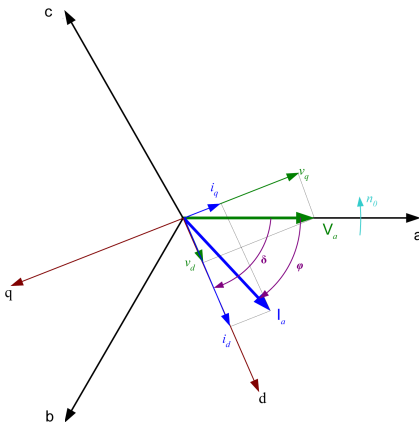
# Generátor helyettesítő kapcsolás

- A 0-d-q koordináta-rendszerbe átalakított helyettesítő kapcsolás:



# A feszültségek és az áramok vektorábrája

- A gép feszültségeinek és áramainak meghatározhatóak a  $d$  és  $q$  vetületei, hasonlóan az előzőekhez:



# Tekercselés ellenállása

- Kihhasználva azt, hogy a hálózat szimmetrikus háromfázisú hálózat és szimmetrikus a szinkron generátor, ezért felírhatjuk a következőt:

$$(r_a = r_b = r_c = r)$$

- Behelyettesítve az  $R_{abc}$  mátrixba a következőt kapjuk:

$$\hat{R}_{abc} = R_{abc} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix}$$

# Fluxusok deriváltjai

- Ahhoz, hogy ki tudjuk számolni a feszültségét a generátornak meg kell határoznunk a fluxusok deriváltjait

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}\dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_F \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{P}\dot{\lambda}_{abc}$  a következő képpen tudjuk szorzatként deriválni:

$$\mathbf{P}\dot{\lambda}_{abc} = \dot{\lambda}_{0dq} - \dot{\mathbf{P}}\lambda_{abc} = \dot{\lambda}_{0dq} - \dot{\mathbf{P}}\mathbf{P}^{-1}\lambda_{0dq}$$

- A kifejezést kiszámolva a következőt kapjuk:

$$\dot{\mathbf{P}}\mathbf{P}^{-1}\lambda_{0dq} = \omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega\lambda_q \\ \omega\lambda_d \end{bmatrix}$$

# Csillagpont feszültsége

- Hasonlóan a fázisfeszültségekhez meg kell határoznunk a csillagpont feszültségének 0-d-q koordináta-rendszerben lévő komponenseit
- Felhasználva az előzőekben levezetett modell levezetéseit a következőket fogjuk felhasználni:

$$\begin{aligned}
 n_{0dq} = P v_n &= -P R_n P^{-1} P i_{abc} - P L_{nm} P^{-1} P \dot{i}_{abc} = \\
 &= -P R_n P^{-1} i_{0dq} - P L_{nm} P^{-1} \dot{i}_{0dq} \\
 &= \begin{bmatrix} -3r_n \dot{i}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3L_n \dot{i}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Felhasználva a feszültség egyenletet (28. egyenlet) és abba behelyettesítve a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_{0dq} \\ v_F \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} R_{0dq} & 0 \\ 0 & R_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{0dq} \\ \dot{\lambda}_F \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \dot{P}P^{-1}\lambda_{0dq} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{0dq} \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{31}$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Behelyettesítve a gép feszültség egyenletébe (31. egyenlet) a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_d \\ v_F \\ v_q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r + 3r_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & \omega L_q \\ 0 & 0 & r_F & 0 \\ 0 & -\omega L_d & -\omega kM_F & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_0 + 3L_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & kM_F & 0 \\ 0 & kM_F & L_F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_0 \\ \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} \quad (32)$$



# Szinkron generátor feszültsége

- Szimmetrikus rendszert feltételezve a csillagpont feszültsége ( $v_0$ ) 0V-al egyenlő
- Behelyettesítve a feszültségegyenletbe a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} v_{dq} \\ v_F \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 \\ 0 & R_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dq} \\ i_F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{dq} \\ \dot{\lambda}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{0dq} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

- Ahol:

$$R = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix}$$

$$R_R = [ r_F ]$$

$$S = \begin{bmatrix} -\omega\lambda_q \\ \omega\lambda_d \end{bmatrix}$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Szimmetrikus rendszert feltételezve a gép feszültsége a következő:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_d \\ v_F \\ v_q \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} r & 0 & \omega L_q \\ 0 & r_F & 0 \\ -\omega L_d & -\omega kM_F & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} - \\
 &- \begin{bmatrix} L_d & kM_F & 0 \\ kM_F & L_F & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} \quad (34)
 \end{aligned}$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Felírva egyszerűsített mátrix formában a következőt kapjuk:

$$\mathbf{v}_{dFq} = -\mathbf{R}_{RS\omega} \mathbf{i}_{dFq} - \mathbf{L} \dot{\mathbf{i}}_{dFq}$$

- Ahol:

$$\mathbf{v}_{dFq} = \begin{bmatrix} v_d & v_F & v_q \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{i}_{dFq} = \begin{bmatrix} i_d & i_F & i_q \end{bmatrix}^T$$

$$\dot{\mathbf{i}}_{dFq} = \begin{bmatrix} \dot{i}_d & \dot{i}_F & \dot{i}_q \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{R}_{RS\omega} = \begin{bmatrix} r & 0 & \omega L_q \\ 0 & r_F & 0 \\ -\omega L_d & -\omega k M_F & r \end{bmatrix}$$

# Szinkron generátor feszültsége

- Felírva egyszerűsített mátrix formában a következőt kapjuk:

$$\mathbf{v}_{dFq} = -\mathbf{R}_{RS}\omega \mathbf{i}_{dFq} - \mathbf{L}\dot{\mathbf{i}}_{dFq}$$

- Ahol:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_d & kM_F & 0 \\ kM_F & L_F & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{bmatrix}$$

# Szinkron generátor árammodellje

- A modell kialakításakor meg kell határoznunk, hogy milyen modellt szeretnénk majd használni, annak a függvényében kell rendeznünk az egyenletrendszert

$$\mathbf{v}_{dFq} = -\mathbf{R}_{RS\omega} \mathbf{i}_{dFq} - \mathbf{L} \dot{\mathbf{i}}_{dFq}$$

- Árammodell esetében az áramok idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{i_d}{dt}$ ,  $\frac{i_F}{dt}$  és  $\frac{i_q}{dt}$ ) kell rendezni az egyenletrendszert
- Fluxusmodell esetében a fluxusok idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{\phi_d}{dt}$ ,  $\frac{\phi_F}{dt}$  és  $\frac{\phi_q}{dt}$ ) kell rendezni az egyenletrendszert
- Egyszerűsített mátrix formában a következőt kapjuk:

$$\dot{\mathbf{i}}_{dFq} = -\mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{RS\omega} \cdot \mathbf{i}_{dFq} - \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{dFq} \quad (35)$$

# Szinkron generátor árammodellje

- Ahhoz, hogy a modellel tudjunk számolni meg kell határoznunk a  $\mathbf{L}^{-1}$  értékét

$$\mathbf{L}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}$$

- Szinkron generátor árammodellje blokkmátrix formában a következő:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{RSw} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \end{bmatrix}$$

## Szinkron generátor árammodellje

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r & 0 & \omega L_q \\ 0 & r_F & 0 \\ -\omega L_d & -\omega k M_F & r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} \quad (36)$$

## Szinkron generátor árammodellje

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \end{bmatrix} + \\
 \begin{bmatrix} -\frac{r L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F r F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{\omega L_F L_q}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} \\ \frac{r k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{r_F L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{\omega k M_F L_q}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} \\ -\frac{\omega L_d}{L_q} & \frac{\omega k M_F}{L_q} & \frac{r}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} \quad (37)$$



# Szinkron generátor fluxusmodellje

- A modell kialakításakor meg kell határoznunk, hogy milyen modellt szeretnénk majd használni, annak a függvényében kell rendeznünk az egyenletrendszert

$$v_{dFq} = -R_{RS\omega} \cdot i_{dFq} - L \cdot \dot{i}_{dFq}$$

- Fluxusmodell esetében a fluxusok idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{\phi_d}{dt}$ ,  $\frac{\phi_F}{dt}$  és  $\frac{\phi_q}{dt}$ ) kell rendezni az egyenletrendszert
- A gép áramaiból meg tudjuk határozni a fluxusokat a következő módon:

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{1}{l_d} (\lambda_d - \lambda_{AD}) \\ i_q &= \frac{1}{l_q} \lambda_q \\ i_F &= \frac{1}{l_F} (\lambda_F - \lambda_{AD}) \end{aligned}$$

- Ahol:

$$\lambda_{AD} = (i_d + i_F)L_{AD}$$

# Szinkron generátor áramai

- A generátor áramai felírhatóak a fluxusokkal a következő formában:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{l_d} & 0 & -\frac{1}{l_d} \\ 0 & \frac{1}{l_F} & -\frac{1}{l_F} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_q \end{bmatrix} \quad (38)$$

- Ahol:
  - $l_d$  és  $l_F$  : csatolt inuktivitások

# Szinkron generátor fluxusmodellje

- Ezek után fel tudjuk írni a szinkron generátor fluxusmodelljét a következő formában:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{I_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_d}\right) & \frac{r}{I_d} \frac{L_{MD}}{I_F} & -1 \\ \frac{r_F}{I_F} \frac{L_{MD}}{I_F} & -\frac{r_F}{I_F} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_F}\right) & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{r}{I_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{I_q}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \end{bmatrix} \quad (39)$$

# Energiamérleg

- A csillapítótekercs nélküli generátor energiamérlegét ugyanúgy fel tudjuk írni, mint a csillapítótekercssel ellátott generátorét:

$$dW_{Mech} = dW_{Field} + dW_{LossesMech} + dW_{Electr}$$

- Forgóveszteség ( $W_{Electr}$ ):

$$dW_{rot} = dW_{LossesMech} + dW_{LossesField}$$

- Ahol:

- $W_{Mech}$ : Mechanikai energia
- $W_{Field}$ : Mágneses mező energiája
- $W_{LossesField}$ : A mező vesztesége
- $W_{LossesMech}$ : Mechanikai veszteség
- $W_{Electr}$ : Villamos veszteségek

# Energia, teljesítmény

- A gép kimenő energiáját a következő összefüggés adja meg:

$$dW_{out} = dW_{Mech} - dW_{Field} - dW_{\Omega}$$

- Idő szerint deriválva a kimenő energiát a következőt kapjuk:

$$\frac{dW_{out}}{dt} = \frac{dW_{Mech}}{dt} - \frac{dW_{Field}}{dt} - \frac{dW_{\Omega}}{dt}$$

$$P_{out} = P_{Mech} - P_{Field} - P_{\Omega} \quad (40)$$

- Ahol:
  - $W_{\Omega}$ : Az energiaveszteség

# Nyomaték

- Newton törvénye alapján a következő módon írhatjuk fel a gép nyomatékát:

$$\frac{2H}{\omega_B} \dot{\omega} = T_{Mech} - T_{Electr} - D\omega$$

- Figyelembe véve a szögsebesség és az idő relatív egysége közötti összefüggést

$$t_u = \omega_B t$$

$$\omega_u = \frac{\omega}{\omega_B}$$

- Felírhatjuk a gép gyorsító nyomatékát:

$$2H\omega_B \frac{d\omega_u}{dt_u} = T_{acc}$$

- Ahol:
  - $H$ : Inercia konstans
  - $\omega_B$ : Szögsebesség relatív egysége
  - $t_u$ : Idő relatív egysége

# Nyomaték

- A gép gyorsító nyomatéka:

$$T_{acc} = 2H\omega_B \frac{d\omega_u}{dt_u}$$

- A  $2H\omega_B$  konstansra bevezethetünk egy új értéket:

$$\tau_j = 2H\omega_B$$

- Így a gép gyorsító nyomatékára a következőt kapjuk:

$$T_{acc} = \tau_j \cdot \frac{d\omega_u}{dt_u}$$

- Ezek után felírhatjuk a gép villamos nyomatékát a gép fluxusaiból és a gép áramából a következő módon:

$$T_{Electr} = \frac{1}{3}(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$

# Nyomaték

- Behelyettesítve a 40 egyenletbe a gép kimenő teljesítményét a következőt kapjuk:

$$p_{out} = \omega(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) - \left( i_0 \frac{\lambda_0}{dt} + i_d \frac{\lambda_d}{dt} + i_q \frac{\lambda_q}{dt} \right) - r(i_0^2 + i_d^2 + i_q^2) - 3r_n i_0^2 \quad (41)$$

- Teljesen szimmetrikus rendszer esetében:

$$i_0 = 0$$

- A következő formára egyszerűsíthető a gép kimenő teljesítményegyenlete:

$$p_{out} = \omega(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) - \left( i_d \frac{\lambda_d}{dt} + i_q \frac{\lambda_q}{dt} \right) - r(i_d^2 + i_q^2) \quad (42)$$



# Gyorsítónyomaték

- Ezek után felírható a gép gyorsítónyomatéka a következő formában:

$$T_{acc} = T_{mech} - \frac{T_{elect}3}{3} - T_{dump} = T_{mech} - T_{elect} - T_{dump} \quad (43)$$

- Ahol

- $T_{mech}$ : A gép mechanikai nyomatéka
- $T_{elect}$ : A gép villamos nyomatéka
- $T_{dump}$ : Veszteségi nyomaték

$$T_{dump} = D\omega$$

- $D$ : Veszteségi konstans

# Villamos nyomaték

- A gép villamos nyomatéka a gép fluxusaiból határozható meg

$$\lambda_d = L_d i_d + k M_F i_F \quad (44)$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (45)$$

- Behelyettesítve a villamos nyomatékot megadó összefüggésbe a következőt kapjuk:

$$T_{elect3} = \begin{bmatrix} L_d i_q & k M_F i_q & -L_q i_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} \quad (46)$$

# Villamos nyomaték

- A gép villamos nyomatéka a gép fluxusaiból határozható meg

$$\lambda_d = L_d i_d + k M_F i_F \quad (47)$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (48)$$

- Természetesen csak a fluxusokkal is kifejezhető a villamos nyomaték, a következő képpen:

$$T_{elect3} = \lambda_d \lambda_q \frac{L_{MD} - L_{MQ}}{l_d l_q} + \lambda_q \lambda_F \frac{L_{MD}}{l_d l_F} \quad (49)$$

# Szögsebesség

- Felírható a szögsebesség deriváltja a felhasználva az  $\dot{\omega} = \frac{T_{acc}}{\tau_j}$  összefüggést
- Árammodell esetében a következőt használjuk:

$$\dot{\omega} = -\frac{L_q i_q i_d}{3\tau_j} - \frac{kM_F i_q i_F}{3\tau_j} + \frac{L_q i_d i_q}{3\tau_j} - \frac{D\omega}{\tau_j} + \frac{T_{mech}}{\tau_j} \quad (50)$$

- Mátrixos formában:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} -\frac{L_d i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_F i_q}{3\tau_j} & \frac{L_q i_d}{3\tau_j} & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \\ \omega \end{bmatrix} + \frac{T_{mech}}{\tau_j} \quad (51)$$

# Szögsebesség bővített modell

- Az egyenletet az árammodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{-1} \cdot R_{RS\omega} & 0 \\ -\frac{L_d i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_F i_q}{3\tau_j} \\ \frac{L_q i_d}{3\tau_j} & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \\ \omega \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{-1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_a \\ T_m \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

# Szögsebesség

- Felírható a szögsebesség deriváltja a felhasználva az  $\dot{\omega} = \frac{T_{acc}}{\tau_j}$  összefüggést
- Fluxusmodell esetében a következőt használjuk:

$$\dot{\omega} = -\lambda_d \lambda_q \frac{L_{MD} - L_{MQ}}{3\tau_j l_d l_q} - \lambda_q \lambda_F \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_F} - \frac{D\omega}{\tau_j} + \frac{T_{mech}}{\tau_j} \quad (52)$$

- Mátrixos formában:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d^2} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_F} \lambda_q & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j l_q^2} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_q \\ \omega \end{bmatrix} + \frac{T_m}{\tau_j} \quad (53)$$

# Szögsebességgel bővített modell

- Az egyenletet a fluxusmodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{I_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_d}\right) & \frac{r}{I_d} \frac{L_{MD}}{I_F} & -\omega & 0 \\ \frac{r_F}{I_F} \frac{L_{MD}}{I_F} & -\frac{r_F}{I_F} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_F}\right) & 0 & 0 \\ \omega & 0 & -\frac{r}{I_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{I_q}\right) & 0 \\ \frac{L_{MD}}{3\tau_j I_d^2} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j I_d I_F} \lambda_q & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j I_q^2} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_q \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \\ \frac{T_m}{\tau_j} \end{bmatrix} \quad (54)$$

# Terhelési szög

- A terhelési szöget felírhatjuk a szinkron körfrekvenciából és a gép körfrekvenciájából

$$\delta = \delta_0 + \int_{t_0}^t (\omega - \omega_R) dt$$

- Kifejezve a gép terhelési szögének idő szerinti deriváltját a következőt kapjuk:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_R$$

- Kifejezve a gép terhelési szögének idő szerinti deriváltját relatív egységekkel a következőt kapjuk:

$$\dot{\delta} = \omega - 1$$

- A fluxus- és az árammodellbe is belerakható így a terhelési szög.



# Terhelési szöggel bővített árammodell

- Az terhelési szög egyenletét az árammodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{-1} \cdot R_{RS\omega} \\ -L_d i_q / 3\tau_j \end{bmatrix} & 0 \\ -\frac{kM_F i_q}{3\tau_i} & \frac{L_q i_d}{3\tau_j} \\ 0 & -\frac{D}{\tau_j} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \\
 \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_j} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_a \\ T_m \\ -1 \end{bmatrix}$$

# Terhelési szöggel bővített modell

- Az egyenletet a fluxusmodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{l_d} \left(1 - \frac{LM D}{l_d}\right) & \frac{r}{l_d} \frac{LM D}{l_F} & -\omega & 0 & 0 \\ \frac{r_F}{l_F} \frac{LM D}{l_F} & -\frac{r_F}{l_F} \left(1 - \frac{LM D}{l_F}\right) & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & -\frac{r}{l_q} \left(1 - \frac{LM Q}{l_q}\right) & 0 & 0 \\ \frac{LM D}{3\tau_j l_d^2} \lambda_q & \frac{LM D}{3\tau_j l_d l_F} \lambda_q & -\frac{LM Q}{3\tau_j l_q^2} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \\ \frac{T_m}{\tau_j} \\ -1 \end{bmatrix} \quad (55)$$

# Áttekintés

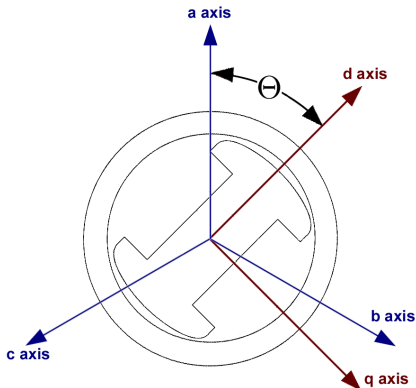
- 1 Szinkron gép modellezése
- 2 Szinkron generátor modellezése
- 3 Szinkron generátor modellezése (csillapító tekercs nélkül)
- 4 Szinkron motor modellezése (indítókalicka nélkül)
  - A szinkron motor fluxusegyenletei
  - Szinkron motor feszültségegyenletei
  - Szinkron motor árammodellje
  - Szinkron motor fluxusmodellje
  - Szinkron motor mozgásegyenlete
  - Szinkron motor terhelési szöge

# Kiindulás a generátor modellből

- A motor modellezésénél kiindulhatunk a generátor modelljéből
- A motor energiaáramlás szempontjából fordítottja a generátornak
  - A modell villamos részén meg kell cserélni az áramirányokat (pozitív áramirány a befolyó áram)
  - A modell mechanikai részében meg kell fordítani az energiaáramlás irányát

# Állórész és forgórész pozíció

- A gépen belül 2 mágneses mező van:
  - Forgórész mágneses mezeje
  - Állórész mágneses mezeje
  - $\Theta$  előjelénél az ábrán jelzett irányt tekintjük pozitívnek



# A tekercselés

- A modellezés feltételezései szerint a gép a modell szempontjából 4 egymással csatolásban lévő tekercset tartalmaz, melyek a következők:
  - $a$  fázis tekercse  
(továbbiakban  $a$  index)
  - $b$  fázis tekercse  
(továbbiakban  $b$  index)
  - $c$  fázis tekercse  
(továbbiakban  $c$  index)
  - Gerjesztőtekercs  
(továbbiakban  $F$  index)
- A tekercselés (tekercsek) megegyeznek a csillapító tekercs nélküli szinkron generátoréval

# Fluxusegyenlet

- A tekercselések közötti mágneses csatolásokat a következő módon írhatjuk fel:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \end{bmatrix} \quad (56)$$

- Ahol:
  - $L_{xy}$  a csatolt inductivitások a tekercsek között
  - A csatolt inductivitások számítása megegyezik a csillapító tekercssel ellátott generátor számításával

# Szinkron motor fluxusa

- Behelyettesítve az induktivitásokat felírható a motor fluxusa:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{abc} \\ \lambda_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{aa} & \mathbf{L}_{aR} \\ \mathbf{L}_{Ra} & \mathbf{L}_{RR} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_F \end{bmatrix} \quad (57)$$

- Ahol:
  - $\mathbf{L}_{RR}$ : Rotor-rotor csatolt induktivitás mátrix
  - $\mathbf{L}_{aa}$ : Állórész-állórész csatolt induktivitás mátrix
  - $\mathbf{L}_{Ra}, \mathbf{L}_{aR}$ : Forgórész-állórész és állórész-forgórész csatolt induktivitás mátrix
  - $\mathbf{P}$ : Park transzformációs mátrix
  - $I_1$ : 1x1-es egység mátrix
- A fluxusok megegyeznek a csillapító tekercs nélküli szinkron generátoréval



# Szinkron generátor fluxusa

- Elvégezve a mátrix műveleteket megkapjuk a gép fluxusát 0-d-q koordináta-rendszerben

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & kM_F \\ 0 & 0 & L_q & 0 \\ 0 & kM_F & 0 & L_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ i_F \end{bmatrix}$$

- Ahol:

$$L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2}L_m$$

$$L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2}L_m$$

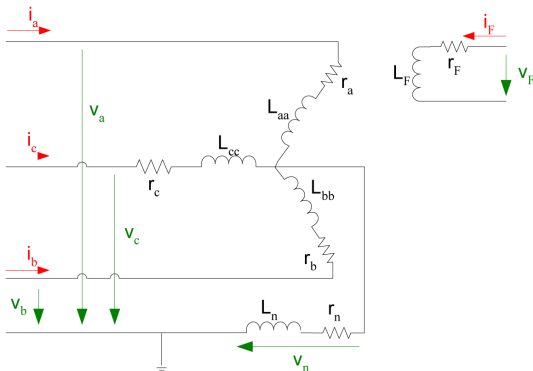
$$L_0 = L_s - 2M_s$$

$$k = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

- A kiszámított fluxusok megegyeznek csillapító tekercs nélküli szinkron generátoréval

# Szinkron motor tekercsei

- Felrajzolva a motor helyettesítő kapcsolását a következőt kapjuk:



# Szinkron generátor feszültség egyenletei

- Minden tekercsre fel tudjuk írni KHT-ét  
A felírásnál figyelembe kell venni, hogy a tekercsek csatolásban vannak egymással!

$$\mathbf{v} = -\mathbf{r}\mathbf{i} - \dot{\boldsymbol{\lambda}} + \mathbf{v}_n$$

- Blokkmátrix formában felírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abc} \\ \mathbf{v}_F \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{i}_F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\lambda}}_{abc} \\ \dot{\lambda}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (58)$$

- Ahol:

$$\mathbf{R}_{abc} = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 \\ 0 & 0 & r_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_F = [ r_F ]$$

# Szinkron generátor feszültséggyenletei

- Mátrix formában felírva behelyettesítve az ellenállás értékeket a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ -v_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_b \\ \dot{\lambda}_c \\ \dot{\lambda}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (59)$$

- Ahol:
  - $v_n$ : Csillagpont feszültsége (neutrális feszültség)
  - A  $v_n$  értékét ugyanúgy tudjuk meghatározni, mint a csillapítótekerccsel ellátott generátor esetében
- A feszültségek megegyeznek a csillapító tekercs nélküli szinkron generátoréval

# Áttérés 0-d-q koordináta rendszerbe

- A Park transzformációt felhasználva a feszültségeket fel tudjuk írni 0-d-q koordináta rendszerben a következő módon:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{abc} \\ \mathbf{v}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{0dq} \\ \mathbf{v}_F \end{bmatrix}$$

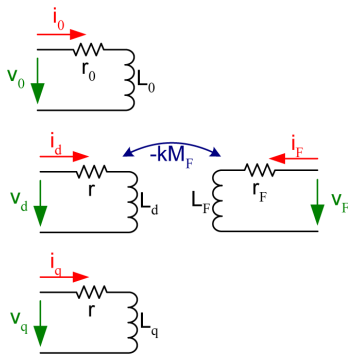
# Áttérés 0-d-q koordináta rendszerbe

- Kiszámolva az előző műveleteket a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_F \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & 0 \\ 0 & I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_F \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{R}_{abc}\mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_{abc} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_F \end{bmatrix} \quad (60)
 \end{aligned}$$

# Szinkron motor helyettesítő kapcsolás

- A 0-d-q koordináta-rendszerbe átalakított helyettesítő kapcsolás:



# Hasonlóságok a motor és a generátor modelljében

- A modell(ek)ben az eddigiek alapján a következők egyeznek meg egymással:
  - Tekercselés felépítése
  - Tekercsek fluxusai és csatolásai
  - Helyettesítő kapcsolások
  - Villamos bemenetek és kimenetek
  - Tekercsre felírható feszültséggyenletek
- Mivel a generátornál és motornál a referenciák megfordítása miatt minden megegyezik, ezért a motor modelljének a villamos része is meg fog egyezni a generátor villamos részével



# Szinkron motor feszültsége

- Kiszámítva a fluxusok deriváltjait és a csillagpont feszültségét és ezután behelyettesítve a feszültség egyenletbe a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} v_{dq} \\ \mathbf{v}_F \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dq} \\ i_F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{dq} \\ \dot{\lambda}_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{0dq} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (61)$$

- Ahol:

$$R = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix}$$

$$R_R = [ r_F ]$$

$$S = \begin{bmatrix} -\omega\lambda_q \\ \omega\lambda_d \end{bmatrix}$$

# Szinkron motor feszültsége

- Szimmetrikus rendszert feltételezve a gép feszültsége a következő:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_d \\ v_F \\ v_q \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} r & 0 & \omega L_q \\ 0 & r_F & 0 \\ -\omega L_d & -\omega kM_F & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} - \\
 &- \begin{bmatrix} L_d & kM_F & 0 \\ kM_F & L_F & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} \quad (62)
 \end{aligned}$$

# Szinkron motor feszültsége

- Felírva egyszerűsített mátrix formában a következőt kapjuk:

$$\mathbf{v}_{dFq} = -\mathbf{R}_{RS\omega} \mathbf{i}_{dFq} - \mathbf{L} \dot{\mathbf{i}}_{dFq}$$

- Ahol:

$$\mathbf{v}_{dFq} = [ v_d \quad v_F \quad v_q ]^T$$

$$\mathbf{i}_{dFq} = [ i_d \quad i_F \quad i_q ]^T$$

$$\dot{\mathbf{i}}_{dFq} = [ \dot{i}_d \quad \dot{i}_F \quad \dot{i}_q ]^T$$

$$\mathbf{R}_{RS\omega} = \begin{bmatrix} r & 0 & \omega L_q \\ 0 & r_F & 0 \\ -\omega L_d & -\omega k M_F & r \end{bmatrix}$$

# Szinkron motor feszültsége

- Felírva egyszerűsített mátrix formában a következőt kapjuk:

$$\mathbf{v}_{dFq} = -\mathbf{R}\mathbf{R}_S\omega\mathbf{i}_{dFq} - \mathbf{L}\dot{\mathbf{i}}_{dFq}$$

- Ahol:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_d & kM_F & 0 \\ kM_F & L_F & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{bmatrix}$$

# Szinkron motor árammodellje

- A modell kialakításakor meg kell határoznunk, hogy milyen modellt szeretnénk majd használni, annak a függvényében kell rendeznünk az egyenletrendszert

$$\mathbf{v}_{dFq} = -R_{RS\omega} \mathbf{i}_{dFq} - \mathbf{L} \dot{\mathbf{i}}_{dFq}$$

- Árammodell esetében az áramok idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{i_d}{dt}$ ,  $\frac{i_F}{dt}$  és  $\frac{i_q}{dt}$ ) kell rendezni az egyenletrendszert
- Fluxusmodell esetében a fluxusok idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{\phi_d}{dt}$ ,  $\frac{\phi_F}{dt}$  és  $\frac{\phi_q}{dt}$ ) kell rendezni az egyenletrendszert
- Egyszerűsített mátrix formában a következőt kapjuk:

$$\dot{\mathbf{i}}_{dFq} = -\mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{RS\omega} \cdot \mathbf{i}_{dFq} - \mathbf{L}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{dFq} \quad (63)$$

# Szinkron motor árammodellje

- Ahhoz, hogy a modellel tudjunk számolni meg kell határoznunk a  $\mathbf{L}^{-1}$  értékét

$$\mathbf{L}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}$$

- Szinkron motor árammodellje blokkmátrix formában a következő:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{RSw} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \end{bmatrix}$$

## Szinkron motor árammodellje

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r & 0 & \omega L_q \\ 0 & r_F & 0 \\ -\omega L_d & -\omega k M_F & r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} \quad (64)$$

## Szinkron motor árammodellje

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ \frac{k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \end{bmatrix} + \\
 \begin{bmatrix} -\frac{r L_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{k M_F r F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{\omega L_F L_q}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} \\ \frac{r k M_F}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & -\frac{r F L_d}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} & \frac{\omega k M_F L_q}{k^2 M_F^2 - L_d L_F} \\ -\frac{\omega L_d}{L_q} & \frac{\omega k M_F}{L_q} & \frac{r}{L_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} \quad (65)$$

- Az árammodell megegyezik a csillapító tekercs nélküli szinkron generátoréval (A referenciák megfordítása miatt.)



# Szinkron motor fluxusmodellje

- A modell kialakításakor meg kell határoznunk, hogy milyen modellt szeretnénk majd használni, annak a függvényében kell rendeznünk az egyenletrendszert

$$\mathbf{v}_{dFq} = -\mathbf{R}_{RS\omega} \cdot \mathbf{i}_{dFq} - \mathbf{L} \cdot \dot{\mathbf{i}}_{dFq}$$

- Fluxusmodell esetében a fluxusok idő szerinti deriváltjaira ( $\frac{\phi_d}{dt}$ ,  $\frac{\phi_F}{dt}$  és  $\frac{\phi_q}{dt}$ ) kell rendezni az egyenletrendszert

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{l_d}(1 - \frac{L_{MD}}{l_d}) & \frac{r}{l_d} \frac{L_{MD}}{l_F} & -1 \\ \frac{r_F}{l_F} \frac{L_{MD}}{l_F} & -\frac{r_F}{l_F}(1 - \frac{L_{MD}}{l_F}) & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{r}{l_q}(1 - \frac{L_{MQ}}{l_q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \end{bmatrix} \quad (66)$$

- A fluxusmodell megegyezik a csillapító tekercs nélküli szinkron generátoréval

# Energiamérleg

- A csillapítótekerccs nélküli motor energiamérlegét a generátoréhoz hasonlóan tudjuk felírni:

$$dW_{Electr} = dW_{Field} + dW_{Losses} + dW_{Mech}$$

- Forgóveszteség ( $W_{Losses}$ ):

$$dW_{Losses} = dW_{LossesMech} + dW_{LossesField}$$

- Ahol:

- $W_{Mech}$ : Mechanikai energia
- $W_{Field}$ : Mágneses mező energiája
- $W_{LossesField}$ : A mező vesztesége
- $W_{LossesMech}$ : Mechanikai veszteség
- $W_{Electr}$ : Villamos veszteségek

# Energia, teljesítmény

- A gép kimenő energiáját a következő összefüggés adja meg:

$$dW_{out} = dW_{Mech} = dW_{Electr} - dW_{Field} - dW_{\Omega}$$

- Idő szerint deriválva a kimenő energiát a következőt kapjuk:

$$\frac{dW_{out}}{dt} = \frac{dW_{Mech}}{dt} = \frac{dW_{Electr}}{dt} - \frac{dW_{Field}}{dt} - \frac{dW_{\Omega}}{dt}$$

$$P_{out} = P_{Mech} = P_{Electr} - P_{Field} - P_{\Omega} \quad (67)$$

- Ahol:
  - $W_{\Omega}$ : Az energiaveszteség

# Nyomaték

- Newton törvénye alapján a következő módon írhatjuk fel a gép nyomatékát:

$$\frac{2H}{\omega_B} \dot{\omega} = T_{Electr} - T_{Mech} - D\omega$$

- Figyelembe véve a szögsebesség és az idő relatív egysége közötti összefüggést

$$t_u = \omega_B t$$

$$\omega_u = \frac{\omega}{\omega_B}$$

- Felírhatjuk a gép gyorsító nyomatékát:

$$2H\omega_B \frac{d\omega_u}{dt_u} = T_{acc}$$

- Ahol:
  - $H$ : Inercia konstans
  - $\omega_B$ : Szögsebesség relatív egysége
  - $t_u$ : Idő relatív egysége

# Nyomaték

- A gép gyorsító nyomatéka:

$$T_{acc} = 2H\omega_B \frac{d\omega_u}{dt_u}$$

- A  $2H\omega_B$  konstansra bevezethetünk egy új értéket:

$$\tau_j = 2H\omega_B$$

- Így a gép gyorsító nyomatékára a következőt kapjuk:

$$T_{acc} = \tau_j \cdot \frac{d\omega_u}{dt_u}$$

- Ezek után felírhatjuk a gép villamos nyomatékát a gép fluxusaiból és a gép áramából a következő módon:

$$T_{Electr} = \frac{1}{3}(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$

# Nyomaték

- Behelyettesítve a (67) egyenletbe a gép kimenő teljesítményét a következőt kapjuk:

$$p_{out} = \omega(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) - \left( i_0 \frac{\lambda_0}{dt} + i_d \frac{\lambda_d}{dt} + i_q \frac{\lambda_q}{dt} \right) - r(i_0^2 + i_d^2 + i_q^2) - 3r_n i_0^2 \quad (68)$$

- Teljesen szimmetrikus rendszer esetében:

$$i_0 = 0$$

- A következő formára egyszerűsíthető a gép kimenő teljesítményegyenlete:

$$p_{out} = \omega(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) - \left( i_d \frac{\lambda_d}{dt} + i_q \frac{\lambda_q}{dt} \right) - r(i_d^2 + i_q^2) \quad (69)$$

# Gyorsítónyomaték

- Ezek után felírható a gép gyorsítónyomatéka a következő formában:

$$T_{acc} = T_{mech} - \frac{T_{elect}3}{3} - T_{dump} = T_{mech} - T_{elect} - T_{dump} \quad (70)$$

- Ahol

- $T_{mech}$ : A gép mechanikai nyomatéka
- $T_{elect}$ : A gép villamos nyomatéka
- $T_{dump}$ : Veszteségi nyomaték

$$T_{dump} = D\omega$$

- $D$ : Veszteségi konstans

# Villamos nyomaték

- A gép villamos nyomatéka a gép fluxusaiból határozható meg

$$\lambda_d = L_d i_d + k M_F i_F \quad (71)$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (72)$$

- Behelyettesítve a villamos nyomatékot megadó összefüggésbe a következőt kapjuk:

$$T_{elect3} = \begin{bmatrix} L_d i_q & k M_F i_q & -L_q i_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \end{bmatrix} \quad (73)$$



# Villamos nyomaték

- A gép villamos nyomatéka a gép fluxusaiból határozható meg

$$\lambda_d = L_d i_d + k M_F i_F \quad (74)$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (75)$$

- Természetesen csak a fluxusokkal is kifejezhető a villamos nyomaték, a következő módon:

$$T_{elect3} = \lambda_d \lambda_q \frac{L_{MD} - L_{MQ}}{l_d l_q} + \lambda_q \lambda_F \frac{L_{MD}}{l_d l_F} \quad (76)$$

# Szögsebesség

- Felírható a szögsebesség deriváltja a felhasználva az  $\dot{\omega} = \frac{T_{acc}}{\tau_j}$  összefüggést
- Árammodell esetében a következőt használjuk:

$$\dot{\omega} = -\frac{L_q i_q i_d}{3\tau_j} - \frac{kM_F i_q i_F}{3\tau_j} + \frac{L_d i_d i_q}{3\tau_j} - \frac{D\omega}{\tau_j} + \frac{T_{mech}}{\tau_j} \quad (77)$$

- Mátrixos formában:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} -\frac{L_d i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_F i_q}{3\tau_j} & \frac{L_q i_d}{3\tau_j} & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \\ \omega \end{bmatrix} + \frac{T_{mech}}{\tau_j} \quad (78)$$

# Szögsebesség bővített modell

- Az egyenletet az árammodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^{-1} \cdot R_{RS\omega} & 0 \\ \frac{-L_d i_q}{3\tau_j} & -\frac{kM_F i_q}{3\tau_j} \\ \frac{L_q i_d}{3\tau_j} & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L^{-1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_a \\ T_m \end{bmatrix}$$

- A modell megegyezik a generátor modelljével. (A referenciák különbözőek a generátorhoz képest!)

# Szögsebesség

- Felírható a szögsebesség deriváltja a felhasználva az  $\dot{\omega} = \frac{T_{acc}}{\tau_j}$  összefüggést
- Fluxusmodell esetében a következőt használjuk:

$$\dot{\omega} = -\lambda_d \lambda_q \frac{L_{MD} - L_{MQ}}{3\tau_j l_d l_q} - \lambda_q \lambda_F \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_F} - \frac{D\omega}{\tau_j} + \frac{T_{mech}}{\tau_j} \quad (79)$$

- Mátrixos formában:

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d^2} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j l_d l_F} \lambda_q & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j l_q^2} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_q \\ \omega \end{bmatrix} + \frac{T_m}{\tau_j} \quad (80)$$

# Szögsebesség bővített modell

- Az egyenletet a fluxusmodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{I_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_d}\right) & \frac{r}{I_d} \frac{L_{MD}}{I_F} & -\omega & 0 \\ \frac{r_F}{I_F} \frac{L_{MD}}{I_F} & -\frac{r_F}{I_F} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_F}\right) & 0 & 0 \\ \omega & 0 & -\frac{r}{I_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{I_q}\right) & 0 \\ \frac{L_{MD}}{3\tau_j I_d^2} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j I_d I_F} \lambda_q & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j I_q^2} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_q \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \\ \frac{T_m}{\tau_j} \end{bmatrix} \quad (81)$$

# Terhelési szög

- A terhelési szöget felírhatjuk a szinkron körfrekvenciából és a gép körfrekvenciájából

$$\delta = \delta_0 + \int_{t_0}^t (\omega - \omega_R) dt$$

- Kifejezve a gép terhelési szögének idő szerinti deriváltját a következőt kapjuk:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_R$$

- Kifejezve a gép terhelési szögének idő szerinti deriváltját relatív egységekkel a következőt kapjuk:

$$\dot{\delta} = \omega - 1$$

- A fluxus és az árammodellbe is belerakható így a terhelési szög.

# A szinkron motor terhelési szöggel bővített árammodellje

- Az terhelési szög egyenletét az árammodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_F \\ \dot{i}_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{-1} \cdot R_{RS\omega} \\ -L_d i_q \\ 3\tau_j \end{bmatrix} & 0 \\ \begin{bmatrix} -\frac{kM_F i_q}{3\tau_i} \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{L_q i_d}{3\tau_j} \\ -\frac{D}{\tau_j} \\ 1 \end{bmatrix} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \\
 \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_j} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_a \\ T_m \\ -1 \end{bmatrix}$$

## A szinkron motor terhelési szöggel bővített árammodellje

- Az egyenletet a fluxusmodellbe beírva a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{I_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_d}\right) & \frac{r}{I_d} \frac{L_{MD}}{I_F} & -\omega & 0 & 0 \\ \frac{r_F}{I_F} \frac{L_{MD}}{I_F} & -\frac{r_F}{I_F} \left(1 - \frac{L_{MD}}{I_F}\right) & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & -\frac{r}{I_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{I_q}\right) & 0 & 0 \\ \frac{L_{MD}}{3\tau_j I_d^2} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_j I_d I_F} \lambda_q & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j I_q^2} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -v_d \\ v_F \\ -v_q \\ \frac{T_m}{\tau_j} \\ -1 \end{bmatrix} \quad (82)$$